

Trigonometri, matematiğin ,bir üçgenin kenarları ve açıları arasındaki ilişkiler ve hesaplamalarla ilgilenen dalıdır. Tasarım, mimari ve mühendislik hesaplarında sıklıkla iki nokta arasındaki mesafenin hesaplanması, çizimlerde trigonometrik oranların kullanılması (kabaca dik üçgende belirli kenarların oranları diyebiliriz) gerekmektedir.

AÇI

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** ; bu ışınlara **açının kenarları (kolları)** ; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.

$[OB \cup [OA = \widehat{AOB}$

Açıyı kenarlarının yazılış sırasına göre iki değişik biçimde okuyarak yönlendiririz

1. POZİTİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönünün tersi takip edilerek ulaşıyorsa bu açiya pozitif yönde yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{AOB}$ 'nın yönü pozitiftir.

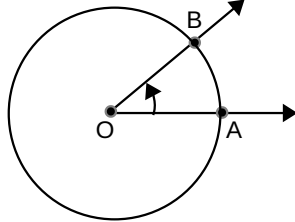
2. NEGATİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönü takip edilerek ulaşıyorsa bu açiya negatif yönde yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{BOA}$ 'nın yönü negatiftir.

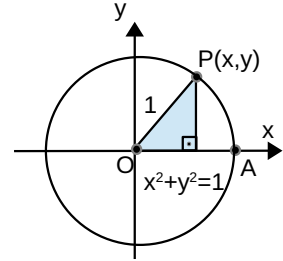
YÖNLÜ YAYLAR

O merkezli bir çember çizelim. Çember üzerindeki herhangi A ve B noktaları ve bu noktalar arasındaki noktaları birleştirerek AB yayını oluşturalım. AB yayının yönü olarak AOB açısının yönü alınır. Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan AB yayının yönü pozitif olur. Burada, A noktası yay başlangıç, B ise yay bitim noktasıdır.



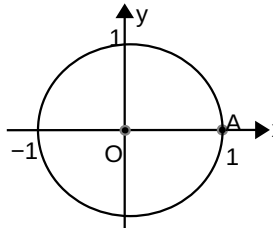
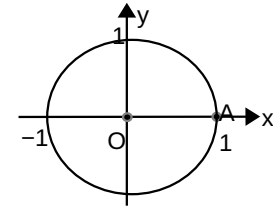
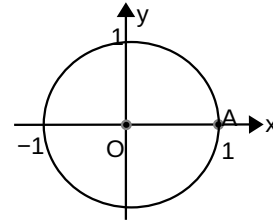
BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi $O(0,0)$ noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** (trigonometrik çember) denir.



Örnek...1 :

Birim çemberde standart konuma yerleştirilmiş (yay başlangıç noktası (1,0) noktası ve dönme yönü pozitif yön) ölçüleri 120° , 480° ve -240° olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



Açıyı ölçmek demek açının kolları arasındaki açıklığı belirtmek demektir.

DERECE ÖLÇÜ BİRİMİ

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören ; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.

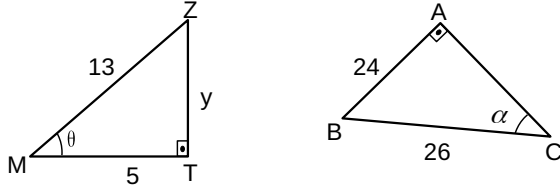
Derece ölçü birimi dışında radyan ve grad olmak üzere iki farklı açı ölçü birimi kullanılmaktadır.

TRİGONOMETRİK ORANLAR

Trigonometrik oranlar, bir açıya ilişkin sabitlerdir.

Benzer üçgenlerde bir dar açıya göre kenar uzunlukları oranı değişmez.

Örnek...2 :



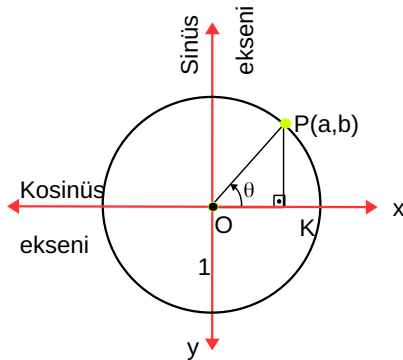
Şekilde verilenlere göre

- eksik uzunlukları bulunuz.
- üçgenler benzer midir? Açıklayınız
- θ ve α arasındaki ilişkiyi belirtiniz.
- tabloyu doldurunuz.

	Oranlar		
	$\frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{hipotenüs}}$	$\frac{\text{komşu dik kenar}}{\text{hipotenüs}}$	$\frac{\text{karşı}}{\text{komşu}}$
θ			
α			

BİR AÇININ KOSİNÜS VE SİNÜS DEĞERLERİ

Merkezi orjin ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir.



Standart pozisyonda (Köşesi orjinde ,bir kolu x eksen ve yönü pozitif yönü) ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde yay bitim noktası $P(a,b)$ ise $\cos(\theta)=a$ ve $\sin(\theta)=b$ olarak tanımlanır.

