

## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

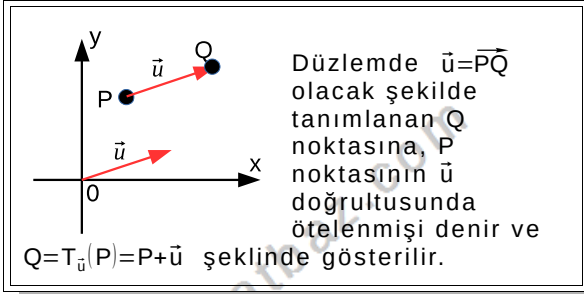
#### ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜ

Bir şeklin hiç değişmeden (boyutları bozulmadan) sağ, sol, yukarı ve aşağı (eksenlere paralel) yönlerde bir vektör doğrultusunda yer değiştirilmesine **öteleme** denir.

#### Örnek...1 :

A(3,5) noktasını 2 br sağa ve 5 br yukarı ötelenmişini bulunuz?

(5,10)



$T_{\vec{u}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  fonksiyonu düzlemin noktalarını  $P \rightarrow T_{\vec{u}}(P)$  düzlemin noktalarıyla eşleyen birebir ve örten fonksiyon olduğundan düzlemin bir dönüşümü adını alır

#### Örnek...2 :

Aşağıda verilen noktaların verilen vektörler doğrultusunda ötelenmişini bulunuz.

A(3,5),  $\vec{u} = (1,4)$  ise  $T_{\vec{u}}(A)$

(4,9)

B(-9,4),  $\vec{u} = (-3,-5)$  ise  $T_{\vec{u}}(B)$

(-12,-1)

C(0,-1),  $\vec{k} = (6,0)$  ise  $T_{\vec{k}}(C)$

(6,-1)

#### Örnek...3 :

A(-3,2) noktasının bir  $\vec{u}$  doğrultusunda ötelenmesiyle B(1,-2) noktası elde ediliyor.  $\vec{u}$  nı bulunuz.

(4,-4)

#### Örnek...4 :

Uç noktaları A(3,-2), B(5,-1) olan [AB] nı  $\vec{u} = (-2,7)$  doğrultusunda öteleyiniz.

(1,5)\*(3,6)

#### Örnek...5 :

$\vec{u} = (-2,3)$  veriliyor. Köşe koordinatları A(0,1), B(-2,4) ve C(4,0) olan ABC üçgenini  $-2 \cdot \vec{u}$  doğrultusunda öteleyiniz.

(4,-5)\*(2,-2)\*(8,-6)

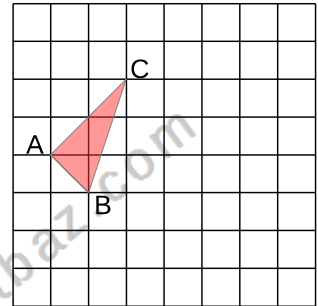
#### Örnek...6 :

$T_{\vec{u}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   $(x,y) \rightarrow (x+4,y-3)$  ötelemesiyle T(6,-11)  $P \rightarrow T_{\vec{u}}(P)$  olan noktayı bulunuz

(2,-8)

#### Örnek...7 :

Şekildeki ABC üçgeninin 4 birim sağa, 2 birim aşağı ötelenmişini bulunuz

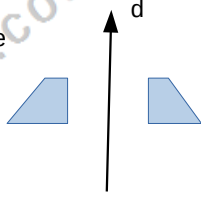


## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

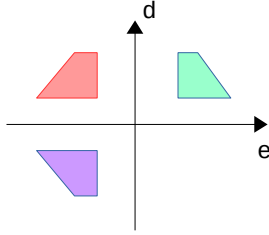
#### YANSIMA

Bir şeklin verilen bir noktaya veya doğruya göre simetriğinin alınmasına yansımaya dönüşümü hareketi denir.  
Bir doğru bir şekli birbirine simetrik iki şekle ayırıyorsa bu doğruya şeklin simetri eksenidir.



#### Örnek...8 :

Şekilde kırmızı dörtgenin d ve e doğrularına göre yansımaları verilmiştir



#### Örnek...9 :

A(-5,9) noktasının x eksenine göre yansımada altındaki görüntüsünü bulunuz?  
(-5,-9)

#### SİMETRİ

A ve B ile aynı doğrultuda , B noktasına A'nın uzaklığı kadar uzaklıkta bulunan A' noktasına , A'nın B ye göre simetriği olan nokta denir.  
Yani B noktası simetrik iki noktanın orta noktasıdır.

