SAYMA YÖNTEMLERİ

N -> IN
Nesneler ve IN^+ elemanları eşleşir.

1) EŞLEŞTİRME YOLUYLA SAYMA :

Cantor kullanarak farklı türde sonsuzların olduğunu kanıtlıyor.

Bir kümenin eleman sayısını, sayma sayıları kümesinin elemanlarıyla bire bir eşleyerek bulmaya eşleme yoluyla sayma denir.

2) TOPLAMA YOLUYLA SAYMA :

Ortak nesne yok. (veya, ya da)

Sonlu ve ayrık A ve B kümelerinin birleşimlerinin eleman sayısı bulmaya toplama yoluyla sayma yöntemi denir.
Yani,
s(AUB) = s(A) + s(B) dir. (A VEYA B)

$A \cap B = \emptyset$ ise

Örnek...1 :
Ece 3 mavi, 2 pembe ve 5 yeşil gömlek arasından 1 gömleği kaç farklı şekilde seçebilir?

3+2+5=10

Örnek...2 :
10 farklı kalem ve 5 farklı silgiden, 1 kalem VEYA 1 silgiyi kaç farklı yolla alabiliriz.

10+5=15

Örnek...3 :
Bir sınıfta 23 kız öğrenci ve 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıftan bir sınıf başkanı kaç farklı şekilde seçilebilir?

23+12=35

3) ÇARPMA YOLUYLA SAYMA : (Çarpma Etkisi)

s(AxB)=s(A).s(B)

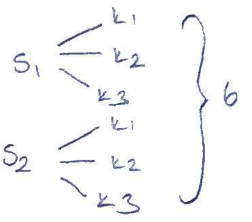
x farklı biçimde gerçekleşen bir işleme bağlı olarak, ikinci bir işlem y farklı biçimde gerçekleşiyorsa, bu iki işlemin birlikte gerçekleşme sayısı x.y dir. Bu işlem ikiden fazla adımdan oluşan işlemler için genellenebilir.
Bu şekilde yapılan sayma işlemine çarpma yoluyla sayma denir.
(AxB kümesinin elemanları olan (x, y) sıralı ikililerinin sayısı s(A) =a ve s(B)=b olmak üzere a.b adet olur.)

Örnek...4 :
Sınıfları 25 kişiden oluşan olan bir okulun, 20 sınıfı var ise okulun öğrenci sayısı kaçtır?

25 . 20=500

Örnek...5 :
Bir kırtasiyedeki 3 farklı kalem ve 2 farklı silgiden, 1 kalem ve 1 silgiyi almak istiyoruz. Bir ağaç diyagramı üzerinde oluşacak durumları gösteriniz. En çok kaç farklı şekilde işlemi yapabiliriz?

3.2=6



FAKTÖRİYEL (ÇARPANSAL)

n bir doğal sayı olmak üzere, 1 den n' ye kadar (n dahil) bütün sayma sayılarının çarpımına **"n faktöriyel"** denir ve **n!** şeklinde gösterilir.
Bu tanıma göre,
1 ! = 1
2 ! = 1.2 = 2
3 ! = 1.2.3 = 6
4 ! = 1.2.3.4 = 24 olur.
Tanım gereği, 0 ! = 1 olarak alınır.

ÖZELLİK

n ! = n.(n –1) ! (5 ! = 5.4 !)

n ! = n.(n –1).(n –2) ! (5 ! = 5.4.3 !)

n ! = n.(n –1).(n –2).(n – 3) ! olur.

Örnek...6 :
4!·n= 6! eşitliğinde n kaçtır?

$\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}.\cancel{1}.n = 6.5.\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}.\cancel{1}$
n = 30

Örnek...7 :
$\frac{10!}{7!.3!}$=n eşitliğinde n kaçtır?

$\frac{10.\overset{3}{\cancel{9}}.\overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 120 = n$

Sayma konusuna katkıları için araştırınız
Sâbit İbn Kurrâ

DEĞERLENDİRME – 1

1) 6 matematik ve 4 fizik kitabı arasından, 1 kitap kaç farklı şekilde seçilebilir?

$6+4=10$

2) 6 erkek ve 4 kadın arasından, 1 erkek veya 1 kadın kaç farklı şekilde seçilebilir?

$6+4=10$

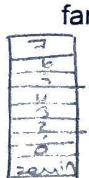
3) 6 erkek ve 4 kadın arasından, 1 erkek ve 1 kadın kaç farklı şekilde seçilebilir?

$6 \times 4 = 24$

4) 10 kişilik bir gruptan önce bir başkan, sonra bir başkan yardımcısı ve sonra da sekreter seçilecektir.
Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

5) 7 katlı bir binanın zemin katından 4 kişi, asansöre binecektir. Her katta en çok bir kişi inmek koşuluyla bu 4 kişi asansörden kaç farklı şekilde inebilir?



$\underset{1.\text{iş}}{\underline{7}} \quad \underset{2.\text{iş}}{\underline{6}} \quad \underset{3.\text{iş}}{\underline{5}} \quad \underset{4.\text{iş}}{\underline{4}}$

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

6) Üç kişi, tiyatrodaki 7 koltuğa kaç farklı biçimde oturabilir?

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

$\underset{1.\text{kişi}}{\underline{7}} \quad \underset{2.\text{kişi}}{\underline{6}} \quad \underset{3.\text{kişi}}{\underline{5}}$

7) Yedi kişi, tiyatrodaki 3 koltuğa kaç farklı biçimde oturabilir?

1. koltuk	2. koltuk	3. koltuk
7	6	5

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

8) Basamaklarındaki rakamları farklı olan 500 den küçük 3 basamaklı kaç sayı vardır?

4	9	8
1	0	1
2	1	2
3	2	3
4	3	4
	4	5
	5	6
	6	7
	7	8
	8	9
	9	

$4 \cdot 9 \cdot 8 = 288$

9) 7056 sayısının rakamları kendi aralarında yer değiştirirse kendisi hariç 4 basamaklı kaç çift sayı elde edilebilir?

Çift

$\underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{1} \quad \underset{(0)}{\underline{1}} = 6$

ya da

$\underset{0\text{ gelemez}}{\underline{2}} \quad \underline{2} \quad \underline{1} \quad \underset{(6)}{\underline{1}} = 4$

$6+4=10 \qquad 10-1=9$

10) A kenti ile B kenti arasında 5 farklı yol, B kenti ile C kenti arasında 3 farklı yol vardır. B kentine uğramak koşuluyla,

a) A' dan C' ye kaç farklı yoldan gidebilir?

$\underset{A\to B}{\underline{5}} \times \underset{B\to C}{\underline{3}} = 15$

b) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

$15 \cdot 15 = 225$

c) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolu, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

$15 \cdot 14 = 210$

d) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolları, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

$\underset{\text{gidiş}}{5 \cdot 3 = 15} \qquad \underset{\text{dönüş}}{2 \cdot 4 = 8}$

$15 \cdot 8 = 210$

YANITLAR:
1)10 2)10 3)24 4)720 5)360 6)210 7)210 8)288 9)9
10) a)15 b)225 c)210 d)120

DEĞERLENDİRME – 2

1) 3 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna atılacaktır.

a) Her mektup farklı posta kutusuna atılacaksa, kaç değişik biçimde atılır?

$\frac{5}{1.}\ \frac{4}{2.}\ \frac{3}{3.}$ $5.4.3=60$

b) Mektupların farklı kutulara atılma zorunluluğu yoksa, mektuplar kaç değişik biçimde atılır?

$5.5.5=125$

2) 1, 2, 3, 4, 5 rakamlarından, kullanılan bir daha kullanılmamak koşuluyla 3 basamaklı sayılar yazılacaktır.

a) Kaç sayı yazılabilir?

$5.4.3=60$

b) Kaç tane çift sayı yazılabilir?

$\underline{4}.\underline{3}.\underline{2}=24$

c) Kaç tane 400 den küçük sayı yazılabilir?

$\underline{3}.\underline{4}.\underline{3}=36$

d) Kaç tanesinin ilk ve son rakamı tektir?

$\underset{(1,3,5)}{\underline{2}}.\underline{3}.\underset{(1,3,5)}{\underline{3}}=18$

3) ~~0~~, 1, 2, ~~3~~, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak tekrarsız dört basamaklı sayılar yazılacaktır.

a) Kaç sayı yazılabilir?

$\underline{6}.\underline{6}.\underline{5}.\underline{4}=720$

b) Kaç tane tek sayı yazılabilir?

$\underset{0,\text{ tek yok}}{\underline{5}}\ \underset{+0}{\underline{5}}.\underline{4}\ \underset{(1,3,5)}{\underline{3}}=300$

c) Kaç tane çift sayı yazılabilir?

$\underline{6}\ \underline{5}\ \underline{4}\ \underset{(0)}{\underline{1}}+\underset{-0}{\underline{5}}\ \underset{+0}{\underline{5}}\ \underline{4}\ \underset{(2,4,6)}{\underline{3}}$

$120+300=420$

d) 25 ile bölünebilen kaç tane sayı yazılabilir?

$\underline{4}\ \underline{4}\ \underset{2}{\underline{1}}\ \underset{5}{\underline{1}}+\underline{5}\ \underline{4}\ \underset{5}{\underline{1}}\ \underset{0}{\underline{1}}$

$16+20=36$

4) A = {~~a~~, b, c, d, ~~e~~, f, g} kümesinin elemanları kullanılarak anlamlı veya anlamsız 4 harfli

a) Kaç değişik kelime türetilebilir?

$7.7.7.7=2401$

b) Sesli bir harf ile başlayıp, sesli bir harfle biten harfleri farklı kaç değişik kelime türetilebilir?

