

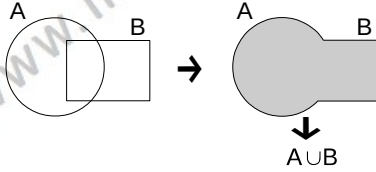
KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

İKİ KÜMENİN BİRLEŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya veya B' ye ait olan elemanlardan oluşan yeni kümeye A ile B' nin birleşimi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir. Bu gösterim "A birleşim B" diye okunur. Yani

$$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ veya } x \in B \} \text{ dir.}$$



Örnek...1 :

$A = \{ 2, 5, 6, 9 \}$ ve $B = \{ 3, 5, 7, 9 \}$ ise $A \cup B$ kümesini liste biçiminde yazınız.

$$A \cup B = \{ 2, 3, 5, 6, 7, 9 \}$$

Örnek...2 :

$A = \{ a, \{a\}, b, c, \{b, d\}, d \}$,
 $B = \{ \{a\}, \{c, d\}, c, d, x, \Delta \}$
 kümeleri için $s(A \cup B)$ kaçtır?

$$A \cup B = \{ a, \{a\}, b, c, \{b, d\}, d, \{c, d\}, x, \Delta \}$$

$$s(A \cup B) = 9$$

Örnek...3 :

$A = \{ x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z} \}$,
 $B = \{ x : -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{Z} \}$
 kümeleri için $A \cup B$ kümesini yazınız.

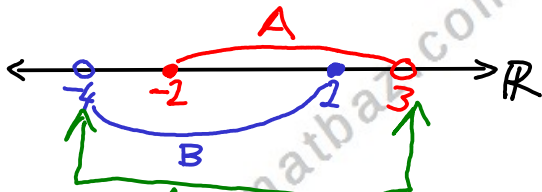
$$A = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

$$B = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

$$A \cup B = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

Örnek...4 :

$\rightarrow A = \{ x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R} \}$
 $\rightarrow B = \{ x : -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{R} \}$ \rightarrow Sayı aralığı
 kümeleri için $A \cup B$ kümesini yazınız.



$$A \cup B = \{ x : -4 < x < 3, x \in \mathbb{R} \}$$

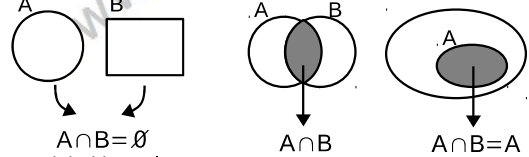
$$= (-4, 3) \text{ aralık aralığı}$$

İKİ KÜMENİN KESİŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya ve aynı zamanda B' ye de ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B' nin kesişimi (ara kesiti) denir ve $A \cap B$ ile gösterilir. Bu gösterim "A kesişim B" diye okunur. Yani

$$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ ve } x \in B \} \text{ dir.}$$

Şemada taralı olan bölgeler kesişim (arakesit) kümeleridir.



$A \cap B = \emptyset$
 Kesişimi boş olan
 Kümelere AYRIK
 Küme denir.

Örnek...5 :

$A = \{ -2, 0, 1, 2, 3 \}$,
 $B = \{ x : 0 \leq x < 5, x \in \mathbb{Z} \} = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$
 $C = \{ x : 3 < x \leq 7, x \in \mathbb{Z} \} = \{ 4, 5, 6, 7 \}$
 kümeleri için $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ ve $A \cap B \cap C$
 kümelerini bulunuz.

$$A \cap B = \{ 0, 1, 2, 3 \}$$

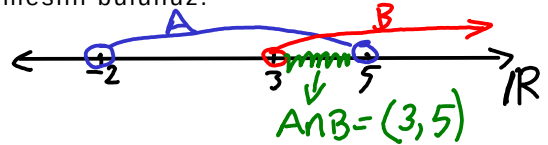
$$A \cap C = \emptyset$$

$$B \cap C = \{ 4 \}$$

$$A \cap B \cap C = \{ \}$$

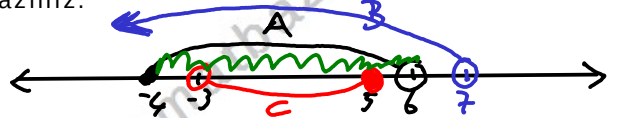
Örnek...6 :

$A = \{ x : -2 < x < 5, x \in \mathbb{R} \}$,
 $B = \{ x : x > 3, x \in \mathbb{R} \}$ kümeleri için $A \cap B$
 kümesini bulunuz.



