

## SİNÜS TEOREMİ

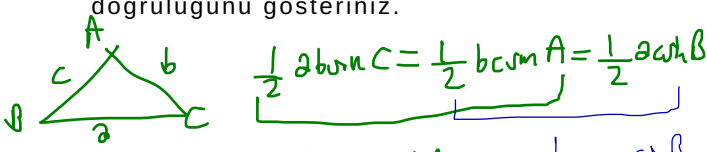
Bir ABC üçgeninde, herhangi bir kenar uzunluğunun karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (\text{Bu oran daha sonra çember konusunda ele alınacaktır})$$

## Örnek...1 :

Herhangi bir ABC üçgeninde alan bağıntısını kullanarak

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ eşitliğinin doğruluğunu gösteriniz.}$$

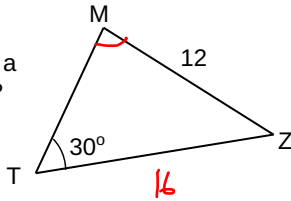


$$\frac{a}{c} = \frac{\sin A}{\sin C} \quad \frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

## Örnek...2 :

MTZ bir üçgendir.  $|TZ|=16$   $|MZ|=12$  br,  $m(\hat{T})=30^\circ$  olduğuna göre  $\sin(M)$  kaçtır?



$\sin$  teo. ile

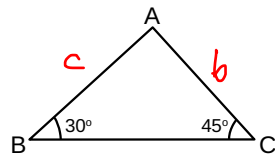
$$\frac{16}{\sin M} = \frac{12}{\sin 30} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sin M = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

## Örnek...3 :

MTZ bir üçgendir.  $m(\hat{B})=30^\circ$ ,  $m(\hat{C})=45^\circ$

$\frac{|AC|}{|AB|}$  Kaçtır?

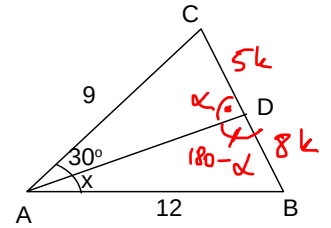
$\sin$  teo. ile



$$\frac{b}{\sin 30} = \frac{c}{\sin 45} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{1/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

## Örnek...4 :

Şekilde ABC üçgen,  $8|CD|=5|BD|$ ,  $|AC|=9$  br,  $|AB|=12$  br,  $m(\hat{CAD})=30^\circ$  ve  $m(\hat{DAB})=x$  olarak veriliyor. Buna göre,  $\tan x$  kaçtır?



$$\Delta ACD \text{ de } \frac{9}{\sin \alpha} = \frac{5k}{\sin 30}$$

$$\sin \alpha = \sin(180-\alpha)$$

$$\Delta ABD \text{ de } \frac{12}{\sin(180-\alpha)} = \frac{8k}{\sin x}$$

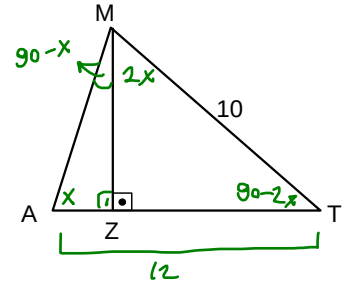
$$\frac{9}{12} = \frac{5 \sin x}{8 \sin 30} \Rightarrow \sin x = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

İ. Y. 1

$$\frac{A(ACD)}{A(ABD)} = \frac{5}{8} = \frac{1/2 \cdot |AD| \cdot 9 \sin 30}{1/2 \cdot |AD| \cdot 12 \sin x} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

## Örnek...5 :

Şekilde MAT bir üçgen,  $m(\hat{ZMT})=2 \cdot m(\hat{MAZ})$ ,  $|MT|=10$  br ve  $|AT|=12$  br olduğuna göre  $\tan(\hat{ZMA})$  kaçtır?

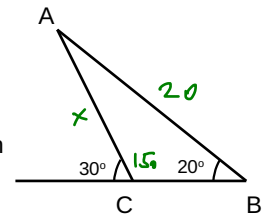


$$\Delta MAT \text{ de } \sin \text{ teo. ile } \frac{12}{\sin(90-x)} = \frac{10}{\sin x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{12}{10} = \tan(90-x) = \frac{6}{5}$$

## Örnek...6 :

Bir oyuncak üreticisi hazırlayacağı oyuncak için çizdiği projede şekilde A noktasından B noktasına tahta bir çita yerleştirmeyi düşünmüştür. Sonradan yapılan değerlendirmede çitanın A noktasından C noktasına bağlanmasının daha uygun olduğu değerlendirilmiştir.  $|AB|=20$  cm  $\sin 20=0,34$ . Buna göre çitanın boyundaki kısalma kaç cm dir?