$\underline{2}.\underline{5}.\underline{4}.\underline{1}=40$

c) Her harf bir defa kullanılmak şartıyla, sesli bir harfle başlayıp sessiz bir harfle biten kaç değişik kelime türetilebilir?

$\underline{2}.\underline{5}.\underline{4}.\underline{5}=200$

d) İçinde a' nın mutlaka bulunduğu kaç değişik kelime türetilebilir? isteren – istemeyen

$\underline{7}\ \underline{7}\ \underline{7}.\underline{7}-\underline{6}\ \underline{6}\ \underline{6}\ \underline{6}$

$7^4-6^4=2401-1296=1105$

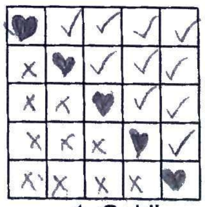
e) a ile başlayıp d ile bitmeyen kaç değişik kelime türetilebilir? → Tekrarsız demedi

$\underset{a}{\underline{1}}.\underline{7}\ \underline{7}\ \underset{(a,b,c,e,f,g)}{\underline{5}}=294$

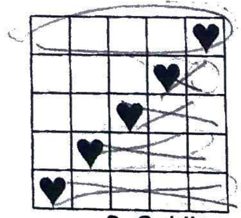
f) e ile başlayıp f ile biten tekrarsız kaç değişik kelime yazılabilir?

$\underset{e}{\underline{1}}\ \underline{5}\ \underline{4}\ \underset{f}{\underline{1}}=20$

5)



1. Şekil



2. Şekil

5x5 lik 1. şekil üzerinde her satır ve her sütuna yalnızca bir sembol çizilerek 2. şekildeki gibi desenler oluşturuluyor. Buna göre, en fazla kaç farklı desen oluşturulabilir? $5!=120$

YANITLAR:
1)a)60 b)125 2)a)60 b)24 c)36 d)18 3)a)720 b)300 c)420 d)36 4)a)840 b)40 c)200 d)480 e)100 f)20 5)120

www.matbaz.com

$P(n,n)=n!$ $P(n,n-1)=n!$

$P(n,0)=1$

$P(n,1)=n$

SAYMA VE OLASILIK-2

PERMÜTASYON

(Aksi belirtilmedikçe tekrar yok)

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

Birbirinden farklı n tane nesnenin r tanesinin farklı her dizilişine (sıralanışına) n nesnenin r li permütasyonları denir ve

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!} \quad (r\leq n)$$

biçiminde gösterilir.

n elemanlı, sonlu bir A kümesinin bütün permütasyonlarının sayısı

$P(n, n) = n!$ dir.

Not

Sıralama kavramı taşıyan ifadeler saymanın temel ilkesi ya da permütasyondur.

Permütasyonun tanımından anlaşılabileceği gibi, birbirinden farklı dizilişler permütasyonla çözülebilir.

Permütasyonla çözülebilen her problem saymanın temel ilkesi ile çözülebilir.

Örnek...1 :

A = { a, b, c } kümesinin elemanlarının bütün permütasyonlarını yazınız.

a, b, c , ab, ac, bc, ba, ca, cb,

abc, cba, bac, bca, cab, acb

Örnek...2 :

P(n, 3) = 720 ise n değeri kaçtır?

$\frac{n!}{(n-3)!} \Rightarrow \frac{n!\cdot(n-1)!\cdot(n-2)!\cdot\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)}!}$

$n!\cdot(n-1)!\cdot(n-2)!=720$

10 9 8

$n=10$

Örnek...3 :

P(n+3, 2) = 72 ise P(n, n) kaçtır?

$\frac{(n+3)!}{(n+1)!}=72 \quad \frac{(n+3)\cdot(n+2)\cdot\cancel{(n+1)!}}{\cancel{(n+1)}!}=72$

$n^2+5n+6=72$

$n^2+5n-66=0$

n -6

n +11

$n=6$

$P(6,6)!=6!$

$=720$

Örnek...4 :

4.P(n, 2) = P(2n, 2) − 22 ise n değeri kaçtır?

$4\cdot\frac{(n\cdot(n-1))\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = \frac{2n\cdot(2n-1)\cdot\cancel{(2n-2)!}}{\cancel{(2n-2)!}}-22$

$4\cdot(n^2-n) = 4n^2-2n-22$

$\cancel{4n^2}-4n=\cancel{4n^2}-2n-22$

$22=2n$

$11=n$

Örnek...5 :

A = { a, b, c, d, e, f } kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde,

a) a harfi bulunur?

$P(6,4)=\frac{6!}{2!}=360$ $P(5,4)=\frac{5!}{1!}=120$ a olmayan

$360-120=240$

b) c bulunmaz fakat a bulunur?

a _ _ _

a/c

$P(4,3)=4\cdot3\cdot2=24$

$=24\cdot4=96$

c yok $\Rightarrow P(5,4)=120$

A yok, C yok $\Rightarrow P(4,4)=24$

$120-24=96$

c) a veya c bulunur?

$\Rightarrow \frac{4!}{0!}=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$

$360-P(4,4)$ a yok, c yok

$=360-24$

$=336$

Örnek...6 :

A ={1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

$P(6,3)=\frac{6!}{(6-3)!}=\frac{6!}{3!}$

$=6\cdot5\cdot4=120$

çarpma ilkesi

$\frac{a}{1.iş} \; \frac{b}{2.iş} \; \frac{x}{n.iş} = \frac{\text{beraber}}{a.b..x}$

1 zar, 1 para = $\frac{6}{zar} \cdot \frac{2}{para} = 12$

Örnek...7 :

5 arkadaş yan yana durarak fotoğraf çektirecektir. Bu arkadaşlar kaç değişik poz verebilir?

$5!$

kız ve erkek olasılıkları var.

Örnek...8 :

4 kız ve 4 erkek aynı cinsiyetten iki kişi yan yana olmamak üzere uzun bir masada yemek yiyeceklerdir. Kaç farklı biçimde oturabilirler?

$4!.4! = \underset{4}{K}\ \underset{4}{E}\ \underset{3}{K}\ \underset{3}{E}\ \underset{2}{K}\ \underset{2}{E}\ \underset{1}{K}\ \underset{1}{E}$

+

$4!.4! = E\ K\ E\ K$ ya da $E\ K\ E\ K$

$4!.4!$

$= 2.4!.4!$

Örnek...9 :

3 edebiyat, 5 felsefe ve 7 tarih kitabı bir rafa yan yana kaç farklı şekilde dizilebilir?

$3+5+7=15$

$15!$

Örnek...10 :

Kalınlıkları farklı 6 kitap bir rafa yan yana dizilecektir.

a) Kaç değişik biçimde dizilebilirler?

$6!$

b) En ince 2 kitap yan yana gelecek biçimde kaç değişik şekilde dizilebilirler?

$5!.2!$

c) En ince 2 kitap yan yana gelmeyecek biçimde kaç değişik şekilde dizilebilirler?

$720-240=480$

Örnek...11 :

Farklı 4 matematik, 5 fizik ve 3 kimya kitabı bir rafa

a) Kaç farklı biçimde

$4+5+3=12$

$12!$

b) Matematik kitapları yan yana olmak üzere

4 M → tek kitap gibi

$9!.4!$

c) Aynı tür kitaplar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde sıralanabilir?

$3!.4!.5!.3!$

hepsi kendi içinde farklı

Örnek...12 :

4 portre ile 6 natürmort resim bir sergide yan yana olacak şekilde aynı duvara asılacaktır. Portrelerin herhangi ikisinin yan yana gelmemesi koşuluyla resimler kaç farklı şekilde sergilenebilir?

_ N _ N _ N _ N _ N _ N _

$P(7,4) = \frac{7!}{3!} = 7.6.5.4 = 840$

$\frac{6!.7!}{3!}$

$840.6!$

Örnek...13 :

A ={1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların kaç tanesinde 3 rakamı 5 rakamının solunda bulunur? rakam tekrarsız

tüm $5! = 120$

yarısı 60

yarısında solunda yarısında sağındadır

_ 1 _ 3 4 5 _

(1,2,4) yerleştir

$\underset{ilk}{3}\ \underset{sonra}{4}\ \underset{en\ son}{5} = 60$

Örnek...14 :

A={1,2,3,4,5,6}

kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan üç basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse 452 baştan kaçıncı sırada olur?

1 5 4 → 20
2 → 20
3 → 20
60

4 1 (4) → 4
4 2 (4) → 4
4 3 (4) → 4
12

4 5 1 → 73.
4 5 2 → 74.

www.matbaz.com

DEĞERLENDİRME – 1

1) P(n,4) = 30 . P(n,2) eşitliğini sağlayan n kaçtır?

$\frac{\cancel{n.(n-1)}.(n-2).(n-3).\cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = 30 . \frac{\cancel{n.(n-1)}.\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}}$

$(n-2).(n-3) = 30$
$6 . 5$
$n = 8$

2) Yedi kişinin katıldığı 100 metre yarışında ilk 3 derece kaç farklı şekilde oluşabilir?

$(7,3) = \frac{7!}{7-3!} = \frac{7!}{4!}$

$= 7.6.5$
$= 210$

3) Batuhan, Buğra, İlker, Meltem ve Alitamer 5 kişilik bir sıraya.

a) Kaç farklı biçimde oturabilirler?

$5!$

b) Batuhan ile Meltem yan yana olmak üzere kaçdeğişik biçimde oturabilirler?

$4! . 2!$

4) A = {1, 2, 3, 4, 5,6,7} kümesinin üçlü permütas-yonlarının kaç tanesinde 3 bulunur 5 bulunmaz?