Örnek...7 :

$A = \{ x : -4 \leq x < 6, x \in \mathbb{R} \} = [-4, 6)$
 $B = \{ x : |x| < 7, x \in \mathbb{R} \} = (-7, 7)$
 $C = \{ x : -3 < x \leq 5, x \in \mathbb{R} \} = (-3, 5]$
 olduğuna göre, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ kümesini yazınız.



$$A \cap B = A = [-4, 6)$$

$$A \cap C = C = (-3, 5]$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = [-4, 6)$$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

BİRLEŞİM VE KESİŞİMİN ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \cup \emptyset = A$ 2) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 3) Tek kuvvet özeliği 4) Değişme özeliği
 $A \cup A = A$ $A \cup B = B \cup A$
 $A \cap A = A$ $A \cap B = B \cap A$
- 5) Birleşme özeliği
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- 6) Dağılma özeliği
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 7) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Örnek...8 :

$A = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, a, 5, 7\}$
 koşullarını sağlayan B kümesinin 2 elemanlı alt kümeleri en çok kaç tanedir?

Bnin 2 elemanlı alt kümelerinin en çok olması için $B = A \cup B$ olması.
 $s(B) = s(A \cup B) = 6$

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} = \frac{30}{2} = 15$$

Örnek...9 :

A kümesinin alt kümelerinin sayısı 128, $A \cap B$ kümesinin özalt kümelerinin sayısı 15, $A \cup B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 512 dir. Buna göre, B kümesinin eleman sayısı çift olan alt küme sayısı kaçtır?

$$2^{s(A)} = 128 \rightarrow s(A) = 7$$

$$2^{s(A \cap B)} - 1 = 15 \rightarrow 2^{s(A \cap B)} = 16 \rightarrow s(A \cap B) = 4$$

$$2^{s(A \cup B)} = 512 \rightarrow s(A \cup B) = 9$$

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$9 = 7 + s(B) - 4$$

$$s(B) = 6 \text{ dir.}$$

$$\binom{6}{0} + \binom{6}{2} + \binom{6}{4} + \binom{6}{6} \\ 1 + 15 + 15 + 1 = 32$$

Örnek...10 :

$A = \{x \mid 10 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 200, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A \cup B)$ kaçtır?

$$A = \{12, 15, 18, \dots, 198\} \rightarrow s(A) = \frac{198-12}{3} + 1 = 63$$

$$B = \{12, 16, 20, \dots, 196\} \rightarrow s(B) = \frac{196-12}{4} + 1 = 47$$

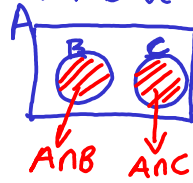
$$A \cap B = \{12, 24, 36, \dots, 192\} \rightarrow s(A \cap B) = \frac{192-12}{12} + 1 = 16$$

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\ = 63 + 47 - 16 \\ = 94$$

Örnek...11 :

$s(A \cap B) = 10$, $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre, $s(A \cap (B \cup C))$ en çok kaç olabilir?

