

## KÖKLÜ SAYILAR

$n$  birden büyük bir doğal sayı ve  $a$  bir reel sayı olmak üzere  $a^n = b$  ifadesinde  $a$  ya  $b$  nin  $n$ . kuvvetten kökü denir. Yani

$a^n = b \Rightarrow a = \sqrt[n]{b}$  veya özel olarak

$a^2 = b \Rightarrow a = \sqrt{b}$   $a$ ,  $b$  nin kareköküne eşittir. (2.kuvvetten kökü)

$a^3 = b \Rightarrow a = \sqrt[3]{b}$   $a$ ,  $b$  nin küp köküne eşittir. (3.kuvvetten kökü)

$a^4 = b \Rightarrow a = \sqrt[4]{b}$   $a$  ya,  $b$  nin 4.kuvvetten kökü denir.

## UYARI:

Her köklü ifade reel sayı belirtmez; kök derecesi çiftken kök içi negatif olursa ifade reel sayı değildir. Yani

$$\sqrt[4]{-3} \notin \mathbb{R} \quad \text{ama} \quad \sqrt[3]{-3} \in \mathbb{R}$$

## Örnek...1 :

$\sqrt[4]{x-3}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  kaç olmalıdır?

$$x-3 \geq 0 \quad x \geq 3 \quad [3, \infty)$$

## Örnek...2 :

$\sqrt[3]{8-x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{x-5}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  kaç olmalıdır?

$$\begin{aligned} 8-x &\geq 0 & x-2 &\geq 0 \\ x &\leq 8 & x &\geq 2 & x &\in [2, 8] \end{aligned}$$

## Örnek...3 :

$\sqrt[10]{12-|8-2x|}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  hangi aralıkta olmalıdır?

$$\begin{aligned} 12-|8-2x| &\geq 0 \\ |8-2x| &\leq 12 \\ 2x-8 &\leq 12 \\ -12 &\leq 2x-8 \leq 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 &\leq 2x \leq 20 \\ -2 &\leq x \leq 10 \end{aligned}$$

## KÖKLÜ İŞLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

## ÖZELLİK 1

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|, n \in \mathbb{Z}^+ \quad \sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, n \in \mathbb{Z}^+$$

## Örnek...4 :

$$\sqrt[5]{(-2)^5} + \sqrt[4]{(-2)^4} - \sqrt[3]{(-27)} = ?$$

$$-2 + |-2| - (-3) = -2 + 2 + 3 = 3$$

## Örnek...5 :

$$\sqrt{25} + \sqrt{49} + \sqrt{121} - \sqrt{(-8)^2} = ?$$

$$5 + 7 + 11 - |-8| = 5 + 7 + 11 - 8 = 15$$

## Örnek...6 :

$$\sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = ?$$

$$|\sqrt{2}-1| + |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 -1+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}-2 //$$

## Örnek...7 :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3}\right)} = ?$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right| = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} //$$

## Örnek...8 :

$$\sqrt[4]{(\sqrt{2}-5)^4} - \sqrt[5]{(5-\sqrt{2})^5} = ?$$

$$|\sqrt{2}-5| - |5-\sqrt{2}| = -\sqrt{2}+5-5+\sqrt{2} = 0$$

## Örnek...9 :

$x > y > 0 > z$  ise

$$\sqrt[40]{(z-x)^{40}} - \sqrt[5]{(z-y)^5} + 2z - y$$

ifadesinin eşitini bulunuz?

$$|z-x| - (z-y) + 2z - y$$

$$-z+x-z+y+2z-y = x$$

## Örnek...10 :

$$\sqrt{967 \cdot 969 + 1}$$

$$\sqrt{967 \cdot 969 + 1} \quad 967 = x$$

$$\sqrt{x \cdot (x+2) + 1}$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{(x+1)^2}$$

$$x+1 = 967+1 = 968 //$$

## ÖZELLİK 2

$m$ , 1 den büyük bir tamsayı ve  $a \geq 0$  ise

$$\sqrt[m]{a^m} = a$$

## Örnek...11 :

Rasyonel kuvvet olarak yazınız.