3 yok → (6,3) $\frac{6!}{3!} = 6.5.4$

3, 5 yok → (5,3) $\frac{5!}{2!} = 5.4.3$

120 − 60 = 60

5) Selin ile Merve'nin de aralarında bulunduğu n kişi düz bir sıraya oturacaklardır. Selin ile Merve'nin yan yana olmadığı 480 farklı dizilim olduğuna göre, n kaçtır?

$\underbrace{\boxed{S+M}}_{1 \text{ kişi}} + (n-2) = (n-1)$ kişi

tüm − yan yana

$n! - (n-1)! . 2 = 480$

$6! - (6-1)! . 2 = 480$

$720 - (120 . 2) = 480$

$n = 6$

6) 5 kız, 3 erkek öğrenci bir sırada yan yana oturacaklardır. Kızlar kendi aralarında, erkekler kendi aralarında da oturmak koşuluyla kaç farklı biçimde oturabilirler?

$2! . 5! . 3!$

7) 4 Matematik öğretmeni ve 4 Fizik öğretmeni aynı dersin öğretmenleri yan yana gelmemek koşuluyla kaç farklı şekilde düz bir sıra halinde fotoğraf çektirebilirler?

M F M F M F M F

$4! . 4!$

+

F M F M F M F M

$4! . 4!$

$= 2 . 4! . 4!$

8) Burak , Ceyda ve Meltem'in de aralarında bulunduğu 7 kişilik bir kantin sırasında

a) Burak en fazla kaç durumda Ceyda'nın önündedir?

~~Hüma~~ 7 6

$\frac{7!}{2!} = 7.6.5.4.3$

b) Burak en fazla kaç durumda Ceyda'nın önünde ama Meltem'in arkasında olabilir?

. X . M . B . C .

$\frac{7!}{3!} = 7.6.5.4$

9) A={0,1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan dört basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse ~~ortada~~ medyan kaç olur?

10) A ={1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların kaç tanesinde asal rakamlar soldan sağa artan sırada bulunur?

$5! = 120$

2 _ _ _ _
3 _ _ _
5 _ _ _

$\frac{5!}{3!} = 5.4 = 20$

_ 1 _ 3 _ 5 _

4.5

11) 1,2,3,4,5,6,7 sayılarıyla en az iki basamağındaki sayılar aynı olan 4 basamaklı kaç farklı sayı yazılır?

7 7 7 7 − 7 6 5 4

12) "salih" kelimesinin harfleri yer değiştirilerek 5 harfli kelimeler yazılırsa silah kelimesi alfabetik sırada baştan kaçıncı olur?

(ah~~ils~~ 1. sıradadır)

a _ _ _ _ 4!
h _ _ _ _ 4!
i _ _ _ _ 4!
l _ _ _ _ 4!

$4.4! = 96$

s a _ _ _ 3!
s h _ _ _ 3!

$2.3! = 12$

$96 + 12 = 108$

s i a h l
s i a l h
s i h a l
s i h l a
s i l a h

$108 + 5 = 113.$

ada → ada, daa, aad

$\frac{3!}{2!}$

TEKRARLI (YİNELEMELİ) PERMÜTASYON

n tane nesneden bazılarının yer değiştirmesi, değişik bir sıralanma oluşturmayabilir.

n nesnenin n_1 tanesi 1. çeşitten, n_2 tanesi 2.çeşitten, n_3 tanesi 3. çeşitten n_k tanesi de k. çeşitten olsun.
$n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ olmak üzere bu n nesnenin permütasyonlarının (dizilişlerinin) sayısı $\frac{n!}{n_1!.n_2!...n_k!}$ dir.

tümü farklı olsa

↳ tekrarlar hesaba katılınca

Örneğin ADA kelimesinin harflerinin yerleri değişmesi sonucu 6 farklı sıralama yerine 3 farklı sıralama elde edilir.

Örnek...1 :

Özdeş 3 mavi , 4 kırmızı ve 5 yeşil kalem bir sırada yan yana kaç farklı biçimde dizilir?

$\frac{12!}{3!.4!.5!}$

Örnek...2 :

"MATEMATİK" sözcüğündeki harfler yer değiştirildiğinde, anlamlı ya da anlamsız 9 harfli kaç değişik yazılış olur?

$\frac{9!}{2!2!2!}$

Örnek...3 :

8,7,7,6,6,3 rakamları ile 6 ile başlayıp 3 ile biten
a) 6 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
b) 5 basamaklı kaç sayı yazılabilir?

a) $\frac{4!}{2!}$ 8 (7,7) 6

$\cancel{6}$ — — — — $\cancel{3}$

4!

b) $\cancel{6}$ — — — $\cancel{3}$

8 dışarda 7,7,6 → 3!/2!
7 dışarda 8,7,6 → 3!
6 dışarda 8,7,7 → 3!/2!

6 + 3 + 3 = 12

2 4 3 2 1 1
(6,6) (3)

$\frac{2.4!}{2!.2!}$
(6,6) (7,7)

2 3 2 1 1
(6,6) (3)

12

Örnek...4 :

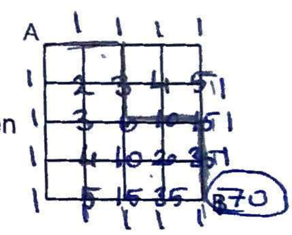
BEMBEYAZ kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek yazılabilen anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kelimelerin kaç tanesinde B harflerini E harfleri takip eder? (B ve E harfleri arasına başka harf girmiyor)

$\boxed{BE}$ $\boxed{BE}$ M Y A Z
2

$\frac{6!}{2!} = 360$

Örnek...5 :

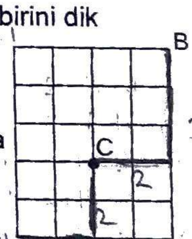
Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, , B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



$\frac{8!}{4!.4!} = \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1}$

= 70

ii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, C'ye uğramak koşuluyla, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

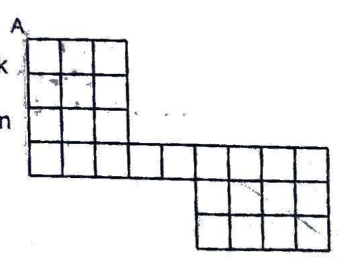


B–C → $\frac{5!}{3!.2!} = \frac{120}{12} = 10$

C–A → $\frac{4!}{2!2!} = \frac{24}{4} = 6$

10 . 6 = 60

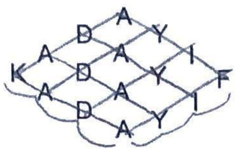
iii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A'dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



?

Örnek...6 :

Soldaki k harfinden başlayıp komşu harfleri takip ederek sağdaki f harfiyle bitecek şekilde "kadayıf" kelimesi kaç farklı şekilde okunabilir?



$\frac{6!}{3!3!}$

20

Örnek...7 :

Bir para 8 kez atıldığında üçünün tura olduğu kaç farklı durum vardır?

T T T Y Y Y Y Y

$\frac{8!}{3!5!}$

Örnek...8 :

32002423 sayısının rakamlarının yeri değiştirilerek 8 basamaklı 0 3202423

$7!$

a) kaç sayı yazılabilir?

2 yolu $\leftarrow \frac{6.7!}{2!2!3!}$ | $\frac{8!}{2!2!3!} - \frac{7!}{3!2!}$

b) kaç farklı tek sayı yazılabilir?

5 6 5 4 3 2 1 2 (3,3)

$\frac{5.6!.2}{2!2!3!}$

c) kaç farklı çift sayı yazılır?

a–b

Örnek...9 :

1,2,3,4,5,6,7 rakamlarıyla yazılacak 7 basamaklı rakam tekrarsız sayıların kaç tanesinde çift sayılar soldan sağa artan sıradadır.

_ _ 2 _ 4 _ 6

4.5.6.7 = 840

$\frac{7!}{3!}$

1 × 3 × 5 × 7

$\frac{7!}{3!}$

Örnek...10 :

5 özdeş oyuncak üç çocuğa hepsini ver

a) kaç farklı biçimde verilebilir?

5 0 0 → $\frac{3!}{2!} = 3$
4 1 0 → $3! = 6$
3 2 0 → $3! = 6$
1 1 3 → $\frac{3!}{2!} = 3$
2 2 1 → $\frac{3!}{2!} = 3$

21

A B C

|| ★ || ★ |

7

$\frac{7!}{2!5!} = 21$

b) her çocuk en az bir oyuncak alacaksa kaç farklı biçimde verilebilir?

1 1 3
1 3 1
3 1 1 → $\frac{3!}{2!} = 3$

2 2 1
2 1 2
1 2 2 → $\frac{3!}{2!} = 3$

= 6

A B C

||||| | ★ ★ | → 212
|| ★ ★ → 311

4

$\frac{4!}{2!2!} = 6$

Örnek...11 :

Bir pastanede 5 çeşit pasta bulunmaktadır 10 tane pasta almak isteyen biri her çeşitten en az bir tane almak koşuluyla kaç farklı seçim yapar

A B C D E

|| ★ || ★ | ★ ★

|||||||||

$\frac{9!}{5!.4!} = \frac{9.8.7.6}{4.3.2.1}$

$= 63.2$

$= 126$

Örnek...12 :

Rakamları toplamı 8 olan kaç farklı 3 basamaklı sayı vardır?

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

A B C

||||||| ★ |||| ★ |||

$\frac{9!}{7!2!} = \frac{9.8}{2} = 36$

Sıra önemli değil!