$s((A \cap B) \cup (A \cap C))$ nin en çok olması için $A \cap B$ ve $A \cap C$ AYRIK olmalıdır.



$$s(A \cap (B \cup C)) = s(A \cap B) + s(A \cap C) \\ = 10 + 18 \\ = 28$$

Örnek...12 :

$A_x = \{x \text{ in asal bölenleri}\}$ ve

$B_x = \{x \text{ in bir basamaklı bölenleri}\}$ ise

a) $A_{42} \cup B_{30}$ kümesini elemanları ile yazınız.

b) $s(B_{120}) - s(A_{96})$ değeri kaçtır?

$$a) A_{42} = \{2, 3, 7\} \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$B_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6\} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$A_{42} \cup B_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

$$b) B_{120} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$A_{96} = \{2, 3\} \quad 96 = 2^5 \cdot 3$$

$$s(B_{120}) - s(A_{96}) = 7 - 2 \\ = 5$$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

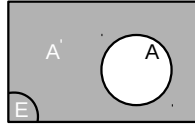
EVRENSEL KÜME

Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye **evrensel küme** denir. Evrensel kümeyi genellikle E ile gösteririz.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

$A \subset E$ olmak üzere, E evrensel kümesinde olup, A da bulunmayan elemanların kümesine A kümesinin **tümleyeni** denir ve A' veya A^c ile gösterilir.

$A' = \{x : x \notin A \text{ ve } x \in E\}$ yazılır.



Örnek...13 :

$E = \{x : -4 < x < 7, x \in \mathbb{Z}\}$ evrensel kümesindeki $A = \{x : x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesi için A' kümesini liste yöntemi ile yazınız.

$$E = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A' = \{3, 4, 5, 6\}$$

Örnek...14 :

$E = \{x : x, \text{ Rakam}\}$
 $A = \{x : x, \text{ Asal rakam}\}$
 $B = \{x : x, \text{ tek rakam}\}$ ise A' , B' , $(A \cup B)'$ kümelerini yazınız.

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A' = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\}$$

$$B' = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$(A \cup B)' = (\{1, 2, 3, 5, 7, 9\})' = \{0, 4, 6, 8\}$$

EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN ÖZELLİKLERİ

1) $E' = \emptyset$	2) $\emptyset' = E$
3) $(A')' = A$	4) $A \cap E = A$
5) $A \cup E = E$	6) $A \cup A' = E$
7) $A \cap A' = \emptyset$	8) $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$
9) A \subset E olmak üzere, $s(A) + s(A') = s(E)$ dir.	
10) De Morgan Kuralları: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	

Örnek...15 :

$s(A') = 8$, $s(E) = 21$, $s(B') = 15$ olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ toplamı kaçtır?

$$s(A) + s(A') = s(E) \quad s(B) + s(B') = s(E)$$

$$s(A) + 8 = 21 \quad s(B) + 15 = 21$$

$$s(A) = 13$$

$$s(B) = 6$$

$$s(A) + s(B) = 19$$

Örnek...16 :

A, B, C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,

$$s(A) + s(B') = 13$$

$$s(B) + s(A') = 5 \quad \text{ve} \quad s(C') = 3 \quad \text{ise} \quad s(C)$$

kaçtır?

$$s(E) = 18$$

$$2s(E) = 18$$

$$s(E) = 9$$

$$s(C) + s(C') = s(E)$$

$$s(C) + 3 = 9$$

$$s(C) = 6$$

Örnek...17 :

E evrensel kümesi sesli harflerimiz olmak üzere, $A = \{a, e, i\}$ ise A' kümesinin alt kümelerinin kaçında A' dan daha fazla sayıda eleman vardır?

$$E = \{a, e, i, u, ü, o, ö\} \quad s(A) = 3$$

$$A' = \{i, u, ü, o, ö\} \Rightarrow s(A') = 5$$

$$\binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 5 + 1 = 6$$

Örnek...18 :

A, B \subset E olmak üzere, $B' \subset A'$ olduğuna göre, $A \cap B$ nin eşiti nedir?

$$B' \subset A' \Rightarrow A \subset B \text{ dir.}$$

$$A \cap B = A$$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

Örnek...19 :

$A \subset E$ olmak üzere, $s(A)=7-2x$ ve $s(A')=2x+3$ olduğuna göre, E evrensel kümesinin asal sayıda eleman içeren kaç alt kümesi vardır?

