

**PERMÜTASYON (SIRALAMA)**

Birbirinden farklı n tane nesnenin r tanesinin farklı her dizilişine (sıralanışına) n nesnenin r li permütasyonları denir ve

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (r \leq n)$$

biçiminde gösterilir.

n elemanlı, sonlu bir A kümesinin bütün elemanlarının permütasyonlarının sayısı

$$P(n, n) = n! \text{ dir.}$$

**Not**

Sıralama kavramı taşıyan ifadeler saymanın temel ilkesi ya da permütasyondur.

**Permütasyonun tanımından anlaşılacağı gibi, birbirinden farklı dizilişler permütasyonla çözülebilir.**

**Permütasyonla çözülebilen her problem saymanın temel ilkesi ile çözülebilir.**

**Örnek...1 :**

A = { a, b, c } kümesinin elemanlarının bütün permütasyonlarını yazınız.

$$\begin{array}{l} \frac{1 \ 1 \ 1}{a \ b} = \frac{2 \ 4}{a \ b \ c} = 2c \\ \frac{3 \ 6}{a \ b \ c} \end{array}$$

**Örnek...2 :**

P(n, 3) = 720 ise n değeri kaçtır?

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 720 \rightarrow n(n-1)(n-2) = 720$$

$$n = 10$$

**Örnek...3 :**

P(n+3, 2) = 72 ise P(n, n) kaçtır?

$$\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 72 \rightarrow (n+3)(n+2) = 72$$

$$n = 6$$

$$P(6,6) = 6! = 720$$

**Örnek...4 :**

4.P(n, 2) = P(2n, 2) – 22 ise n değeri kaçtır?

$$4 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{2n!}{(2n-2)!} - 22$$

$$4n(n-1) = 2n(2n-1) - 22$$

$$4n^2 - 4n = 4n^2 - 2n - 22$$

$$2n = 22$$

$$n = 11$$

**Örnek...5 :**

A = { a, b, c, d, e, f } kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde,

a) a harfi bulunur?

$$\frac{P(6,4) - P(5,4)}{\text{tümü}} = 240$$

a olmayan 4'lü perm.

b) c bulunmaz fakat a bulunur?

$$P(5,4) - P(4,4) = 96$$

c yok a yokken a da yok

c) a veya c bulunur?

$$P(6,4) - P(4,4) = 336$$

her iki ikisinde yok

d) a ya da c bulunur?

$$\begin{array}{l} a \text{ var } c \text{ yok} \rightarrow 96 \\ a \text{ yok } c \text{ var} \rightarrow 96 \\ \hline 192 \end{array}$$

( b sorusunda yapılmıştı )

**Örnek...6 :**

A = {1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı, rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

$$P(6,3) = 120 \quad \left| \quad \frac{6 \ 5 \ 4}{(4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6)} = 120$$

(Çarpma ilkesiyle)

www.matbaz.com

**Örnek...7 :**

5 arkadaş yan yana durarak fotoğraf çektirecektir. Bu arkadaşlar kaç değişik poz verebilir?

$$P(5,5) = 5! = 120$$

**Örnek...8 :**

4 kız ve 4 erkek, aynı cinsiyetten iki kişi arka arkaya olmamak üzere, en çok kaç farklı katin sırası oluşturabilir?

KE KE KE KE  
EK EK EK EK

$4! \cdot 4! \cdot 2$  → 2 durum

↓  
kızlar kendi aralarında

↓  
erkekler kendi aralarında

**Örnek...9 :**

Aynı türün kitapları birbirinden farklı olmak üzere ,3 edebiyat, 5 felsefe ve 7 tarih kitabı bir rafa yan yana en çok kaç farklı şekilde dizilebilir?

$$P(15,15) = 15!$$

**Örnek...10 :**

Kalınlıkları farklı 6 kitap bir rafa yan yana dizilecektir.

a) En çok kaç değişik biçimde dizilebilirler?

$$P(6,6) = 6!$$

b) En ince 2 kitap yan yana gelecek biçimde en çok kaç değişik şekilde dizilebilirler?

AB + 4 kitap

5! · 2!

↓  
A, B kendi içinde

c) En ince 2 kitap yan yana gelmeyecek biçimde en çok kaç değişik şekilde dizilebilirler?

$$P(6,6) - 5! \cdot 2!$$

tam yan yana

**Örnek...11 :**

Aynı türün kitapları birbirinden farklı olan 4 matematik, 5 fizik ve 3 kimya kitabı bir rafa

a) En çok kaç farklı biçimde sıralanabilir?

$$P(12,12) = 12!$$

b) Matematik kitapları yan yana olmak üzere en çok kaç biçimde sıralanabilir?

(4M) + 5 + 3

9 kitap

9! · 4!

kendi içinde yer değişim

c) Aynı tür kitaplar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde sıralanabilir?

(4) + (5) + (3)

3 kitap

3! · 4! · 5! · 3!

kendi içlerinde

**Örnek...12 :**

4 portre ile 6 natüremort resim bir sergide yan yana olacak şekilde aynı duvara asılacaktır. Portrelerin herhangi ikisinin yan yana gelmemesi koşuluyla resimler en çok kaç farklı şekilde sergilenebilir?

$$\times N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4 \times N_5 \times N_6 \times$$

$$6! \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \frac{6! \cdot 7!}{3!}$$

↑  
N ler

↑  
portreler

**Örnek...13 :**

A = {1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek rakamları farklı beş basamaklı sayıların en çok kaç tanesinde 3 rakamı 5 rakamının solunda bulunur?

• 3 • 5 •

1 2 4 ↑ noktaları

$\frac{3}{1} \frac{4}{2} \frac{5}{3} = 60$

ilk iki 2 3

seçenek sayıları artacak!