$$\frac{20}{\sin 150} = \frac{x}{\sin 20}$$

$$\frac{20}{1/2} = \frac{x}{0,34}$$

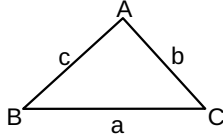
$$x = 40 \cdot 0,34 = 13,6$$

$$\text{Kısalma } 20 - 13,6 = 6,4 \text{ m}$$

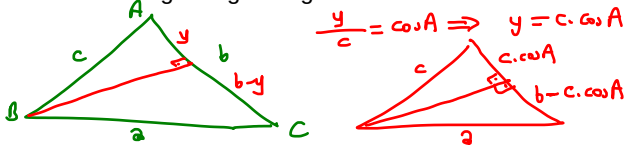
**KOSİNÜS TEOREMİ**

Üçgen şeklindeki bir cismin iki kenarının uzunluğu ve bu iki kenar arasındaki açı bilindiğinde üçüncü kenar uzunluğunu ölçmeye gerek kalmadan hesaplamak mümkündür.

Bir ABC üçgeninde  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$   
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$   
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$

**Örnek...7 :**

Herhangi bir ABC üçgeninde kenarlar arasında  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$  eşitliğinin doğruluğunu gösteriniz.



$$\frac{y}{c} = \cos A \Rightarrow y = c \cdot \cos A$$

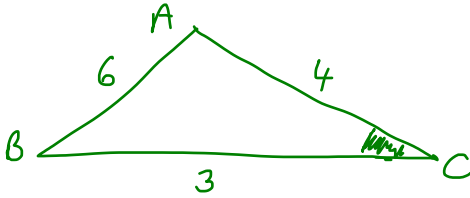
$$c^2 - (c \cos A)^2 = a^2 - (b - c \cos A)^2$$

$$c^2 - c^2 \cos^2 A = a^2 - b^2 + 2bc \cos A - c^2 \cos^2 A$$

$$\frac{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}{2} = a^2$$

**Örnek...8 :**

Bir ABC üçgeninde  $a=3$  br,  $b=4$  br ve  $c=6$  br ise bu üçgende ölçüsü en büyük olan açının kosinüs değeri kaçtır?



en büyük açı  $\hat{C}$  dır.

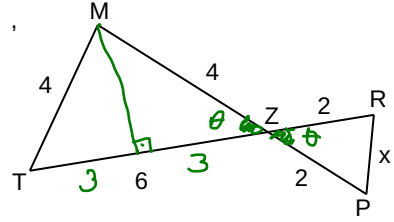
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos C$$

$$\cos C = \frac{36 - 25}{-24} = -\frac{11}{24}$$

**Örnek...9 :**

MTZ bir üçgendir.

$[TR] \cap [MP] = \{Z\}$ ,  
 verilen uzunluklara göre x kaç birimdir



$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos \theta$$

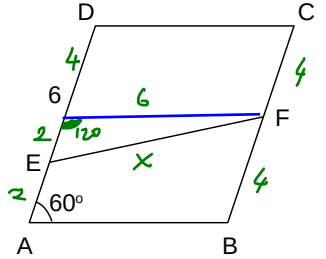
$$= 8 - 8 \cdot \frac{3}{4} = 8 - 6$$

$$x = \sqrt{2}$$

**Örnek...10 :**

Karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenarları eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir.

Şekilde ABCD eşkenar dörtgen, F [BC] nin orta noktasıdır.  $|EA|=2$  br,  $ED=6$  br olduğuna göre  $|EF|$  kaç birimdir?



$$x^2 = 6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \cos 120$$

$$= 36 + 4 + 12$$

$$x = \sqrt{52} \text{ br}$$

**Örnek...11 :**

Bir ABC üçgeninde a, b, c kenar uzunlukları olmak üzere  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$  bağıntısı geçerliyse A açısı kaç derecedir?

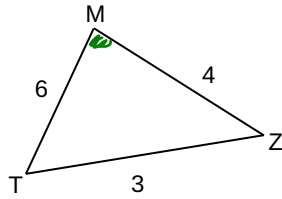
$$\text{denesi geçen } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 - bc$$

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$A = 60^\circ$$

## DEĞERLENDİRME

- 1) MTZ bir üçgendir. Şekilde verilene göre en küçük açının sinüs değeri kaçtır?