A(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>) , B(x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>) ve C(x<sub>0</sub>,y<sub>0</sub>) noktası A ile B noktasının orta noktası ise  
 $x_0 = \frac{x_1+x_2}{2}$  ,  $y_0 = \frac{y_1+y_2}{2}$  olur.

#### Örnek...10 :

A(3,-5) noktasının K(1,4) noktasına göre simetriği olan noktayı bulunuz.  
(-1,13)

#### Örnek...11 :

A(-5,6) noktasının orijine göre simetriği B, B noktasının C noktasına göre simetriği K(-3,-8) ise C noktasının koordinatlarını bulunuz.  
(1,-7)

#### Örnek...12 :

L(-5,6) noktasının B(-1,-2) noktasına göre simetriği K ise L ve K noktaları arası uzaklık kaç birimdir?  
 $8\sqrt{5}$

#### NOKTANIN DOĞRULARA GÖRE SİMETRİKLERİ

##### 1. NOKTANIN EKSENLERE GÖRE SİMETRİKLERİ

A(a,b) noktasının x eksenine göre simetriği A' (a,-b) y eksenine göre simetriği A'' (-a,b) olur

#### Örnek...13 :

A(3,8) noktasının x eksenine göre simetriği B, K(-3,5) noktasının y eksenine göre simetriği G noktası ise |BG| kaç birimdir?  
13

#### Örnek...14 :

Bir K noktasının x eksenine göre simetriği L(-6,4) ise K noktasının y eksenine göre simetriği olan noktanın koordinatları çarpımı kaçtır?  
-24

## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

#### 2. NOKTANIN $X=A$ VE $Y=B$ DOĞRULARINA GÖRE SİMETRİKLERİ

$A(x_1, y_1)$  noktasının  $x=a$  doğrusuna göre simetriği  $A'(2a-x_1, y_1)$  noktasıdır.

$A(x_1, y_1)$  noktasının  $y=b$  doğrusuna göre simetriği  $A''(x_1, 2b-y_1)$  noktasıdır.

##### Örnek...15 :

$A(1,5)$  noktasının  $x=4$  noktasına göre simetriği  $B$ ,  $y=2$  doğrusuna göre simetriği  $C$  noktası ise  $B$  ve  $C$  noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

1

#### 2. NOKTANIN $Y=X$ VE $Y=-X$ DOĞRULARINA GÖRE SİMETRİKLERİ

$A(x_1, y_1)$  noktasının  $y=x$  doğrusuna göre simetriği  $A'(y_1, x_1)$  noktasıdır.

$A(x_1, y_1)$  noktasının  $y=-x$  doğrusuna göre simetriği  $A''(-y_1, -x_1)$  noktasıdır.

##### Örnek...16 :

Dik koordinat düzleminde  $K(4,-2)$  noktasının  $y=x$  e göre simetriği olan nokta ile  $L(-3,2)$  noktasının  $y=-x$  e göre simetriği olan nokta arası mesafe kaç birimdir?

1

#### 3. NOKTANIN DOĞRUYA GÖRE SİMETRİĞİ

$A(x_1, y_1)$  noktasının  $ax+by+c=0$  doğrusuna göre simetriği  $A'(p,q)$  noktası bulunurken  
a) eğimi  $\frac{b}{a}$  olan ve  $A(x_1, y_1)$  noktasından geçen doğrunun denklemi bulunur  
b) bulunan ve verilen doğruların kesim noktası bulunur  
c)  $A(x_1, y_1)$  noktasının kesim noktasına göre simetriği  $A'(p,q)$  noktasıdır.

##### Örnek...17 :

$A(1,2)$  noktasının  $y=2x+1$  doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulunuz

(1/5 , 12/5)

##### Örnek...18 :

$A(0,4)$  noktasının  $y+x-2=0$  doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulunuz

(-2,2)

##### Örnek...19 :

$A(6,2)$  noktasının  $4y-3x-15=0$  doğrusuna göre simetriği  $B$  ise  $|AB|$  kaç birimdir?

