

**TEKRARLI (YİNELEMELİ) PERMÜTASYON**

n tane nesneden bazılarının yer değiştirmesi, nesnelerin bazıları özdeşse farklı bir sıralanma oluşturmayabilir.

Örneğin ADA kelimesinin harflerinin yerleri değişmesi sonucu 6 farklı sıralama yerine 3 farklı sıralama elde edilir.

n nesnenin  $n_1$  tanesi 1. çeşitten,  $n_2$  tanesi 2. çeşitten,  $n_3$  tanesi 3. çeşitten  $n_k$  tanesi de k. çeşitten olsun.  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$  olmak üzere bu n nesnenin permütasyonlarının (dizilişlerinin) sayısı  $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$  dir.

**Örnek...1 :**

Aynı renkte olan bilyeler özdeş olmak üzere, 3 mavi, 4 kırmızı ve 5 yeşil kalem bir sırada yan yana en çok kaç farklı biçimde dizilir?

$$\frac{12!}{3!4!5!}$$

**Örnek...2 :**

"MATEMATİK" sözcüğündeki harfler yer değiştirildiğinde, anlamlı ya da anlamsız 9 harfli en çok kaç değişik kelime yazılır ?

$$\frac{9!}{2!2!2!} = \frac{362880}{8} = 45360$$

**Örnek...3 :**

8,7,7,6,6,3 rakamları ile 6 ile başlayıp 3 ile biten

- a) 6 basamaklı en çok kaç sayı yazılabilir?
- b) 5 basamaklı en çok kaç sayı yazılabilir?

a)  $\frac{6!}{2!2!} = \frac{720}{4} = 180$

b)  $\frac{5!}{2!2!} = \frac{120}{4} = 30$

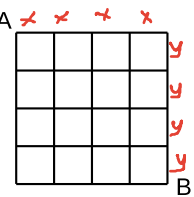
**Örnek...4 :**

BEMBEYAZ kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek yazılabilen anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kelimelerin en çok kaç tanesinde B harflerinden sonra E harfleri gelir? (B ve E harfleri arasına başka harf girmiyor)

$$\frac{6!}{2!} = 360$$

**Örnek...5 :**

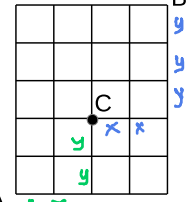
Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.



A dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

$$\frac{8!}{4!4!} = 35$$

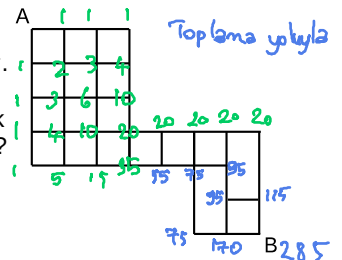
ii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.



A dan yola çıkan bir kişi, C'ye uğramak koşuluyla, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

$$\frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = 6 \cdot 10 = 60$$

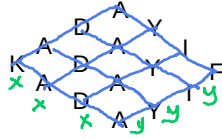
iii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A'dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan en çok kaç farklı şekilde gidebilir?



$$\frac{285}{2} = 142.5$$

**Örnek...6 :**

Soldaki K harfinden başlayıp komşu harfleri takip ederek sağdaki F harfiyle bitecek şekilde "kadayıf" kelimesi en çok kaç farklı şekilde okunabilir?



$$\frac{6!}{3!3!} = 20$$

**Örnek...7 :**

Bir para 8 kez atıldığında üçünün tura olduğu en çok kaç farklı durum vardır?

$$TTT YYY \rightarrow \frac{8!}{3!5!} = 56$$

**Örnek...8 :**

32002423 sayısının rakamlarının yeri değiştirilerek 8 basamaklı

a) en çok kaç sayı yazılabilir?

$$\frac{6 \cdot 7!}{2!2!3!}$$

b) en çok kaç farklı tek sayı yazılabilir?

$$\frac{5 \cdot 6! \cdot 2}{2!2!3!} \quad (3,3)$$

c) en çok kaç farklı çift sayı yazılır?

$$\text{çift} = \text{tüm} - \text{tek}$$

$$\frac{6 \cdot 7!}{2!2!3!} - \frac{5 \cdot 6! \cdot 2}{2!2!3!}$$

**Örnek...9 :**

1,2,3,4,5,6,7 rakamlarıyla yazılacak 7 basamaklı rakam tekrarsız sayıların en çok kaç tanesinde çift sayılar soldan sağa artan sıradadır.

$$2, 4, 6 = x, x, x$$

$$1, x, 3, x, 5, x, 7 \rightarrow \frac{7!}{3!}$$

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7!}{3!}$$

**Örnek...10 :**

5 özdeş oyuncak üç çocuğa

a) en çok kaç farklı biçimde verilebilir?

$$\begin{aligned} & \rightarrow A \quad B \quad C \rightarrow (2,2,1) \\ & \rightarrow (1,3,1) \\ & \rightarrow \text{sinemalar farklı dağılımlardır} \end{aligned}$$

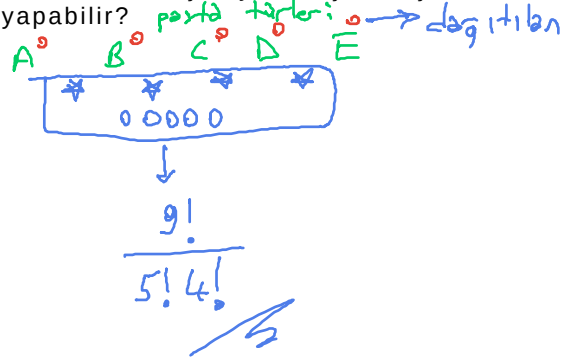
$$\frac{7!}{5!2!} = 21$$

b) her çocuk en az bir oyuncak alacak şekilde oyuncaklar en çok kaç farklı biçimde verilebilir?

$$\frac{4!}{2!2!} = 6$$

**Örnek...11 :**

Bir pastanede 5 çeşit pasta bulunmaktadır 10 tane pasta almak isteyen biri her çeşitten en az bir tane almak koşuluyla en çok kaç farklı seçim yapabilir?



**Örnek...12 :**

Rakamları toplamı 8 olan kaç farklı 3 basamaklı sayı vardır?

$$\begin{aligned} & \rightarrow a \quad b \quad c \quad (a \text{ ya } 0 \text{ alınmaz diye verilir}) \\ & \rightarrow \frac{9!}{7!2!} \end{aligned}$$