

0,999...

YANI DEVRİLİ 9,
TAM OLARAK
1'E EŞİTTİR.

0,999... = 1

→ SONSUZLUKTA BAZI GERÇEKLER DEĞİŞMEZ. ←

“Arada bir fark var!”
Evet... ama o fark,
sonsuzda yok olur.
Matematikte
sonsuzluk,
sezgilerimizi aşar.”

1 KESİRSEL İSPAT (EN SEZGİSEL YÖNTEM)



1/3 kesrinin ondalık karşılığı 0,333...'tür.

Her iki tarafı 3 ile çarpalım:

$$3 \times \frac{1}{3} = 3 \times 0,333... \\ 1 = 0,999...$$

$$0,999... = 1$$



2 CEBİRSEL İSPAT



$x = 0,999...$ olsun.

Her iki tarafı 10 ile çarpalım:

$$10x = 9,999... \\ 10x - x = 9,999... - 0,999... \\ 9x = 9 \\ x = 1$$

$$0,999... = 1$$



3 GEOMETRİK SERİ İSPATI

0,999... sayısını şöyle yazalım:

$$0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + ...$$

Bu bir sonsuz geometrik seridir.

İlk terim $a = 0,9$, ortak oran $r = 1/10$

Sonsuz geometrik serinin toplamı:

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{0,9}{1-1/10} = \frac{0,9}{9/10} = 1$$

$$0,999... = 1$$



4 BİR SAYIYLA FARKI 0'A EŞİT İSPATI



$$1 - 0,999... = ?$$

$$1 - 0,999... = 0,000...$$

Ama 0,000... = 0'dır.

$$\text{Dolayısıyla } 1 - 0,999... = 0$$

ve buradan $0,999... = 1$

$$0,999... = 1$$



5 SIRALAMA (SINIR) ARGÜMANI



0,999... sayısının sonlu kesirli
yaklaşımlarına bakalım:

$$0,9 < 1 \\ 0,99 < 1 \\ 0,999 < 1 \\ 0,9999 < 1 \\ ...$$

Bu sayılar 1'e sonsuza kadar yaklaşır.

Sınır (limit) olarak 1'e eşittir.

Yani $0,999... = 1$

6 KATLARLA İSPAT



Herhangi bir n doğal sayısı için,

$$0,999... \times n = n \times 0,999... = 9,99...9 \text{ (n tane 9)}$$

Ama bu sayı $n - 1 + 0,999...$ 'dur.

Çünkü:

$$n - 1 + 0,999... = n - 1 + 1 = n$$

Dolayısıyla $0,999... \times n = n$

ve $n \neq 0$ ise her iki tarafı n 'ye bölersek:

$$0,999... = 1$$



★ İLGİNÇ BİLGİLER



SONSUZLUKTA SONLU BİR FARK YOK OLUR

$1 - 0,999... = 0,000...$ gibi görünen fark,
sonsuz basamakta "sıfıra" eşittir.

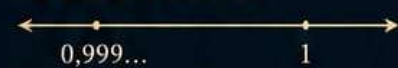


ZİHİN TUZAĞI

Zihnimiz sonlu basamaklara alışkındır.
Oysa matematikte sonsuzluk farklı kurallarla işler.



SAYI DOĞRUSU ÜZERİNDE



0,999... sayısı, sayı doğrusunda tam olarak 1
noktasını gösterir. Aralarında boşluk yoktur.



HESAPLAMALARDA SONUÇ DEĞİŞMEZ

0,999... ile yapılan tüm işlemler, 1 ile yapılan
işlemlerle aynı sonucu verir.



GENELLEME

0,abcabcabc... gibi devreden ondalıklar da
kesirlerle ifade edilebilir ve aynı mantıkla
çalışır.



FELSEFİ BAKIŞ

Bu eşitlik, matematiğin sezgilerimizden bağımsız,
mantık üzerine kurulu olduğunu gösterir.

$$0,999... \\ = \\ 1$$

**SONUÇ: 0,999... = 1 BİR TAHMİN DEĞİL, KESİN BİR GERÇEKTİR.
ÇÜNKÜ MATEMATİK, SEZGİLERİMİZE DEĞİL, MANTIĞA DAYANIR.**



“ Matematikte sonsuzluk,
farkları siler ve gerçeği netleştirir. ”

İyi çalışmalar!