Permütasyon: sıralama $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

Kombinasyon: seçme $C(n,r)$ ya da $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

SAYMA VE OLASILIK-4
KOMBİNASYON

KOMBİNASYON

n tane nesnenin r tanesinin seçimine n elemanın r li kombinasyonları denir ve $C(n,r)$ veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$$C(n;r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!.r!} \qquad (r\leq n)$$

1) $\binom{n}{n}=\binom{n}{0}=1$ $\quad$ ★ $C(n,r)=\binom{n}{r}$

2) $\binom{n}{n-1}=\binom{n}{1}=n$

3) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$ $\quad$ $\binom{n}{r}=\binom{n}{p}$ → $r=p$ $\binom{8}{2}=\binom{8}{2}$ → $n=p+r$ $\binom{10}{3}=\binom{10}{7}$

4) $\binom{n}{a}=\binom{n}{b}$ ise a=b ya da a+b=n dir.

5) $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots+\binom{n}{n}=2^n$

★★ ★ 6) $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}$ $\quad$ $\binom{5}{3}+\binom{5}{4}=\binom{6}{4}$

7) $P(n;r)=C(n;r).r!$

Örnek...1 :
A = { x, y, z} kümesinin 2 elemanlı kombinasyonları ile 2 elemanlı permütasyonlarını karşılaştırınız.

$C=\frac{3!}{1!\,2!}=3 \qquad P=(3,2)=\frac{3!}{1!}=6$

$\frac{P}{C}=\frac{6}{3}=2$

Örnek...2 :
$\binom{n}{2}=3.\binom{n}{n-1}$ olduğuna göre, n kaçtır? $\quad \binom{n}{1}$

$\frac{n!}{(n-2)!\,2!}=3.\frac{n!}{1!\,(n-1)!} \rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-2)!}=3.2$

$n-1=6$

$n=7$

Örnek...3 :
$\binom{n}{3}=\binom{n}{6}$ olduğuna göre, n kaçtır?

$n=p+r$

$n=6+3$

$9=n$

Örnek...4 :
$\binom{8}{3}=\binom{8}{n-1}$ ise n' nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

$3=n-1 \qquad 3+n-1=8$

$n=4 \qquad n=6 \qquad \boxed{6.4=24}$

Örnek...5 :
$\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{8}{7}+\binom{9}{8}+\binom{10}{9}+\binom{11}{10}$

toplamının sonucu kaçtır?

$\binom{7}{5} \rightarrow \frac{7!}{2!\,5!}=\frac{7.6}{2}=21$

$21+15+20+10=66$

Örnek...6 :
$\binom{x}{4}+\binom{x}{5}+\binom{x+1}{6}=\binom{15}{y}$

ise x+y kaç olabilir?

$\binom{x+1}{5}+\binom{x+1}{6}=\binom{15}{y}$

$\binom{x+2}{6}=\binom{15}{y}$

$x=13$, $y=6$, $13+6=19$

$x=13$, $y=9$, $13+9=22$

Örnek...7 :
A = { x, y, z, t } kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$C(4,2)=\frac{4!}{2!\,2!}=\frac{4.3.2.1}{4}$

$=6$

Örnek...8 :
7 elemanlı bir kümenin en çok 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$\binom{7}{0}+\binom{7}{1}+\binom{7}{2}+\binom{7}{3}+\binom{7}{4}+\binom{7}{5}$

$2^7-\left(\binom{7}{6}+\binom{7}{7}\right)=128-8=120$

$7+1=8$

Örnek...9 :
9 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$\binom{9}{2}+\binom{9}{3}+\binom{9}{4}+\binom{9}{5}+\binom{9}{6}+\binom{9}{7}+\binom{9}{8}+\binom{9}{9}$

$2^9-\left(\binom{9}{0}+\binom{9}{1}\right)=512-10=502$

$1+9$

www.matbaz.com

Örnek...10 :

7 kişi arasından en az 3 kişilik kaç komisyon oluşturulabilir?

$\binom{7}{3}+\binom{7}{4}+\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{7}{7}$

$2^7-\left(\binom{7}{0}+\binom{7}{1}+\binom{7}{2}\right)=128-29=99$

$1+7+21$

$\frac{7!}{5!2!}=\frac{7.\cancel{6}^3}{\cancel{2}}=21$

Örnek...11 :

A = {a, b, c, d, e, f} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde $\boxed{20}$

$C(6,3)=\frac{6!}{3!3!}=\frac{\cancel{6}.5.4}{\cancel{3.2}}$

i) b bulunur?

$C(5,3)=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5.\cancel{4}^2}{\cancel{2}.1}=10$

$20-10=10$

ii) c bulunmaz?

$C(5,3)=\frac{5!}{2!3!}=10$

a, ~~b~~, ~~c~~, d, e, f

iii) b bulunur, c bulunmaz?

$C(5,3)=10$

$C(4,3)=4$

$10-4=6$

b __ __

$C(4,2)=\frac{4!}{2!2!}=6$

iv) b ve c bulunur?

b c __

a, ~~b~~, ~~c~~, d, e, f

$C(4,1)=\frac{4!}{3!1!}=4$

v) b veya c bulunur?

$C(4,3)=4$

$20-4=16$

Örnek...12 :

Bir öğrenciden 10 soruluk bir sınavda 6 soruyu yanıtlaması isteniyor. İlk 4 sorudan en az 3 tanesini yanıtlamak zorunda ise bu öğrenci kaç farklı biçimde yanıt verebilir?

ilk 4 → 3
kolon → 3

ilk 4 → 4
kolon → 2

$\binom{4}{3}\cdot\binom{6}{3}+\binom{4}{4}\cdot\binom{6}{2}=95$

$4\cdot 20=80$

$1\cdot 15=15$

Örnek...13 :

Bir okulda 6 seçmeli dersten 2 tanesi aynı saatte okutulmaktadır. 3 ders seçmek isteyen bir öğrenci kaç değişik biçimde seçim yapabilir?

AB, 1 2 3 4

$\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{2}+\binom{2}{0}\cdot\binom{4}{3}\Rightarrow 2.6+1.4$

$=16$

Örnek...14 :

~~a~~, b, c, d, ~~e~~, t harfleri ile biri sesli ikisi sessiz, 3 farklı harfli kaç sözcük oluşturulabilir?

$\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{2}\cdot 2!\rightarrow 2.6.6$

$=72$

Örnek...15 :

8 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir. Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

$\binom{8}{4}\cdot\binom{4}{1}=70.4$

$=280$

$\frac{\cancel{8}.7.\cancel{6}.5}{\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}.1}=70$

$\frac{4!}{3!1!}=4$

Örnek...16 :

Bir otelde iki yataklı bir, üç yataklı iki oda boştur. 8 kişi bu odalara kaç farklı biçimde yerleştirilebilir?

8 yatak

$\frac{8!}{2!6!}=\frac{\cancel{8}^4.7}{\cancel{2}}=28$

$\frac{6!}{3!3!}=\frac{\cancel{6}.5.4}{\cancel{6}}$

$\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}$

$28.20.1=560$

Örnek...17 :

a>b>c olmak koşulu ile kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

$\frac{10.\cancel{9}^3.\cancel{8}^4}{\cancel{3}.\cancel{2}.1}$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

321
320

$\binom{10}{3}=120$

her üç rakam için
1 seçerek

DEĞERLENDİRME – 1

1) $\binom{12}{2}+\binom{12}{3}+\binom{13}{4}+\binom{14}{5}=?$

$\binom{13}{3}+\binom{13}{4} \rightarrow \binom{14}{4}+\binom{14}{5}$

$\rightarrow \binom{15}{5} = \frac{15!}{10!\,5!} = \frac{\cancel{15}.\cancel{14}.13.\cancel{12}.11}{\cancel{5}.\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 13.21.11$

2) 6 kız ve 5 erkek arasından 2 si kız 3 ü erkek 5 kişilik bir grup kızlar ayrılmamak koşuluyla yuvarlak bir masada kaç farklı şekilde yemek yiyebilir?

$\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{3} = 15 \cdot 10 = 150$

kızlar $\rightarrow 150 \cdot 4 = 600$ erkekler $\rightarrow 3$

E _ E _ E _ $600 \cdot 3 = 1800$

3) A = {a, b, c, d, e} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde $C(5,3) = 10$

i) b veya c bulunur?

$C(3,3) = 1$

$10 - 1 = 9$

ii) b ya da c bulunur?

b _ _ + c _ _

$\binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 3+3$
$= 6$

iii) c veya d bulunmaz?

$C(3,3) = 1$

4) a<b<c olmak koşulu ile kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

$\cancel{0}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

123
234

$\binom{9}{3} = \frac{9!}{6!\,3!} = \frac{\cancel{9}.\cancel{8}.7}{\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 84$

5) Bir toplantıda 20 kişi, her biri diğerleriyle bir kez tokalaşmak koşuluyla kaç farklı şekilde tokalaşabilir?

$\binom{20}{2} = \frac{20!}{18!\,2!} = \frac{\cancel{20}^{10}.19}{\cancel{2}}$

$= 190$

6) 5 elemanlı alt kümeleri ile 6 elemanlı alt kümeleri birbirine eşit olan bir kümenin 10 elemanlı alt kümeleri sayısı kaçtır?

$\binom{n}{5} = \binom{n}{6}$ $n = 5+6$
$= 11$

7) 10 kişilik bir grupta A ve B kişileri birlikte aynı takımda oynamak istediklerine göre, 5 kişilik kaç farklı takım oluşturulabilir?

A B _ _ _

$\binom{8}{3} = \frac{8.7.\cancel{6}}{\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 56$

8) Farklı 6 tane oyuncak iki kardeşe her birine en az bir tane vermek koşuluyla kaç değişik şekilde verilebiliyor?