II 4 1

$\frac{5!}{2} \rightarrow$  tüm sorularına

2 → yarı yarıya

**Örnek...14 :**

A = {1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan üç basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse 452 baştan kaçınıcı sırada olur?

1 ile başlayan  $\frac{1}{1} \frac{5}{1} \frac{4}{1} \rightarrow 20$  sayı

1 → 20

2 → 20

3 → 20

4 → 20

4 ile yazılan en büyük sayı 80. Sondan geri gidebilir

465 → 80.

463 → 79.

462 → 78.

461

456

453

452 → 74.

**DEĞERLENDİRME - 1**

- 1)  $P(n,4) = 30 \cdot P(n,2)$  eşitliğini sağlayan  $n$  kaçtır?

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 30 \cdot \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$(n-2)(n-3) = 30 \rightarrow n=8$$

- 2) Yedi kişinin katıldığı 100 metre yarışında ilk 3 derece en çok kaç farklı şekilde oluşabilir?

$$P(7,3) = \frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = \underline{210}$$

- 3) Batuhan, Buğra, İlker, Meltem ve Alitamer 5 kişilik bir sıraya.

- a) En çok kaç farklı biçimde oturabilirler?

$$P(5,5) = 5!$$

- b) Batuhan ile Meltem yan yana olmak üzere en çok kaç değişik biçimde oturabilirler?

$$\underline{B+M} + 3 \rightarrow 4! \cdot 2!$$

- 4)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  kümesinin üçlü permütasyonlarının en çok kaç tanesinde 3 bulunur 5 bulunmaz?

$$\underbrace{P(6,3)}_{5 \text{ yok}} - \underbrace{P(5,3)}_{5 \text{ yok ve } 3 \text{ yok}}$$

- 5) Selin ile Merve'nin de aralarında bulunduğu  $n$  kişi düz bir sıraya oturacaklardır. Selin ile Merve'nin yan yana olmadığı en çok 480 farklı dizilim olduğuna göre,  $n$  kaçtır?

$$\underbrace{S+M}_{1} + n - 2 \rightarrow (n-1) \text{ kişi}$$

$$n! - (n-1)! \cdot 2! = 480$$

$$(n-1)! [n-2] = 480$$

$$n=6$$

- 6) 5 kız, 3 erkek öğrenci bir sırada yan yana dizilecektir. Kızlar kendi aralarında, erkekler kendi aralarında da ayrılmamak koşuluyla en çok kaç farklı biçimde dizilebilirler?

$$\underbrace{5k}_1 + \underbrace{3k}_1 = 2 \text{ kişi}$$

$$2! \cdot 5! \cdot 3!$$

2 kişi kendi aralarında

- 7) 4 Matematik öğretmeni ve 4 Fizik öğretmeni aynı dersin öğretmenleri yan yana gelmemek koşuluyla en çok kaç farklı şekilde düz bir sıra halinde fotoğraf çektirebilirler?

$$\begin{matrix} MF MF MF MF \\ FM FM FM FM \end{matrix} > 4! \cdot 4! \cdot 2!$$

## SAYMA VE OLASILIK-2

### PERMÜTASYON

- 8) Burak , Ceyda ve Meltem'in de aralarında bulunduğu 7 kişilik bir kantin sırasında

a) Burak en çok kaç durumda Ceyda'nın önündedir?

$B+C+5$  kişi  
 $B \cdot C \cdot$   
 $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = \frac{7!}{2!}$  5'li demek

(herhangi biri noktaya X yerleşsin [B.X.C. gibi] şimdi 1 yer daha arttı buna dikkat)

b) Burak en çok kaç durumda Ceyda'nın önünde ama Meltem'in arkasında olabilir?

$M \cdot B \cdot C \cdot$   $M \cdot C + 4$  kişi  
 $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = \frac{7!}{3!}$  4'ü demek

- 9)  $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$  kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan dört basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse baştan 360. sayı kaç olur?

1. serisi  $\frac{1}{1} \frac{6}{1} \frac{5}{1} \frac{4}{1} \rightarrow 120$  sayı

2  $\rightarrow 120$  360. sayı 3 ile başlayan en büyük sayıdır.  
 3  $\rightarrow 120$

$3654$

- 10)  $A=\{1,2,3,4,5\}$  kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların en çok kaç tanesinde asal rakamlar soldan sağa artan sırada bulunur?

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot$   
 $4 \cdot 5 = 20$

her 4 yerleşecek 211

- 11) 1,2,3,4,5,6,7 sayılarıyla en az iki basamağındaki sayılar aynı olan 4 basamaklı en çok kaç farklı sayı yazılır?

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 7654$   
 tümü rakam tekrarı (istemeyen)  
 $7^4 - \frac{7!}{3!}$

- 12) "salih" kelimesinin harfleri yer değiştirilerek 5 harfli kelimeler yazılırsa silah kelimesi alfabetik sırada baştan kaçınıcı olur?

(ahils 1. sıradadır)

a serisi  $\frac{1}{a} \frac{4}{a} \frac{3}{a} \frac{2}{a} \frac{1}{a} \rightarrow 24$   
 $a \rightarrow 24$   $h \rightarrow 24$   $i \rightarrow 24$   $l \rightarrow 24$   
 $sa \rightarrow 6$   $\frac{1}{s} \frac{1}{a} \frac{3}{s} \frac{2}{a} \frac{1}{s} = 6$   
 $sh \rightarrow 6$   
 $sia \rightarrow 2$   
 $sih \rightarrow 2$   
 $silah$   
 $24 \cdot 4 + 6 \cdot 2 + 2 + 2 + 1$   
 113. kelime