$$\sqrt{5} = 5^{1/2}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2^{3/3} = 2^1 = 2$$

$$\sqrt[7]{6} = 6^{1/7}$$

## Örnek...12 :

$\sqrt{x} \cdot 8^4 \cdot 16^3 = 64$  ise  $x$  kaçtır?

$$\sqrt{x} \cdot (2^3)^4 \cdot (2^4)^3 = 2^6$$

$$2^{30} = 2^6 \rightarrow \frac{30}{x} = 6 \text{ ve } x=5$$

## Örnek...13 :

$\sqrt[3]{(2)^{x+2}} = \sqrt[5]{(4)^{7-2x}}$  ise  $x$  kaçtır?

$$2 \frac{x+2}{3} = 2 \frac{2 \cdot (7-2x)}{5}$$

$$\frac{x+2}{3} = \frac{14-4x}{5} \quad 5x+10=42-12x$$

$$17x=32$$

$$x = \frac{32}{17}$$

## ÖZELLİK 3

$a > 0$  ve  $k > 0$  olmak üzere,  $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{a^{(m/n)}}$

Yani kök dereceleri uygun koşullarda sadeleştirilebilir ve ya genişletilebilir

## Örnek...14 :

$x = \sqrt{5}, y = \sqrt[3]{120}$  sayılarını sıralayınız

$$x = \sqrt{5} \quad y = \sqrt[3]{120}$$

$$x = 2\sqrt[3]{50} \quad y = \sqrt[3]{(120)^2}$$

$$x = 6\sqrt{5^3} \quad y = \sqrt{120^2}$$

$$y > x$$

## ÖZELLİK 4

$$x \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot x^n}$$

## Örnek...15 :

$a = 3\sqrt{5}, b = 5\sqrt{2}$  sayılarını sıralayınız.

$$a = 3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$$

$$b = 5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$$

$$b > a$$

## ÖZELLİK 5 (TOPLAMA VE ÇIKARMA)

$$x \cdot \sqrt[n]{a} + y \cdot \sqrt[n]{a} - z \cdot \sqrt[n]{a} = (x+y-z) \sqrt[n]{a}$$

## Örnek...16 :

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{128} - 2\sqrt{32} = ?$

$$3\sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{8^2 \cdot 2} - 2\sqrt{4^2 \cdot 2}$$

$$3\sqrt{2} + 5 \cdot 8\sqrt{2} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 40\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$$

$$= 35\sqrt{2}$$

## Örnek...17 :

$\sqrt{28} - 3\sqrt{63} - 6\sqrt{112} = ?$

$$\sqrt{4 \cdot 7} - 3\sqrt{9 \cdot 7} - 6\sqrt{16 \cdot 7}$$

$$2\sqrt{7} - 9\sqrt{7} - 24\sqrt{7} = -31\sqrt{7}$$

## Örnek...18 :

$3\sqrt{0,80} - 6\sqrt{0,20} + 2\sqrt{0,45} = ?$

$$3\sqrt{80} - 6\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$$

$$3 \cdot 4\sqrt{5} - 6 \cdot 2\sqrt{5} + 2 \cdot 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5}$$

## ÖZELLİK 6 (ÇARPMA)

$$(m \cdot \sqrt[n]{a}) \cdot (p \cdot \sqrt[n]{b}) \cdot \sqrt[n]{c} = m \cdot p \cdot \sqrt[n]{abc}$$

## Örnek...19 :

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = ?$

$$\sqrt{36} = 6$$

Örnek...20 :

$$3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = ? \quad 6\sqrt{36} = 6 \cdot 6 = 36$$

Örnek...21 :

$$(\sqrt{6}-1) \cdot (\sqrt{6}+1) = ? \quad \sqrt{36} - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 1 = \sqrt{36} - 1 \\ = 6 - 1 \\ = 5$$