$\frac{6.5}{2.1} = 15$ $\frac{\cancel{6}.5.4}{\cancel{3}.\cancel{2}.1}$ $\frac{6.5}{2} = 15$

A	B	
1	5	$\rightarrow \binom{6}{1}\cdot\binom{5}{5} = 6.1 = 6$
2	4	$\rightarrow \binom{6}{2}\cdot\binom{4}{4} = 15.1 = 15$
3	3	$\rightarrow \binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3} = 20.1 = 20$
4	2	$\rightarrow \binom{6}{4}\cdot\binom{2}{2} = 15.1 = 15$
5	1	$\rightarrow \binom{6}{5}\cdot\binom{1}{1} = 6.1 = 6$

+
62

→ n noktadan en çok $\binom{n}{2}$ doğru geçer.
→ n noktadan en az 1 doğru geçer.
→ n noktadan en çok $\binom{n}{3}$ üçgen geçer.
→ n doğru en çok $\binom{n}{2}.1$ noktada kesişir.

→ n çember en çok $\binom{n}{2}.2$ noktada kesişir.
→ n nokta en çok $\binom{n}{3}$. düzlem belirtir.
→ n nokta en az 0 düzlem belirtir.
→ n elips en çok $\binom{n}{2}.4$ noktada kesişir.

en az

ŞEKİLLİ KOMBİNASYON SORULARI

ÖZELLİK 1

Herhangi üçü doğrusal olmayan n noktadan en fazla $\binom{n}{2}$ tane doğru geçer.

Örnek...18 :
Bir çember üzerinde bulunan 9 noktadan en fazla kaç doğru geçer?

$\binom{9}{2} = \frac{9.\cancel{8}4}{\cancel{2}} = 36$

ÖZELLİK 2

Herhangi üçü doğrusal olmayan n noktadan en fazla $\binom{n}{3}$ tane üçgen oluşabilir.

Örnek...19 :
Bir çember üzerinde bulunan 8 noktayı köşe kabul eden en fazla kaç üçgen çizilebilir?

$\binom{8}{3} = \frac{8.7.\cancel{6}}{\cancel{3.2}.1} = 56$

ÖZELLİK 3

Herhangi ikisi paralel olmayan n doğru en fazla $\binom{n}{2}$ tane noktada kesişir.

Örnek...20 :
Bir çember üzerinde bulunan 5 noktadan geçen doğrular çizildiğinde en fazla kaç kesim noktası oluşabilir?

$\binom{5}{2} = \frac{5.4}{2} = 10$ $\binom{10}{2} = \frac{\cancel{10}5.9}{\cancel{2}} = 45$

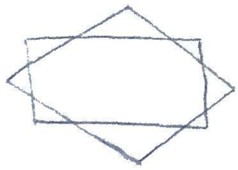
ÖZELLİK 4

Yarıçapları aynı olmayan n tane çember en fazla $\binom{n}{2}.2$ tane noktada kesişir

Örnek...21 :
Yarıçapları farklı 4 çember en çok kaç noktada kesişebilir?

$\binom{4}{2}.2 = 6.2$
$= 12$

Örnek...22 :
Farklı 4 elips en çok kaç noktada kesişebilir?



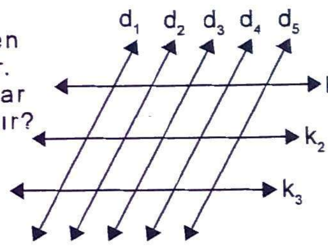
$\binom{4}{2}.4 = 24$

ÖZELLİK 5

Birbirine paralel n doğru ile bunları kesen ve birbirine paralel olan m tane doğrudan en fazla $\binom{n}{2}.\binom{m}{2}$ paralelkenar elde edilir.

Örnek...23 :

Şekilde kesişmeyen doğrular paraleldir. Oluşan paralelkenar sayısı en çok kaçtır?



$\binom{5}{2}.\binom{3}{2}$
$= 10.3 = 30$

Örnek...24 :
Aynı düzlem üzerinde birbirine paralel olmayan 12 doğru vardır. Buna göre,

a) Bu doğrular en fazla kaç noktada kesişir?

$\binom{12}{2} = \frac{\cancel{12}6.11}{\cancel{2}} = 66$

b) Bu doğrulardan 4ü bir noktadan geçtiğine göre, en fazla kaç noktada kesişirler?

$66 - \binom{4}{2} + 1 = 61$

c) Bu doğrulardan 4ü bir A noktasında, bunlardan farklı 3 tanesi de bir B noktasında kesiştiğine göre, en fazla kaç noktada kesişirler?

A B

$\binom{12}{2} - \binom{4}{2} - \binom{3}{2} + 1 + 1$

$\frac{\cancel{12}6.11}{\cancel{2}} - 6 - 3 + 1 + 1 = 59$

ÖZELLİK 6

Uzayda, üçü bir doğru üzerinde bulunmayan n nokta $\binom{n}{3}$ sayıda düzlem belirtir.

Örnek...25 :
Uzayda, üçü bir doğru üzerinde bulunmayan 6 nokta kaç düzlem belirtir?

$\binom{6}{3} = \frac{\cancel{6}.5.4}{\cancel{3.2.1}} = 20$

DEĞERLENDİRME – 2

1) Bir çember üzerinde bulunan 9 nokta vardır. Köşeleri bu noktalardan seçilen üçgenler içerisinden belli bir nokta tüm üçgenlerin bir köşesi ise bu şekilde kaç üçgen vardır?

1 nokta seçilebi 2 kaldı

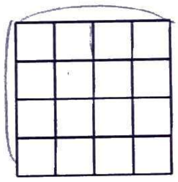
$\binom{8}{2} = \frac{8.7}{2}$

$= 28$

2) Düzlemde bulunan 10 doğru en çok kaç noktada kesişebilirler?

$\binom{10}{2} = \frac{\cancel{10}^{5}\,9}{\cancel{2}} = 45$

3) Şekilde 1 birim karelik 16 adet kare vardır. Şekilde toplam kaç kare vardır?



$4.4 + 3.3 + 2.2 + 1.1$

$= 16 + 9 + 4 + 1$

$= 30$

4) 5 tanesi d_1 doğrusu üzerinde, 3 tanesi d_1 doğrusuna paralel bir d_2 doğrusu üzerinde olan 8 farklı nokta kaç üçgen oluşturur?

$\binom{8}{3} - \binom{3}{3} - \binom{5}{3}$

$= 56 - 1 - 10$

$= 45$

5) 8 farklı çemberin kesişmelerinden en fazla kaç nokta oluşur?

$\binom{8}{2}.2 = 28.2$

$= 56$

6) Farklı 4 yamuk en çok kaç noktada kesişebilir?

? 0

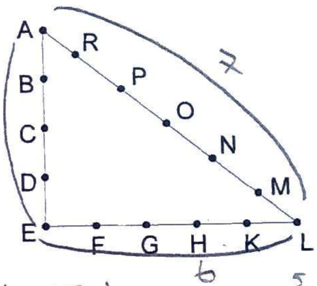
$\binom{4}{2}.8 = 6.8$

$= 48$

b) kaç doğru geçer

$\binom{15}{2} - \binom{5}{2} - \binom{6}{2} - \binom{7}{2} + 1 + 1 + 1$

7) Şekildeki üçgen üzerinde 15 nokta vardır. Bu noktaları köşe kabul eden en fazla kaç farklı üçgen vardır? 5



$\binom{15}{3} - \binom{5}{3} - \binom{6}{3} - \binom{7}{3}$

$= 455 - 10 - 20 - 35$

$= 390$

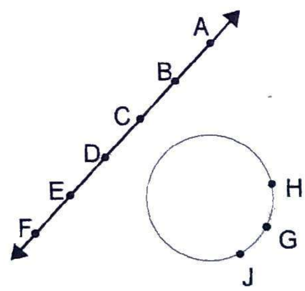
$\frac{15.14.13}{3.2.1} =$

$\frac{5.4}{2} = 10$

$\frac{6.5.4}{3.2.1} = 20$

$\frac{7.6.5}{3.2.} = 35$

8) Yandaki şekilde A, B, C, D, E, F bir doğru H, G, J ise bir çemberin üzerindedir. Buna göre, bu noktalar ile kaç farklı üçgen çizilebilir?

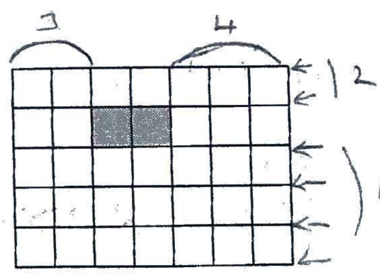


$\binom{6}{1}.\binom{3}{2} + \binom{3}{1}.\binom{6}{2} + \binom{3}{3}$

$6.3 + 3.15 + 1 = 18 + 45 + 1$

$= 64$

9) Şekilde taralı bölgeyi kapsayan kaç tane dikdörtgen vardır?



$\binom{4}{1}.\binom{3}{1}.\binom{4}{1}.\binom{2}{1}$

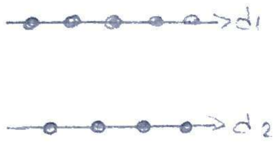
$= 4.3.4.2$

$= 96$

16 32 × 3 = 96

www.matbaz.com

10) 5 tanesi d_1 doğrusu üzerinde, 4 tanesi d_1 doğrusuna paralel bir d_2 doğrusu üzerinde olan 9 farklı nokta kaç doğru oluşturur?