$$s(A) + s(A') = s(E)$$

$$7 - 2x + 2x + 3 = s(E)$$

$$10 = s(E)$$

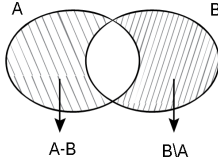
$$\binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{5} + \binom{10}{7}$$

$$45 + 120 + 252 + 120$$

$$= 537$$

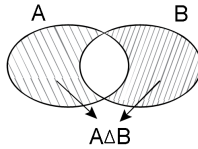
İKİ KÜMENİN FARKI

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere A' da bulunan fakat B' de bulunmayan elemanların kümesine A fark B kümesi denir ve $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir. Yani $A - B = \{x : x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ dir. Fark kümesinin Venn şeması ise



SİMETRİK FARK

$(A-B) \cup (B-A)$ kümesine simetrik fark denir ve $A \Delta B$ ile gösterilir. Yani $A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ dir.



FARK İŞLEMİNİN ÖZELLİKLER

1) $A - B = A \cap B'$	2) $E - A = A'$
3) $A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset$	4) $A - B = A - (A \cap B)$
5) $(A - B)' = A' \cup B$	6) $(A - B) \cup B = A \cup B$
7) $A - A = \emptyset$	8) $\emptyset - A = \emptyset$
9) $A - E = \emptyset$	10) $A - \emptyset = A$
11) $A \neq B$ için $A - B \neq B - A$	
12) $A = B$ için $A - B = B - A = \emptyset$	
13) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$	
14) $(A \cap B) - (C \cap B) = (A \cap B) - C = A \cap B \cap C'$	
15) $s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$	

Örnek...20 :

$A = \{3, 5, 7, 8, 9, 10\}$,
 $B = \{-2, 4, 5, 7, 9\}$
 kümeleri için $A - B$, $B - A$ ve $A \Delta B$ kümelerini yazınız.

$$A - B = \{3, 8, 10\}$$

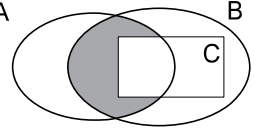
$$B - A = \{-2, 4\}$$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$= \{-2, 3, 4, 8, 10\}$$

Örnek...21 :

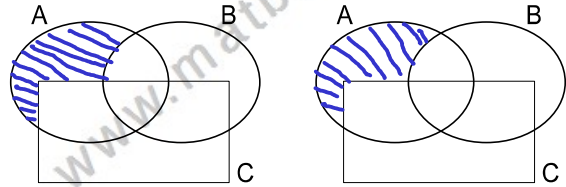
A , B ve C kümelerinin yanda verilen şemasında taralı bölgenin sembolik yazımı nedir?



$$(A \cap B) - C = A \cap B \cap C'$$

Örnek...22 :

$(A - B) - C$ ve $A - (B \cup C)$ kümelerini aşağıdaki şemalar üzerinde belirtiniz.



Sonuç olarak: $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ dir.

Örnek...23 :

$A = \{x : -3 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ve $B = \{x : 1 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ise $B - A$ kümesini yazınız.

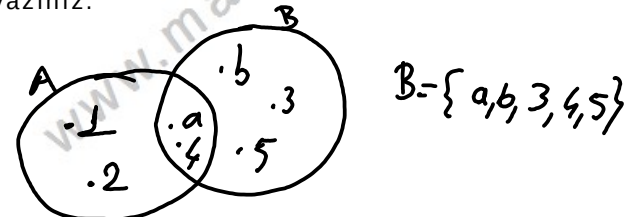
$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

$$B - A = \emptyset$$

Örnek...24 :

$A - B = \{1, 2\}$ ve $A \cup B = \{a, b, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olduğuna göre, B kümesini liste biçiminde yazınız.

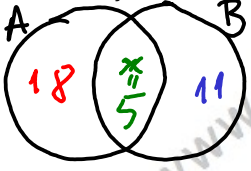


KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

Örnek...25 :

$s(A \cup B) = 34$, $s(B - A) = 11$ ve $s(A \cap B') = 18 = A - B$ olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?



$$18 + x + 11 = 34$$

$$x = 5$$

$$s(A \cap B) = x = 5$$

Örnek...26 :

$s(A) + s(B) = 24$, $s(A \cup B) = 19$ ve $s(A - B) = 3$ olduğuna göre, $s(B - A)$ kaçtır?