Örnek...22 :

$$(\sqrt{6}-2)^2 = ? \\ 6 - 2 \cdot \sqrt{6} \cdot 2 + 4 = 10 - 4\sqrt{6} \checkmark$$

## ÖZELLİK 7 (BÖLME)

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Örnek...23 :

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = ? \quad \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

Örnek...24 :

$$\frac{\sqrt{0.63}}{\sqrt{0.07}} = ? \quad \sqrt{\frac{0.63}{0.07}} = \sqrt{\frac{63}{7}} = \sqrt{9} = 3$$

Örnek...25 :

$$\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt{2}} = ? \quad \sqrt[4]{\frac{128}{2}} = \sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2^6} = 2^{3/2}$$

Örnek...26 :

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = ? \quad \frac{2^{1/4} \cdot 2^{2/3}}{2^{1/6}} = 2^{1/4 + 2/3 - 1/6} \\ = 2^{3/4} = \sqrt[4]{8}$$

Örnek...27 :

$$\frac{(\sqrt{4.4} + \sqrt{9.9})}{\sqrt{0.1}} = ? \quad \frac{\sqrt{44} + \sqrt{99}}{\sqrt{0.1}} = \frac{2\sqrt{11} + 3\sqrt{11}}{\sqrt{0.1}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\ = \frac{5\sqrt{11}}{\sqrt{10}}$$

Örnek...28 :

$$\frac{(\sqrt{1.47} + \sqrt{0.75})}{\sqrt{75}} = ? \quad \frac{\sqrt{\frac{147}{100}} + \sqrt{\frac{75}{100}}}{\sqrt{25 \cdot 3}} = \frac{7\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} \\ = \frac{12\sqrt{3}}{10} \cdot \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

Örnek...29 :

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{10+\sqrt{15}}}{\sqrt{8+\sqrt{12}}} = ? \quad \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{5} \sqrt{2+\sqrt{3}}}{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \\ = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2}) [1 + \sqrt{5}]}{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Örnek...30 :

$$a = \sqrt{3}-1, b = \sqrt{3}+1 \text{ ise } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = ? \\ \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} = \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 1}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$$

## ÖZELLİK 8 (İÇ İÇE KÖK DURUMU)

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$$

$$\sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a \cdot x^n}$$

Örnek...31 :

$$\sqrt[5]{1024} = ? \quad \sqrt[10]{1024} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2$$

Örnek...32 :

$$\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt{y} \text{ ise } x+y = ? \text{ (Erişiz!)} \\ 3 \cdot 4 \cdot 2 \sqrt{2^3} = \sqrt{y} \\ 8\sqrt{2} = \sqrt{y} \rightarrow \begin{matrix} x=8 \\ y=2 \\ x+y=10 \end{matrix}$$

Örnek...33 :  
 $\sqrt[4]{\sqrt[3]{32}} = ?$   $\sqrt[3]{2^2 \cdot 2^1} = \sqrt[3]{2^3} = 2$   
 $\sqrt[5]{2^5}$

Örnek...34 :  $\sqrt[3]{2^2 \cdot 6\sqrt{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}$   
 $\sqrt[4]{4x} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{x}$  ise x kaçtır?  
 $\sqrt[3]{4 \cdot x^{\frac{1}{5}}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \Rightarrow$   
 $x^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{1}{6}} \Rightarrow x = (2^{\frac{1}{6}})^5$   
 $x = 2^{\frac{5}{6}}$   
 $x = 4\sqrt[6]{2}$

Örnek...35 :  
 $0 < x < 2$  ise

$\sqrt{x^2+x+3} - \sqrt{x^2-4x+4}$   
ifadesinin eşiti nedir?  $(x-2)^2$   
 $\sqrt{x^2+x+3} - |x-2|$   
 $\sqrt{x^2+x+3} + x-2 = \sqrt{x^2+2x+1} = \sqrt{(x+1)^2}$   
 $|x+1| \rightarrow x+1$