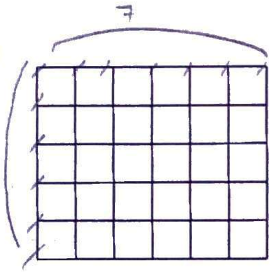
$\binom{9}{2}-\binom{5}{2}-\binom{4}{2}$

$= 36 - 10 - 6$

$= 20$

$\frac{\cancel{9}.\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}} = 36 \qquad \frac{5.4}{2} = 10$

11) Şekilde 1 birim karelik 30 adet kare vardır. Şekilde alanı 1 birim kareden büyük kaç adet dikdörtgen vardır? (Kareler de dahil)



$\binom{7}{2}\cdot\binom{6}{2}$

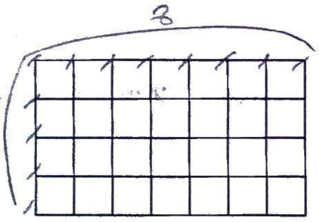
$\frac{7.6}{2} = 21$

$= 21.15$

$= 315$

$\frac{6.5}{2} = 15$

12) Şekil 1 birim karelerle oluşturulmuştur. Şekilde kare olmayan kaç dikdörtgen vardır?



dikdörtgen

$\binom{5}{2}\cdot\binom{8}{2} = 10.28$

$\frac{{}^{4}\cancel{8}.7}{\cancel{2}} = 28 \qquad = 280$

$280 - 60 = 220$

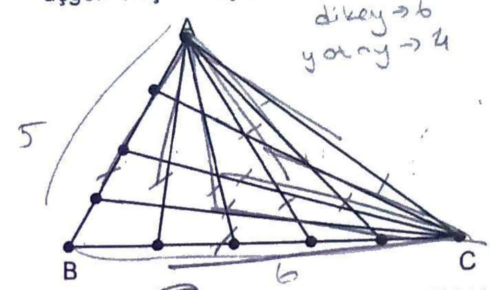
kare

$4.7+3.6+2.5+1.4 = 28+18+10+4$

$= 60$

13) ABC üçgen ise şekildeki doğru parçaları kaç tane üçgen oluşturmuştur?

dikey → 6
yatay → 4



$\frac{10.\cancel{8}^{4}.\cancel{7}}{\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 120$

A)120 B)90 C)110 D) 85 E)115

$\binom{10}{3}-\binom{5}{3}-\binom{6}{3}$

$= 120 - 10 - 20$

$= 90$

$\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{1}+\binom{4}{2}\cdot\binom{5}{1}$

$\underbrace{15.4}_{60} + \underbrace{6.5}_{30}$

$= 90$

14) Bir çember üzerinde bulunan 9 noktadan geçebilecek en çok doğru sayısı yine bu noktalardan oluşturulabilecek en çok üçgen sayısından kaç azdır?

A)36 B)54 C)48 D) 16 E)84

$\binom{9}{3} = \frac{\cancel{9}^{3}.\cancel{8}^{4}.7}{\cancel{3}.\cancel{2}.1} = 84$

$\binom{9}{2} = \frac{9.\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}} = 36$

$84 - 36 = 48$

www.matbaz.com

$(x+y)^2 = (x+y).(x+y)$

$(x+y)^2 = (x+y)^2 . (x+y)$

$(x-y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 - \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 - \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$

$x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

$(2x-3y^2)^3 = \binom{3}{0}(2x)^3 - \binom{3}{1}(2x)^2 . 3y^2 + \binom{3}{2}(2x)^1 . (3y^2)^2 - \binom{3}{3}(3y^2)^3$

$= 8x^3 - 3.4x^2.3y^2 + 3.2x.9y^4 - 3y^6$

SAYMA VE OLASILIK-5

BİNOM AÇILIMI VE PASCAL ÜÇGENİ

BİNOM AÇILIMI : $(x+y)^n$ açılımıdır.

x, y birer reel sayı ve n doğal sayı olmak üzere,

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + ... + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

eşitliğinin sağ tarafına binom açılımı denir.

Örnek...1 :

Aşağıdaki ifadeleri açarak yazınız.

$x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2 = \binom{2}{0}x^2y^0 + \binom{2}{1}x^1y^1 + \binom{2}{2}x^0y^2$

$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 \quad (m+n)^3 = \binom{3}{0}m^3n^0 + \binom{3}{1}m^2n^1 + \binom{3}{2}m^1n^2 + \binom{3}{3}m^3n^0$

$(k-y)^3 = \binom{3}{0}k^3(-y)^0 + \binom{3}{1}k^2(-y)^1 + \binom{3}{2}k^1(-y)^2 + \binom{3}{3}k^0(-y)^3$

$k^3 - 3k^2y + 3ky^2 - y^3$ $\quad - \quad + \quad -$

ÖZELLİKLER

$(a+b)^n$ açılımında

1) (n+1) tane terim vardır.

2) Açılım a'nın azalan b nin artan kuvvetlerine göre yazılmıştır.

Örnek...2 :

$k+1=24$

$k=23$

x'in azalan için x solda olmak zorunda

$(1+2x)^k$ açılımında 24 terim vardır. x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 3. terimin derecesi kaçtır?

$(2x+1)^{23} \Rightarrow \binom{23}{2}(2x)^{21}.1^2$

$= \binom{23}{2}.(2x)^{21}.1 \rightarrow$ 21.derece

3) Açılımda baştan (r+1). terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir.

Örnek...3 :

$(x+2)^{10}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

$(x+2) \rightarrow \binom{10}{6}.x^4.2^6$

Örnek...4 :

$(3x+5)^{14}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

$(3x+5) \rightarrow \binom{14}{6}.(3x)^8.5^6$

Örnek...5 :

$(2x-\frac{1}{x})^9$ açılımında baştan 5. terimin katsayısı ne olur?

$\binom{9}{4}.(2x)^5.\underbrace{\left(-\frac{1}{x}\right)^4}_{+}$

$\binom{9}{4}.2^5$

Örnek...6 :

$(3x-4)^{14}$ açılımında terimleri baştan 9. terimin katsayısı ne olur?

$\binom{14}{8}.(3x)^6.(-4)^8$

$\binom{14}{8}.3^6.4^8$

Örnek...7 :

$(x+2y)^9$ açılımında terimleri y nin artan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 4. terimin katsayısı ne olur?

$\binom{9}{3}.x^6.(2y)^3$

$\binom{9}{3}.2^3$

Örnek...8 :

$(3-2x)^8$ açılımında terimleri x^4 lü terimin katsayısı nedir?

$\binom{8}{4}.3^4.(-2x)^4 \Rightarrow \binom{8}{4}.3^4.2^4 = \binom{8}{4}.6^4$

www.matbaz.com

$(5x^3-3y^2)^4 = \binom{4}{0}(5x^3)^4 - \binom{4}{1}(5x^3)^3.3y^2 + \binom{4}{2}(5x^3)^2.(3y^2)^2 - \binom{4}{3}(5x^3).(3y^2)^3 + \binom{4}{4}(3y^2)^4$

$= 625x^{12} - 125x^9.3y^2 + 25x^6.9y^4 - 5x^3.27y^6 + 81y^8$

Örnek...9 :
$(x+y)^{11}$ açılımında x^5 li terim nedir?

$\binom{11}{6} \cdot x^5 \cdot y^6 = 462 \cdot x^5 \cdot y^6$

$\binom{11}{r} \cdot x^{11-r} \cdot y^r = x^5$

$11-r=5$
$6=r$

$= 462$

Örnek...10 :
$(x+2y)^{10}$ açılımında bir terim $k.x^5.y^n$ ise k+n kaçtır? $r=5$ $n=5$

$\binom{10}{r} x^{10-r} \cdot (2y)^r = k \cdot x^5 \cdot y^n$

$k = \binom{10}{5} \cdot x^5 \cdot (2y)^5 = \binom{10}{5} \cdot 2^5$

$\binom{10}{5} \cdot 2^5 + 5$

Örnek...11 :
$\left(2x+\frac{1}{x}\right)^8 = \ldots+k.x^4+\ldots$ ise k kaçtır?

$\binom{8}{r} \cdot (2x)^{8-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = k \cdot x^4$

$\frac{x^{8-r}}{x^r} = x^{8-2r}$

$8-2r=4$
$4=2r$
$2=r$

$k = \binom{8}{2} \cdot 2^6$

Örnek...12 :
$\left(3x-\frac{1}{x}\right)^{12} = \ldots+k+\ldots$ ise k kaçtır? (k x den bağımsızdır)

$\binom{12}{r} \cdot (3x)^{12-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = k$

$-\frac{x^{12-r}}{x^r} = k$

$(-x)^{12-2r} = k\,x^0$

$r=6$

$k = \binom{12}{6} \cdot 3^6$

4) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$ olduğu için baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları eşittir.

5) Katsayılar toplamını bulmak için tüm değişkenler yerine 1 yazılır. Sabit terimi bulmak için yazılabildiği durumda değişkenler yerine 0 yazılır; yazılamadığı durumlarda ise terim açılımında kuvveti 0'a eşitleriz.

Örnek...13 :
$(5x-2y)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

$(5.1-2.1)^6 = 3^6$

Örnek...14 :
$(5x-2y-z)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

$(5.1-2.1-1)^6 = 2^6$

Örnek...15 :
$(x+y+2)^8$ nin açılımındaki sabit terim nedir?

$(0+0+2)^8 = 2^8$

Örnek...16 :
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim ne olur?

$A = \binom{16}{8}$

$\binom{16}{r} \cdot x^{16-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = A \cdot x^0$

$\frac{x^{16-r}}{x^r} = x^{16-2r} = A \cdot x^0$

$16-2r=0$
$16=2r$
$8=r$

Örnek...17 :
$\left(3x^2-\frac{1}{2x}\right)^9$ açılımında sabit terim ne olur?