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$19 = 24 - s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 5$$

$$s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$$

$$19 = 3 + s(B - A) + 5$$

$$s(B - A) = 19 - 8 = 11$$

Örnek...27 :

$A = \{ \text{Sınıftaki gözlüksüz öğrenciler} \}$
 $B = \{ \text{Sınıftaki esmer öğrenciler} \}$
 $C = \{ \text{Sınıftaki erkek öğrenciler} \}$
 $D = \{ \text{Sınıftaki kız öğrenciler} \}$
 olduğuna göre, $(A \cup D) - (A \cup B)$ kümesi hangi öğrencilerden oluşur?

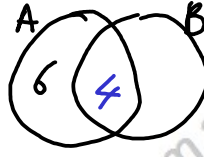
$A \cup D$: Gözlüksüz veya kız öğrenci

$A \cup B$: Gözlüksüz veya esmer öğrenci

$(A \cup D) - (A \cup B)$: Esmer olmayan kızlar

Örnek...28 :

$s(A - B) = 6$ ve $s(A) = 10$ ise $A \cap B$ kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?



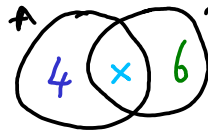
$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2!} = 6$$

Örnek...29 :

A kümesinin alt kümelerinden 15 tanesi B kümesinin alt kümesi değildir.

$s(A \cup B) = 13$, $s(A' \cap B) = 6$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

A'nın B'den farklı 15 alt kümesi var ise A-B nin tüm alt kümeleri sayısı $15 + 1 = 16$ dir.
 $2^{s(A-B)} = 16 \Rightarrow s(A-B) = 4$ (+1 = \emptyset)



$$s(A \cup B) = 4 + x + 6$$

$$13 = 10 + x$$

$$x = 3 \Rightarrow s(A \cap B) = x = 3$$

Örnek...30 :

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $(A \cup B)' \cup (B - A)$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

$$(A' \cap B') \cup (B \cap A') = (A' \cap B') \cup (A' \cap B)$$

Değişme özelliği

$$\stackrel{\text{De Morgan}}{\uparrow} = A' \cap (B' \cup B)$$

$$= A' \cap E$$

$$= A'$$

Örnek...31 :

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $(A - B)' - [A' \cap B']$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

$$A - B = A \cap B'$$

$$(A \cap B')' - [A' \cap B'] = (A' \cup B) \cap [A' \cap B']'$$

De Morgan

$$= (A' \cup B) \cap [A \cup B]$$

$$= (A' \cup A) \cap B$$

$$= E \cap B$$

$$= B$$

KÜMELER – 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ – EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN – İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

DEĞERLENDİRME – 1

- 1) Aşağıda verilen cümlelerdeki noktalı yerleri doğru bir şekilde doldurunuz.
- a) Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye **evrensel** küme denir.
- b) E evrensel kümesinde olup, A' da bulunmayan elemanların kümesine A kümesinin **tümleyeni** denir ve **A'** veya **A^c** ile gösterilir.
- c) A' ya veya B' ye ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B' nin **birleşimi** denir ve **A ∪ B** ile gösterilir.
- d) A ve B' ye ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B' nin **kesişimi** (**arakesiti**) denir ve **A ∩ B** ile gösterilir.
- e) A kümesi ile A' kümesinin birleşimi **evrensel** küme oluşturur.
- f) A' da bulunan ancak B' de bulunmayan elemanların kümesine A **fark** B kümesi denir ve **A - B** veya **A \ B** ile gösterilir.