ÖZELLİK 9

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x \pm \sqrt{y}}$$

$\downarrow$       $\downarrow$   
 $x+y$     $x \cdot y$

Örnek...36 :  
 $\sqrt{8+2\sqrt{7}} - \sqrt{8-2\sqrt{7}} = ?$   
 $\sqrt{7+1} - (\sqrt{7}-1)$   
 $\sqrt{7+1} - \sqrt{7} + 1 = 2$

Örnek...37 :  
 $\sqrt{12+4\sqrt{5}} = ?$   
 $\sqrt{12+2\sqrt{20}} = \sqrt{10+\sqrt{2}}$   
 $\downarrow$       $\downarrow$   
 $10$       $2$

Örnek...38 :  
 $\sqrt{2+\sqrt{3}} = ?$   $\sqrt{\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$   
 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$       $(\sqrt{2})$

Örnek...39 :  
 $\sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}} = ?$  A

$5+\sqrt{21} + 5-\sqrt{21} - 2\sqrt{25-21} = A^2$   
 $10 - 2\sqrt{4} = A^2$   
 $10-4 = A^2 \rightarrow 6 = A^2 \rightarrow A = \sqrt{6}$

Örnek...40 :  
 $\sqrt{17+12\sqrt{2}} = ?$   $\sqrt{17+12\sqrt{2}} = \sqrt{17+2\sqrt{72}} = \sqrt{(\sqrt{8}+\sqrt{9})^2}$   
 $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$

ÖZELLİK 10 (PAYDANIN RASYONEL YAPILMASI)

$$i) \frac{K}{\sqrt{a}} = \frac{K}{\sqrt{a}} = \frac{K\sqrt{a}}{a}$$

Örnek...41 :

$\frac{8}{\sqrt{2}} = ?$   $\frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$   
 $(\sqrt{2})$

Örnek...42 :

$\frac{12}{\sqrt{3}} = ?$   $\frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

Örnek...43 :

$\frac{21}{5\sqrt{3}} = ?$   $\frac{21\sqrt{3}}{15} = \frac{7\sqrt{3}}{5}$   
 $(\sqrt{3})$

$$ii) \frac{K}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} = \frac{K}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} = \frac{K(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

Örnek...44 :

$\frac{24}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = ?$   $\frac{24(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = 12(\sqrt{5}+\sqrt{3})$   
 $\sqrt{5+\sqrt{3}}$

Örnek...45 :

$$\frac{24}{\sqrt{3}} - \frac{12}{\sqrt{3}-1} = ?$$

$$(\sqrt{3}) \sqrt{3}-1 \quad \frac{24\sqrt{3}}{3} - \frac{12(\sqrt{3}-1)}{2}$$

$$8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6 = 2\sqrt{3} + 6$$

Örnek...46 :

$$\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2}$$

Örnek...47 :

$a = \sqrt{71} - \sqrt{70}$ ,  $b = \sqrt{67} - \sqrt{66}$   
sayılarını sıralayınız.

$$a = \frac{1}{\sqrt{71} + \sqrt{70}} \quad b = \frac{1}{\sqrt{67} + \sqrt{66}} \quad b > a$$

$$\text{iii) } \frac{K}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{K}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{K(\sqrt[n]{a^{n-m}})}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$$

Örnek...48 :

$$\frac{8}{\sqrt[3]{2}} = ? \quad \frac{8 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{8 \sqrt[3]{4}}{2} = 4 \sqrt[3]{4}$$

## ÖZELLİK 11 (SONSUZ KÖK DURUMU)

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} \dots = \sqrt[n+1]{a}$$

$$\sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \dots = a+1$$

$$\sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1)} - \dots = a$$

Örnek...49 :

$$\sqrt{12+\sqrt{12+\dots}} = ?$$

$$\text{I) } 12 = 4 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt{12+\sqrt{12+\dots}} = 4$$

$$\text{II) } \sqrt{12+\sqrt{12+\dots}} = x$$

$$\sqrt{12+x} = x \Rightarrow 12+x = x^2$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 4$$