$2.(9-r) = 18-2r$

$\binom{9}{r} \cdot (3x)^{18-2r} \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right)^r = A \cdot x$

$-\frac{x^{18-2r}}{x^r} = (-x)^{18-3r} = A \cdot x^0$

$18-3r=0$
$18=3r$
$6=r$

$A = \binom{9}{6} \cdot 3^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6$

6) $(a+b)^n$ ifadesinin açılımında bir terimin sondan terim numarası ile baştan terim numarası toplamı (n+2) olur.
Sondan terimler sorulduğunda terimlerin yerleri değiştirilerek de sorunun çözümüdüşünülebilir

www.matbaz.com

$(x+y)^n$ açılımında
→ baştan terim no + sondan terim no = n+2

$(x+y)^{34}$ → baştan 9. terim → sondan 27. terim → a+9=36
→ sondan 21. terim → baştan 16. terim → a+21=36

Örnek...18 :

$(2x+1)^{13}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 3. terim ne olur?

I. $(1+2x)^{13} = \binom{13}{2} \cdot 1^{11} \cdot (2x)^2$

II. $(2x+1)^{13}$ $3+a=15$, $a=12$ $\binom{13}{11} \cdot (2x)^2 \cdot 1^{11}$

Örnek...19 :

$(x^3-2y)^{10}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 7. terim ne olur?

I. $(-2y+x^3)^{10} = \binom{10}{6} \cdot (2y)^4 \cdot x^{18}$

II. $(x^3-2y)^{10}$ $7+a=12$, $a=5$ $\binom{10}{4} \cdot x^{18} \cdot (2y)^4$

7) n=2k ise açılımda ortanca terim vardır.

Örnek...20 :

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

$16 = 2r$, $8 = r$ $\binom{16}{8} \cdot x^8 \cdot \frac{1}{x^8}$

$= \binom{16}{8}$

Örnek...21 :

$(x^2-3y)^8$ ifadesi açıldığında ortadaki terim kaçtır?

$8 = 2r$, $4 = r$ $\binom{8}{4} \cdot x^8 \cdot (3y)^4$

8) $(a+b)^n$ nin açılımındaki katsayılar kombinasyon yerine pascal üçgeni kullanılarak da bulunabilir.

PASCAL ÜÇGENİ

1	←	1
1 1	←	2
1 2 1	←	4
1 3 3 1	←	8
1 4 6 4 1	←	16
1 5 10 10 5 1	←	32
1 6 15 20 15 6 1	←	64
1 7 21 35 35 21 7 1	←	128

Yukarıdaki Pascal üçgeninden yararlanarak aşağıdaki ifadelerin açılımlarının katsayılarını yazabiliriz.

$(x+y)^0=1$ (Piramitin tepesindeki sayı)
$(x+y)^1=1.x+1.y$ (Piramitin 2. satır sayıları)
$(x+y)^2=1.x^2+2.xy+1.y^2$ (Piramitin 3. satır sayıları)
$(x+y)^3=1.x^3+3.x^2y+3.xy^2+1.y^3$
$(x+y)^4=1.x^4+4.x^3y+6.x^2y^2+4.xy^3+1.y^4$

Örnek...22 :

$(2x+y)^4$ ifadesinin açık şeklini Pascal üçgenini kullanarak yazınız?

$(2x+y)^4 = 1.(2x)^4 + 4.(2x)^3.y + 6.(2x)^2.y^2 + 4.2x.y^3 + y^4$

$= 16x^4 + 32x^3y + 24x^2y^2 + 8xy^3 + y^4$

Örnek...23 :

$y = x^3+6x^2+12x+12$

olduğuna göre, x'in y türünden eşiti ?

$y = (x+2)^3 + 4 \Rightarrow y-4 = (x+2)^3$

$\sqrt[3]{y-4} = x+2$

sabit terim $= (0+2)^3 = 8$

$12-8=4$

$x = \sqrt[3]{y-4} - 2$

Örnek...24 :

$y = x^4+8x^3+24x^2+32x+13$

olduğuna göre, x'in y türünden eşiti ?

$y = (x+2)^4 - 3 \Rightarrow y+3 = (x+2)^4$

$\sqrt[4]{y+3} = x+2$

sabit terim $= (0+2)^4 = 16$

$x = \sqrt[4]{y+3} - 2$

$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$

$\sqrt{5} = 5^{1/2}$

$7^{4/5} = \sqrt[5]{7^4}$

$(x^m)^n = x^{mn}$

$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

DEĞERLENDİRME

$n=7$

1) $(x-2y)^n$ ifadesinin açılımda terim sayısı 8 ise katsayılar toplamı kaçtır?

$(1-2)^7=-1$

2) $(2x-1)^{10}$ açılımında baştan 6. terimin kat sayısının sondan 3. terimin katsayısına oranı kaçtır?

$r+1=6$
$r=5$

$$\frac{-\binom{10}{5}\cdot 2^5}{\binom{10}{2}\cdot 2^2}=$$

$(-1+2x)^{10}$
$\binom{10}{2}\cdot 1^8\cdot 2x^2$

3) $(x-y)^{10}$ açılımı x in artan kuvvetlerine göre düzenlendiğinde baştan 3. terimin katsayısının sondan 4. terimin katsayısına oranı kaçtır?

$(-y+x)$

$$\frac{\binom{10}{2}}{-1\cdot\binom{10}{3}}=-\frac{45}{120}=-\frac{9}{24}=-\frac{3}{8}$$

$(x-y)^{10}$
$\binom{10}{3}$

$\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}$

4) $(3x-2y)^9=\ldots+A.x^k.y^t+\ldots$ ise k+t kaçtır?

$\binom{9}{r}\cdot(3x)^{9-r}\cdot(-2y)^r=A\cdot x^k\cdot y^t$

5) $\left(2x^3-\frac{3}{2x^2}\right)^9$ açılımı yapıldığı sabit terim kaç olur?

$\binom{9}{r}\cdot 2^{9-r}\cdot x^{27-3r}\cdot\left(\frac{-3^r}{2^r\cdot x^{2r}}\right)=A\cdot x^0$

$x^{27-5r}=x^0$
$r=\ldots$

sobit terim yok

6) $\binom{x}{6}+\binom{x}{7}=\binom{13}{6}$ ise $\binom{x}{0}+\binom{x}{1}.9+\binom{x}{2}.9^2+\ldots+\binom{x}{x}9^x$ sayısı kaç basamaklıdır?

$x+1=13$
$x=12$

$(9+1)^{12}=10^{12}=13$ basamaklı

7) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$ açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

$2k=10$
$k=5$

$\binom{10}{5}$

8) $\left(\frac{x^3.y-x.y^3}{xy^2}\right)^8=\ldots+A.x^k.y^6$ ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

$$\frac{\cancel{xy}\cdot(x^2-y^2)}{\cancel{xy}\cdot y}$$

$\frac{x^2}{y}-\frac{y^2}{y}$

$=\frac{x^2}{y}-y$

$\binom{8}{r}\cdot\left(\frac{x^{16-2r}}{y^{8-r}}\right)\cdot(-y)^r=A\cdot x^k\cdot y^6$

$\frac{A}{k}=\frac{\binom{8}{6}}{4}=\frac{28}{4}=7$

$\frac{8\cdot 7}{2}=28$

9) $(\sqrt[3]{2}-\sqrt{2})^{20}=a+b\cdot\sqrt{2}+c\cdot\sqrt[3]{2}$ eşitliğinde a,b ve c tam sayılardır. Buna göre a kaçtır?

$\binom{20}{r}\cdot(\sqrt[3]{2})^{20-r}\cdot(-\sqrt{2})^r$

$\binom{20}{r}\cdot 2^{\frac{20-r}{3}}\cdot 2^{\frac{r}{2}}=a+b.2^{1/2}+c.2^{1/3}$

10) $(x+y+z)^8$ açılımında kaç tane x^4 ' lü terim bulunur?

$\binom{8}{r}\cdot x^{8-r}\cdot(y+z)^r=k\cdot x^4$

$8-r=x^4$
$r=4$

$r+1=n$
$4+1=5$

5 terim.

11) $(x+y+z)^8$ açılımında $x^2.y^3z^k$ lı terimin katsayısı A ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

$\binom{8}{r}\cdot(x+y)^{8-r}\cdot z^r=x^2\cdot y^3\cdot z^k$

$(x+y)^{8-r}=\binom{8-r}{r}\cdot x^{8-2r}\cdot y^r=x^2y^3$

$8-2r=2$
$6=2r$
$3=r$

$\binom{8}{3}\cdot x^2\cdot y^3\cdot z^3$ $\quad k=\binom{8}{3}$

OLASILIK (İHTİMALLER HESABI)

Olasılık kavramı ilk önceleri şans oyunları ile başlamıştır. Örneğin bir oyunda kazanıp kazanmama, bir paranın atılmasıyla tura gelip gelmemesi gibi. Bu gün bu kavramın birçok uygulanma alanları vardır.

OLASILIK HESABININ TEMEL KAVRAMLARI

DENEY : (E)

Tanımsızdır. Para atmak, zar atmak gibi. Tekrarlanabilen, farklı tekrarında farklı sonuçlar elde edilebilen süreçler birer deney olarak düşünülür.

ÇIKTI:

Deneyde karşılaşılabilecek her bir sonuçtur. (Örnek nokta)
Örneğin zar atıldığında 3 çıktılardan biridir.

ÖRNEK UZAY:

Bir deneyde çıkabilecek tüm sonuçların oluşturduğu kümeye , örnek uzay denir ve E ile gösterilir. Örneğin para atılması deneyinde E={Yazı, Tura} kümesidir.