O_x eksenine kosinüs eksen
 O_y eksenine ise sinüs eksen denir

OKP dik üçgeninde $\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1$

90° 'den büyük açılarda işaretlere dikkat etmek gerekir.

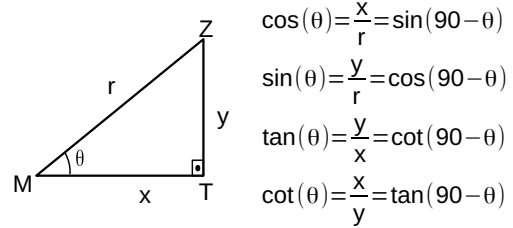
Örnek...3 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- a) $\sin 90$ b) $\cos 135$ c) $\sin 150$ d) $\cos 150$

DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORANLAR

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ olmak üzere



Ayrıca $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$ ve $\cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ bağıntıları elde edilir.

Tümle açılar arası ilişkilere dikkat ediniz. (Örneğin $\cos 20 = \sin 70$, $\cot 80 = \tan 10$ gibi)

Sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant olarak isimlendirilen oranların her biri birer trigonometrik orandır.

TRİGONOMETRİ CETVELİ

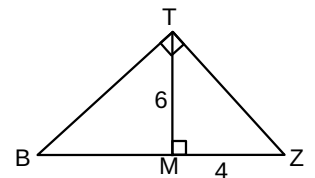
Her dik üçgen özel (15–30–45 v.b) gibi özel açılara sahip olamayacağından belirli açılar dışındaki açıların trigonometrik oranlarını bulamayız, bunun için önceden hazırlanmış Trigonometri cetveli hesaplamalar için kullanılır.

Tablonun bir kısmı aşağıdadır.

Derece	Cos	Sin	Cot	Tan
0	1	1	—	0
1	0,9998	0,01745	57,2900	0,0175
2	0,9994	0,03499	28,6361	0,03492
3	0,9986	0,0523	19,0811	0,0524
4	.	.	.	.

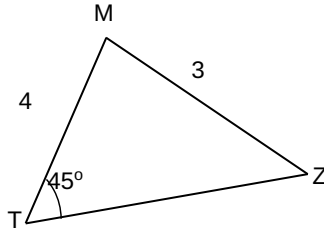
Örnek...4 :

Yanda TBZ bir dik üçgen ,
 $m(\widehat{TMZ}) = 90^\circ = m(\widehat{BTZ}) = 90^\circ$
 $|TM| = 6\text{br}$, $|MZ| = 4\text{br}$ ise
 $\cos(\widehat{TBM})$ kaçtır?

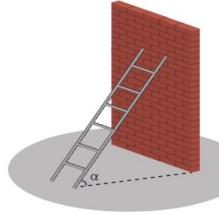


Örnek...5 :

Şekilde MTZ bir üçgendir.
 $m(\hat{T})=45^\circ$ $|TM|=4br$, $|MZ|=3br$, olduğuna göre $\tan(Z)$ kaç olabilir?

**Örnek...6 :**

Şekilde boyu 5 m olan merdiven duvara dayalı olarak durmaktadır. $\sin \alpha = 0,6$ olduğuna göre, merdivenin zemine değdiği noktanın duvara olan uzaklığı kaç cm dir?

**Örnek...7 :**

x dar bir açı olmak üzere, $\tan(x) = \frac{7}{24}$ ise $\cos(x) - \cot(x)$ kaçtır?

Örnek...8 :

x dar bir açı olmak üzere, $\cos(x) = \frac{2}{3}$ ise $\sin^2(x) - \tan^2(x)$ kaçtır?

Örnek...9 :

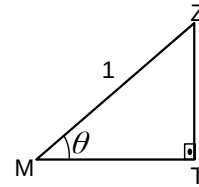
$\sin x + \cos x = 0,7$ olduğuna göre, $\sin x \cdot \cos x$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...10 :

θ (teta) dar bir açı olmak üzere, $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ olduğunu gösteriniz.

Yol gösterme

Aşağıda hipotenüsü 1 birim verilmiş dik üçgenin dik kenar uzunluklarını θ açısının trigonometrik oranları türünden ifade ediniz. Sonra üçgenin tüm kenarlarını birbirine bağlayan bir özdeşlik yazınız.

**Örnek...11 :**

θ (teta) dar bir açı olmak üzere,

a) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

b) $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$ özdeşliklerini gösteriniz.

Örnek...12 :

$\tan x + \cot x = m$ ise $\tan^2 x + \cot^2 x$ m türünden nedir?

Örnek...13 :

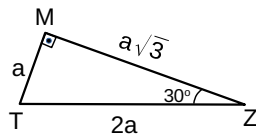
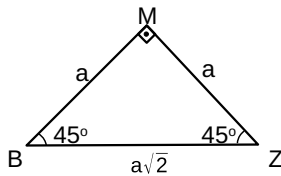
$\tan x - \cot x = 5$ ise $\tan x + \cot x$ ifadesinin eşiti kaç olabilir?