10

## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

#### DOĞRUNUN NOKTAYA GÖRE SİMETRİĞİ

$ax+by+c=0$  doğrusunun  $A(p,r)$  doğrusuna göre simetriği  $ax+by+d=0$  doğrusudur. Burada  $d$  sabitini bulmak için verilen doğrunun üzerinde bir nokta alınır ve bu noktaya orta noktası  $A$  olacak bir  $B$  noktası elde edilir.  $B$  noktası  $ax+by+d=0$  doğrusu üzerindedir

#### Örnek...20 :

$2x+3y+6=0$  doğrusunun  $K(-3,2)$  noktasına göre simetriği olan doğruyu bulunuz

$$2x+3y-6=0$$

#### Örnek...21 :

$x-6y+18=0$  doğrusunun  $K(1,2)$  noktasına göre simetriği olan doğruyu bulunuz

$$x-6y+4=0$$

#### DOĞRUNUN DOĞRULARA GÖRE SİMETRİKLERİ

#### 1.DOĞRUNUN PARALEL DOĞRUYA GÖRE SİMETRİĞİ

$ax+by+c_1=0$  doğrusunun  $ax+by+c_2=0$  doğrusuna göre simetriği  $ax+by+c_3=0$  ise  $\frac{c_1+c_2}{2}=c_3$  olur.

#### Örnek...22 :

$2x-3y+5=0$  doğrusunun  $6y-4x+5=0$  doğrusuna göre simetriği olan doğruyu bulunuz.

$$3y-2x+10=0$$

#### 2.DOĞRUNUN KESİŞTİĞİ DOĞRUYA GÖRE SİMETRİĞİ

Verilen bir  $d$  doğrusunun  $e$  doğrusuna göre simetriği  $k$  doğrusu ise  $e$  doğrusu bu doğruların açıortay doğrusu olur

Doğrunun kesiştiği doğruya göre simetriği bulunurken

- kesim noktası bulunur
- eğimlerin eşitliği kullanılır

#### Örnek...23 :

$x+y=4$  doğrusunun  $x-2y-7=0$  doğrusuna göre simetriğini bulunuz

$$y+7x-34=0$$

#### Örnek...24 :

$2x+y=4$  doğrusunun  $x+2y+8=0$  doğrusuna göre simetriğini bulunuz

$$2x-11y=84$$

## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

#### 3. DOĞRUNUN X EKSENİNE (Y=0) DOĞRUSUNA GÖRE SİMETRİĞİ

$ax+by+c=0$  doğrusunun x eksenine göre simetriği  $ax-by+c=0$  doğrusudur

#### 4. DOĞRUNUN Y EKSENİNE (X=0) DOĞRUSUNA GÖRE SİMETRİĞİ

$ax+by+c=0$  doğrusunun y eksenine göre simetriği  $-ax+by+c=0$  doğrusudur

#### Örnek...25 :

$3x-4y+12=0$  doğrusunun eksenlere göre simetrikleri olan doğruları bulunuz

$$3x+4y+12=0, 3x+4y-12=0$$

#### 5. DOĞRUNUN Y=X VE Y=-X DOĞRUNA GÖRE SİMETRİKLERİ

$ax+by+c=0$  doğrusunun  $y=x$  doğrusuna göre simetriği  $ay+bx+c=0$  doğrusudur

$ax+by+c=0$  doğrusunun  $y=-x$  doğrusuna göre simetriği  $-ay-bx+c=0$  doğrusudur

#### Örnek...26 :

$3x-4y+12=0$  doğrusunun  $y=x$  ve  $y=-x$  doğrularına göre simetrikleri olan doğruları bulunuz

$$3y-4x+12=0, 4x-3y+12=0$$

#### 6. DOĞRUNUN X=K VE Y=K DOĞRUNA GÖRE SİMETRİKLERİ

$ax+by+c=0$  doğrusunun  $x=k$  doğrusuna göre simetriği  $a(2k-x)+by+c=0$  doğrusudur

$ax+by+c=0$  doğrusunun  $y=k$  doğrusuna göre simetriği  $x+(2k-y)b+c=0$  doğrusudur