Örnek...1 :

Bir madeni para atılması deneyinde çıktılar (örnek noktalar) Yazı(Y) ve Tura (T) ve örnek uzay E ={Y,T},
bir zar atma deneyinde çıktılar 1,2,3,4,5,6 ve örnek uzay E={ 1,2,3,4,5,6} olur.

4.OLAY :

Örnek uzayın her bir alt kümesine denir.

A= {2}

A = zarda 2 gelmesi

Örnek...2 :

Hilesiz iki zar atma deneyinin bütün çıktılarını aşağıdaki tabloya yazınız.

zar 1 \ zar 2	1	2	3	4	5	6
1	{1,1}	{1,2}	{1,3}	{1,4}	{1,5}	{1,6}
2	{2,1}	{2,2}	{2,3}	{2,4}	{2,5}	{2,6}
3	{3,1}	{3,2}	{3,3}	{3,4}	{3,5}	{3,6}
4	{4,1}	{4,2}	{4,3}	{4,4}	{4,5}	{4,6}
5	{5,1}	{5,2}	{5,3}	{5,4}	{5,5}	{5,6}
6	{6,1}	{6,2}	{6,3}	{6,4}	{6,5}	{6,6}

tümü = 6.6 = 36

Tabloya göre İki zar atma deneyinde üst yüze aynı sayıların gelme olayı A olayı ise
A= {(1,1), (2,2), ... (6,6)}

A OLAYININ TÜMLEYENİ

A olayının çıktılarının dışında kalan ve örnek uzayın diğer bütün çıktılarını içeren olaya A olayının tümleyeni denir ve A' ile gösterilir.

KESİN OLAY VE İMKANSIZ OLAY :

Boş kümeye olanaksız olay, E örnek uzayına da kesin olay denir.
Bir zar atıldığında 7 den küçük gelmesi kesin olay, 6 dan büyük gelmesi imkansız olaydır

NOT

n para atılmasında s(E)= 2^n

n zar atılmasında s(E)= 6^n

k para ve m zarın atılması deneyinde

s(E)= $2^k \cdot 6^m$

Örnek...3 :

Farklı üç para atılıyor.

a) Örnek uzayı belirtiniz. s(E)=?

$E = 2^3 = 8$ {TYT, YTY, YYY, TTT...}

b) En çok bir paranın tura gelmesi olayını yazınız.

$\underbrace{YYY}_{0\ tura}$, $\underbrace{YYT, TYY, YTY}_{1\ tura}$ → $\frac{3!}{2!} = 3$

2 zar atılsın toplamın en az 7 olma olasılığı

≥ 7 $\frac{21}{36}$

2 zar

toplam	durum sayısı
2	1
3	2
4	3
5	4
6	5
7	6
8	5
9	4
10	3
11	2
12	1

EŞ OLASI OLAYLAR .

$s(A)=s(B)$

A,B eş olay

Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara eş olası olaylar denir.
Örneğin bir zar atma deneyinde asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı eş olası olaylardır.

AYRIK OLAYLAR

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olaylarına ayrık olaylar denir.

Kısaca bir zar atıldığında tek sayı gelme olayı ile çift sayı gelme olayı gibi aynı anda gerçekleşmeyen olaylara ayrık olaylar deriz .

EŞ OLUMLU ÖRNEK UZAY

$E=\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ ve
$P(e_1)= P(e_2)= \dots =P(e_n)$ oluyorsa E örnek uzayına eş olumlu örnek uzay denir.
Yani bir deneyde her bir çıktının olasılığı birbirine eşitse bu örnek uzaya eş olumlu örnek uzay denir. (deney hilesizdir)
E eş olumlu örnek uzayının bir olayı A ise A olayının olma olasılığı P(A) ile gösterilir.

$$P(A)=\frac{s(A)}{s(E)}=\frac{\text{istenen durumlar}}{\text{tüm durumlar}}$$

olacak şekilde hesaplanır.

1. $A \subset E \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$ (gerçekleşmesi ve gerçekleşmemesi)
2. $P(E) = 1$
3. $A, B \subset E$ ve $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B)=P(A)+P(B)$
4. Kesin olayın olasılığı 1, imkansız olayın olasılığı 0 dır.

Örnek...4 :

Bir zar atıldığında $\{1,2,3,4,5,6\}$

a) Tek sayı gelmesi

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) Asal sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

$P(A)=\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Örnek...5 :

$\{1,2,3,4,5,6\}$

İki zarın birlikte atılması deneyinde

a) Toplamlarının 5 gelmesi (2+3, 1+4)

$P(A)=\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) zarların aynı gelmesi

$\{1,1\}$ $\{4,4\}$
$\{2,2\}$ $\{5,5\}$
$\{3,3\}$ $\{6,6\}$

$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) ikisinin de tek sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

$\{1,1\}, \{1,3\}, \{1,5\}$
$\{3,1\}, \{3,3\}, \{3,5\}$
$\{5,1\}, \{5,3\}, \{5,5\}$

$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

$\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{1}$

Örnek...6 :

A = { 1,2,3,4,5,6,7 } kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp bir kutuya konuyor. Kutudan bir kart çekiliyor. Bu kartta yazılı kümenin 3 elemanlı bir küme olma olasılığı nedir?

tüm $= 2^7$

istenilen $=\binom{7}{3} = \frac{7.\cancel{6}.5}{\cancel{3!}} = 35$

$P(A) = \frac{35}{128}$

UYARI

Eş olası olmayan durumda her bir çıktının olasılığı eşit olmak zorunda değildir.

Örnek...7 :

Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle doğru orantılıysa bu zar atıldığında 4 den büyük gelme olasılığı nedir?

tüm $= k+2k+3k+4k+5k+6k=21k$

istenilen $= 5k+6k = 11k$

$P(A) = \frac{11\cancel{k}}{21\cancel{k}} = \frac{11}{21}$

UYARI

Bir olayın tümleyeni , o olayın sonuçları dışında kalan sonuçlar kümesidir.

A olayının tümleyeni A' ise

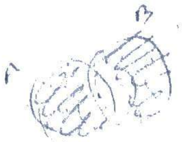
P(A) + P(A') = P(E) = 1 dir.

Örnek...8 :

Üç para atıldığında en az bir tura gelme ihtimali nedir?

$2^3 - 1 = 7$ $P(A) = \frac{7}{8}$

Y Y Y = 1



Örnek...9 :

Bir zar atıldığında tek sayı gelmesi olayı A ve çift sayı gelme olayı B ise A ve B ayrık olaylardır.

UYARI

A ve B olayları ayrık olaylar ise

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ → boş kümeyse

A ve B olayları ayrık olaylar değil ise

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

olarak hesaplanır. $P(A) + P(A') = 1$

Örnek...10 :

A, B ve olaylarının olasılıkları

$P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(A \cap B)=\frac{1}{5}$

olarak veriliyor.
İstenen olayların olasılıklarını bulunuz?

a) $P(A') = \frac{2}{3}$ b) $P(B') = \frac{3}{4}$

c) $P(A \cup B)$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5} = \frac{20+15-12}{60} = \frac{23}{60}$

d) $P(A \cap B') = P(A-B)$ $A = (A-B) \cup (A \cap B)$ $A-(A\cap B) = (A-B)$

$\frac{1}{3}-\frac{1}{5} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15}$

e) $P(A' \cup B') = P(A \cap B)'$

$P(A \cap B) + P(A \cap B)' = 1$ $P(A \cap B)' = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{5} + P(A \cap B)' = 1$

Örnek...11 :

Üç takımlı bir ligde karşılaşan A,B,C takımlarının şampiyon olma olasılıkları sırası ile x,2x ve 3x tir. Bu ligde A veya C nin şampiyon olma olasılığı nedir?

$P = \frac{4x}{6x} = \frac{2}{3}$

Örnek...12 :

Bir sınıftaki öğrencilerin 20 tanesi erkek ve 10 tanesi kızdır. Erkeklerin 5 i, kızların 6 sı mavi gözlüdür. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız veya mavi gözlü olması olasılığı nedir?

10 kız + 5 e.

$\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

DEĞERLENDİRME

1) A, B ve olaylarının olasılıkları $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(A \cap B)=\frac{1}{5}$ olarak veriliyor $P(A' \cap B')$ olasılığı kaçtır?

$(A \cup B)' + (A \cup B) = 1$

$(A \cup B) = \frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5} = \frac{23}{60}$

$(A' \cap B') = \frac{60-23}{60} = \frac{37}{60}$

2) 34 kişilik bir sınıfda, gözlüklü kız öğrenci sayısı 12' dir. Gözlüksüz erkeklerin sayısı gözlüksüz kızların sayısının 4 katı ve erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katından 11 eksik ise sınıftan seçilecek bir öğrencinin gözlüksüz kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

	K	E
Gözlüklü	12	13-2x 7
Gözlüksüz	x 3	4x 12

$K + E = 34$

$2(12+x) - 11 = 24 + 2x - 11$

$= 13 + 2x$

$13 + 2x - 4x = 13 - 2x$

$12 + 3x + 13 = 34$

$3x = 9$

$x = 3$

$P = \frac{3}{34}$

3) A = { 1,2,3,4} için AxA kümesinden seçilecek bir ikilide bileşenlerin eşit olma olasılığı kaçtır?

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4)

$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

4) Hilesiz iki zar atıldığında toplamın 7 den büyük gelme olasılığı kaçtır?

7 — 6
8 — 5
9 — 4
10 — 3
11 — 2
12 — 1

15

$\frac{\text{istenilen}}{\text{tüm}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

5) Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle ters orantılıysa bu zar atıldığında 4 den küçük gelme olasılığı kaçtır?

1 → 6
2 → 5
3 → 4
4 → 3
5 → 2
6 → 1

$P = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$