Örnek...14 :

$\frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek...15 :

Değerleri üçgenleri kullanarak bulunuz



$$\cos 45 =$$

$$\cos 30 =$$

$$\cos 60 =$$

$$\sin 45 =$$

$$\sin 30 =$$

$$\sin 60 =$$

$$\tan 45 =$$

$$\tan 30 =$$

$$\tan 60 =$$

$$\cot 45 =$$

$$\cot 30 =$$

$$\cot 60 =$$

Örnek...16 :

$$\sqrt{2} \cdot (\tan 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cot 30^\circ \cdot \sin 45^\circ) = ?$$

Örnek...17 :

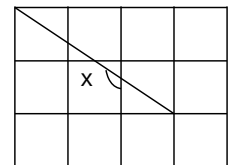
$\sin 135^\circ + \cos 135^\circ + \tan 135^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...18 :

$\sin(180^\circ - x)$, $\cos(180^\circ - x)$, $\tan(180^\circ - x)$, $\cot(180^\circ - x)$ ifadelerinin özdeşlerini yazınız. ($0^\circ < x < 90^\circ$)

Örnek...19 :

Eş kareler kullanılarak elde edilen şekildeki x açısı için, $\tan x$ kaçtır?



DEĞERLENDİRME

1. x dar bir açı olmak üzere $\frac{3 \sin x - 4 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\cos x$ kaçtır?

2. x dar bir açı olmak üzere

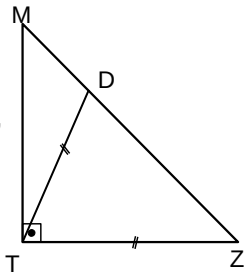
i) $\frac{1 + \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}$

ii) $\frac{1}{1 - \cot x} + \frac{1}{1 - \tan x}$

ifadelerinin en sade halini bulunuz.

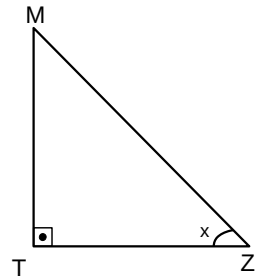
3. $\frac{1 + \cos x}{\sin x} = p$ olduğuna göre $\frac{\tan x \cdot \cos x}{1 - \cos x}$ ifadesinin p türünden eşiti nedir?

4. MTZ bir dik üçgendir.
|TD|=|TZ| Ve
|MD|=9br, |DZ|=8br,
tan(MZT) kaçtır



5. Dik koordinat sistemindeki birim çember üzerinde alınan bir noktanın koordinatları toplamı 1,25 olduğuna göre koordinatları çarpımı kaç olabilir.

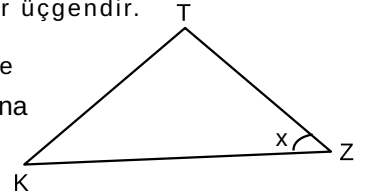
6. MTZ bir dik üçgendir. Şekilde $\sin x = \frac{1}{3}$ |TZ|=12 br ise A(MTZ) kaçtır?



7. KTZ bir ikizkenar üçgendir.

|TK|=|TZ| Şekilde $\cos x = \frac{2}{3}$ olduğuna

göre tan(KTZ) kaçtır?

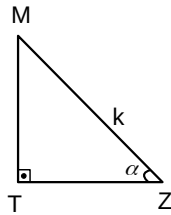


8. x ve y pozitif sayılar, $3x + 4y = 180^\circ$ ve $\cos 2y = \frac{3}{5}$ olduğuna göre $\tan(3x)$ kaçtır?

9. $\cos^2 1 + \cos^2 2 + \cos^2 3 + \dots + \cos^2 90$ işleminin sonucu kaçtır?

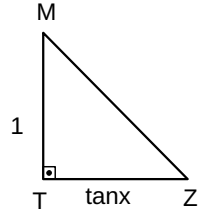
10. $\tan 2 \cdot \tan 4 \cdot \tan 6 \cdot \dots \cdot \tan 88$ işleminin sonucu kaçtır?

11. Şekilde MTZ dik üçgen $|MZ|=k$ br ve $m(\angle Z)=\alpha$ olduğuna göre $|TZ|$ ve $|TM|$ uzunluklarını k türünden bulunuz .



12. $\frac{\cos 72 + \sin 18}{\cos 72} - \frac{\cot 50}{\tan 40 + \cot 40} = 1 + \sin^2 x$ eşitliğinde x kaçtır?

13. Şekilde MTZ dik üçgen $|MT|=1$ br ve $|TZ|=\tan x$ olduğuna göre $|MZ|$ uzunluğunu x türünden bulunuz . ($0 < x < 90$)



14. $\sin 150 + \cos 240 + \tan 315$ işleminin sonucu kaçtır?

15. $P(-0,25, k)$ noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, k 'nın alacağı değerlerin kümesi nedir?

16. $0 < x < 45^\circ$ olmak üzere, $\sin 2x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $\tan x + \cot x$ kaçtır?