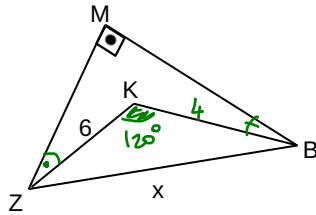


$$3^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos M \Rightarrow \cos M = \frac{43}{48}$$

$$\sin^2 M + \cos^2 M = 1$$

$$\sin^2 M = 1 - \left(\frac{43}{48}\right)^2 = \frac{5}{48} \cdot \frac{91}{48} \Rightarrow \sin M = \frac{\sqrt{455}}{48}$$

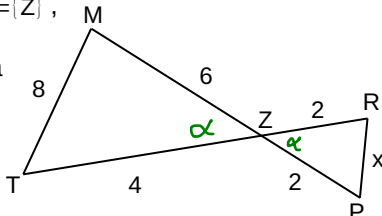
- 2) MBZ bir üçgendir.  $m(\widehat{BMZ}) = 90^\circ$ ,  $|KB| + 2 = |KZ| = 6br$ ,  $m(\widehat{MZK}) + m(\widehat{MBK}) = 30^\circ$ ,  $|BZ|$  kaç birimdir?



$$x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos(120) = 5^2 + 24$$

$$x = \sqrt{76} \text{ br}$$

- 3) MTZ bir üçgendir.  $[TR] \cap [MP] = \{Z\}$ , verilen uzunluklara göre x kaç birimdir

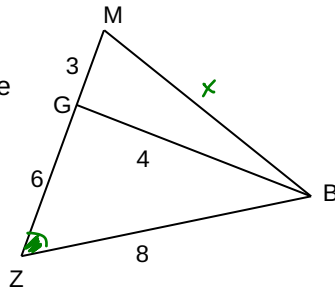


$$8^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -1/4$$

$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

- 4) MBZ bir üçgendir.  $2|MG| = |GZ| = 6br$ ,  $2|BG| = |BZ| = 8br$  ise  $|MB|$  kaç birimdir?



$$4^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos z \Rightarrow \cos z = 7/8$$

$$x^2 = 8^2 + 9^2 - 2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \frac{7}{8} = 64 + 81 - 126$$

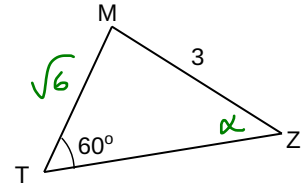
$$x = \sqrt{19}$$

- 5) Bir ABC üçgeninde a, b, c kenar uzunlukları olmak üzere  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$  bağıntısı geçerliyse A açısı kaç derecedir?

$$a^2 = b^2 + c^2 + bc = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = -1/2 \Rightarrow m(\widehat{A}) = 120^\circ$$

- 6) MTZ bir üçgendir.  $|MZ| = 3br$ ,  $|TM| = \sqrt{6}br$ ,  $m(\widehat{T}) = 60^\circ$  ise  $m(\widehat{Z})$  kaç derecedir?

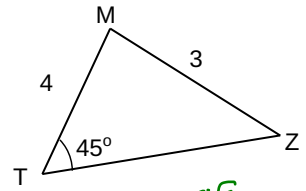


$$\frac{3}{\sin 60} = \frac{\sqrt{6}}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}/2}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ \text{ ( } 135^\circ \text{ olamaz)}$$

- 7) MTZ bir üçgendir.  $m(\widehat{T}) = 45^\circ$ ,  $|TM| = 4br$ ,  $|MZ| = 3br$ , olduğuna göre  $\tan(Z)$  kaç olabilir?

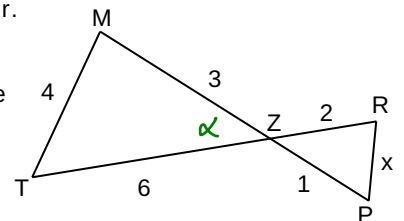


$$\frac{3}{\sin 45} = \frac{4}{\sin z} \Rightarrow \sin z = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan z = \frac{2\sqrt{2}}{1}$$

→ pitagorla

- 8) MTZ bir üçgendir.  $[TR] \cap [MP] = \{Z\}$ , verilen uzunluklara göre x kaç birimdir



$$4^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 29/36$$

$$x^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{29}{36}$$

$$x^2 = 5 - \frac{29}{9} = \frac{16}{9}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

(üçgenlerin benzer olduğunu farketmediyseniz :)

2.yol olarak G deki bütünler açılara göre iki farklı üçgende iki farklı kosinüs teoremi kullanabiliriz.  $\cos(\widehat{ZGB})$  bulunur ve sonra MGB de bu değerini zıt işaretlisi  $\cos(\widehat{MGB})$  için kullanılır.