Örnek...50 :

$$\sqrt{56-\sqrt{56-\dots}} = ? = 7$$

$$\sqrt{56-x} = x \Rightarrow 56-x = x^2$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x+8)(x-7) = 0$$

Örnek...51 :

$$\sqrt{8:\sqrt{8\dots}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{8}{x}} = x \quad \frac{8}{x} = x^2 \rightarrow x^3 = 8 \quad x = 2$$

Örnek...52 :

$$\sqrt[4]{27 \cdot \sqrt[4]{27 \cdot \sqrt[4]{27 \dots}}} = ?$$

$$\sqrt[4]{27 \cdot x} = x$$

$$27x = x^4$$

$$x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

## DEĞERLENDİRME

- 1)  $\sqrt[12]{14-2x} + \sqrt[4]{x-7} - 3x + 5$  reel sayısının değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} 14-2x &\geq 0 & x-7 &\geq 0 \\ x &\leq 7 & x &\geq 7 \Rightarrow x=7 \\ \sqrt[12]{0} + \sqrt[4]{0} - 3 \cdot 7 + 5 &= -16 \end{aligned}$$

- 2)  $x < 0 < y < z$  veriliyor.

$\sqrt[3]{(x-y-z)^3} + \sqrt[4]{(x-y-z)^4} + \sqrt{(x-y)^2}$  ifadesinin eşitini bulunuz?

$$\begin{aligned} (x-y-z) + |x-y-z| + |x-y| \\ x-y-z - x+y+z - x+y \\ -x+y \end{aligned}$$

- 3)  $\sqrt{169} - \sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt[3]{-64} = ?$

$$\begin{aligned} 13 - |-2| + (-4) \\ 13 - 2 - 4 = 7 \end{aligned}$$

- 4)  $\sqrt[3]{(2)^{x+2}} = \sqrt[5]{(4)^{7-2x}}$  ise x kaçtır?

$$\begin{aligned} 2 \frac{x+2}{3} &= 2 \frac{14-4x}{5} \\ \frac{x+2}{3} &= \frac{14-4x}{5} \Rightarrow 5x+10 = 42-12x \\ 17x &= 32 \\ x &= 32/17 \end{aligned}$$

- 5)  $\sqrt{28} - 3\sqrt{63} - 6\sqrt{112} = ?$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} - 3 \cdot 3\sqrt{7} - 6 \cdot 4\sqrt{7} \\ 2\sqrt{7} - 9\sqrt{7} - 24\sqrt{7} = -31\sqrt{7} \end{aligned}$$

- 6)  $(\sqrt{6}-2)^2 + \frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{2}} = ?$

$$\begin{aligned} 6 - 4\sqrt{6} + 4 + \sqrt[4]{64} \\ 6 - 4\sqrt{6} + 4 + \sqrt{8} = 10 - 4\sqrt{6} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

- 7)  $\sqrt[4]{17+4\sqrt{18}} = ?$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{17+2\sqrt{72}} &= \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2+1} \\ \sqrt[4]{(\sqrt{2}+\sqrt{2})^2} & \end{aligned}$$

- 8)  $\frac{20}{\sqrt{5}} - \frac{12}{\sqrt{5}-1}$

$$\begin{aligned} \frac{20\sqrt{5}}{5} - \frac{12(\sqrt{5}+1)}{4} \\ 4\sqrt{5} - (3\sqrt{5}+3) \\ \sqrt{5}-3 \end{aligned}$$

- 9)  $\sqrt{72-\sqrt{72}-\dots} + \sqrt{12+\sqrt{12}+\dots} = ?$

$$\sqrt{8} + \sqrt{4} = 2 + 2\sqrt{2}$$

- 10)  $\frac{\sqrt{90-\sqrt{90}-\dots} + \sqrt{12+\sqrt{12}+\dots}}{\sqrt{20-\sqrt{20}-\dots}} = ?$

$$\frac{9+4}{4} = \frac{13}{4}$$