#### Örnek...27 :

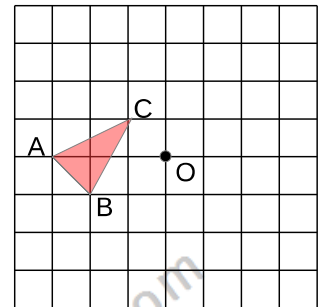
$5x-6y+18=0$  doğrusunun  $y=3$  ve  $x=-4$  doğrularına göre simetrikleri olan doğruları bulunuz

$$5x+6y-18=0, 5x+6y+22=0$$

www.matbaz.com

#### Örnek...28 :

Yanda verilen ABC üçgenin O noktasına göre simetriğini (yansımasını) çiziniz

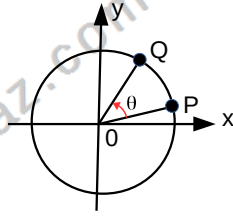


## DÖNÜŞÜMLER

### ÖTELEME , DÖNME

#### DÖNME DÖNÜŞÜMÜ

Düzlemde bir  $P(x,y)$  noktasının  $O$  noktası etrafında  $\theta$  açısı kadar döndürülmesiyle elde edilen nokta



$Q=R_{\theta}(P) = (x \cdot \cos\theta - y \cdot \sin\theta, x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta)$  olur. ( $x+iy$  sayısını  $\cos\theta+i\sin\theta$  ile çarptık)

Burada  $R_{\theta}$  ya dönme dönüşümü denir.

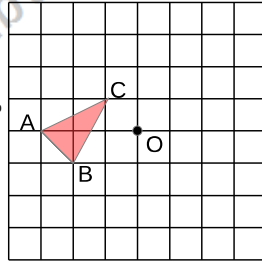
Düzlemin her  $P$  noktası için  $R_{\theta}(P)$  dönmesi yapılabilir.

$T_{\vec{u}}:R^2 \rightarrow R^2$  fonksiyonu düzlemin noktalarını  $P \rightarrow R_{\theta}(P)$  düzlemin noktalarıyla eşleyen birebir ve örten fonksiyon olduğundan düzlemin bir dönüşümü adını alır

Dönme esnasında değişmeyen noktaya dönme merkezi denir

#### Örnek...29 :

Şekildeki üçgenin  $O$  noktası etrafında  
a) pozitif yönde  $90^\circ$   
b) negatif yönde  $180^\circ$  elde edilen görüntüleri çiziniz?



#### Örnek...30 :

Aşağıda verilen noktaları orjin etrafında verilen açılar kadar pozitif yönde döndürülmesiyle elde edilen noktaları bulunuz.

$M(6,0)$   $\theta=30^\circ$

$(3\sqrt{3}, 3)$

$L(0, \sqrt{2})$   $\theta=225^\circ$

$(1, -1)$

#### Örnek...31 :

$A(x,y)$  noktasının orjin etrafında pozitif yönde  $90^\circ$  döndürüldüğünde  $B(6,-4)$  noktası elde ediliyor . Buna göre  $x,y$  kaçtır?

24

#### Örnek...32 :

$\vec{u}=(0,2)$  veriliyor. Köşe koordinatları  $A(-2,-4)$  ,  $B(1,2)$  ve  $C(-5,2)$  olan  $ABC$  üçgenini  $\vec{u}$  doğrultusunda ötelenmesi sonucu elde edilen üçgen orjin etrafında pozitif yönde  $270^\circ$  döndürülüyor. Elde edilen üçgenin ağırlık merkezini bulunuz.

$(2,2)$

Düzlemde öteleme dönme ve bunların bileşke dönüşümleri , uzaklık ve açıların yönlerini koruyan dönüşümlerdir.

$T_{\vec{u}}$  ve  $T_{\vec{v}}$   $R^2$  de iki öteleme fonksiyonu ise  $(T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}}) = T_{\vec{u}+\vec{v}}$ ;  
 $R_{\theta}$  ve  $R_{\alpha}$  iki dönme fonksiyonu ise  $R_{\theta} \circ R_{\alpha} = R_{\theta+\alpha}$  olur.

#### Örnek...33 :

$K(6,-9)$  için  $[R_{230^\circ} \circ R_{-50^\circ}](K)$  noktasını bulunuz?

$(-6,9)$

Bir şekil merkezi etrafında  $360^\circ$  den küçük bir açı ile döndürüldüğünde kendisi ile çakışyorsa dönme simetrisine sahiptir denir. Şekil merkezi etrafında döndürülürken kendisi ile çakışan en küçük dönme açısına en küçük dönme simetri açısı denir. (Dönme simetri sayısı  $360$  in en küçük dönme simetri açısına bölünmesiyle bulunur)

Düzgün Çokgen	Eşkenar üçgen	Düzgün beşgen
En küçük dönme simetri açısı	120	72
Dönme simetri sayısı	3	5
Yansıma eksen sayısı	3	5