Kullanacağınız kelime listesi

kesişimi	birleşimi	fark	A - B	A'
tümleyeni	arakesiti	A ∩ B	A \ B	
evrensel	evrensel	A'	A ∪ B	

2)

Küme İfadesi	Sembolik gösterimi
A ve B' nin ortak elemanlarını içerir.	$A \cap B$
A veya B' nin elemanlarını içerir.	$A \cup B$
A' da bulunan, B' de bulunmayan elemanları içerir.	$A - B$
B' de bulunan, A' da bulunmayan elemanları içerir.	$B - A$
Evrensel kümede olup A kümesinde olmayan elemanları içerir.	A'
Birleşim kümesinin arakesit elemanları dışındaki elemanları içerir.	$A \Delta B$

- 3) Aşağıdaki tabloda noktalı yerleri uygun şekilde doldurunuz.

$A \cup \emptyset = A$	$A \cap A = A$
$A \cup A = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
$\emptyset' = E$	$(A')' = A$
$A \cap A' = \emptyset$	$A \cup E = E$
$E' = \emptyset$	$E - A = A'$
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	$A \cup A' = E$
$A \cap E = A$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$
$A \cap B' = A - B$	$(A - B)' = A' \cup B$
$(A - B) - C = A \cap (B \cup C)'$	
$s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B) = s(A \cup B)$	
$(A - B) \cup (B - A) = A \Delta B$	
$s(A) + s(B) - s(A \cap B) = s(A \cup B)$	

- 4) Aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

Y	$A' = (A - B) \cup (B - A)$
Y	$s(A \cup B) = s(A) + s(A \cap B) - s(B)$
D	$(A' \cup B)' = A - B$
D	$E - A = A'$
Y	$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) + s(A \cap B) + s(A \cap C) + s(B \cap C) - s(A \cap B \cap C)$
Y	$A - B = A - C$ ise $B = C$

- 5) $K = \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$, $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ve $R = \{2, 4, 6\}$ olduğuna göre, aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

	LİSTE YÖNTEMİ	alt küme sayısı
KUP	$\{1, 2, 3, 4, 5, \{4, 5\}\}$	$2^6 = 64$
$K \cap R$	$\{2\}$	$2^1 = 2$
$K \cup (P \cap R)$	$\{1, 2, 3, 4, \{4, 5\}\}$	$2^5 = 32$
$(P \cap R) \cup (K \cap R)$	$\{2, 4\}$	$2^2 = 4$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

DEĞERLENDİRME - 2

- 1) $K = \{1, 3, 5, 7, 11\}$,
 $L = \{x: x < 10, x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}^+\}$,
 $M = \{x: x^2 \leq 32, x \in \mathbb{Z}\}$
 olduğuna göre, $M \setminus (K \cap L)$ kümesinin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.

$$L = \{3, 5, 7, 9\} \quad K \cap L = \{3, 5, 7\}$$

$$M = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$M \setminus (K \cap L) = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 4\}$$

- 2) $s(A) = 9$, $s(B) = 15$ ve $s(A \cup B) = 18$ olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$18 = 9 + 15 - s(A \cap B) \Rightarrow s(A \cap B) = 6$$

- 3) A kümesinin alt küme sayısı 1024 ve $s(A \cup B) = 26$ olduğuna göre, $s(B)$ nin en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaçtır?

$$2^{s(A)} = 1024 \text{ ise } s(A) = 10$$

A ve B ayrık ise $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$

$$26 = 10 + s(B)$$

$$s(B)_{\min} = 16$$

A \subset B ise $s(A \cup B) = s(B)$ dir.

$$s(B) = 26$$

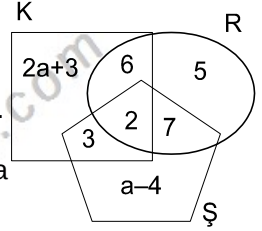
$$s(B)_{\min} + s(B)_{\max} = 16 + 26 = 42$$

- 4) $A = (-7, 3]$, $B = (6, 11)$ ve $C = [3, 6)$ kümeleri aralık olarak veriliyor. Aşağıda verilen küme işlemlerini yapınız.

$A \cup C = (-7, 6)$	$(A \cup C) \cap B = \emptyset$
$B \cup C = [3, 11) - \{6\}$	$A \cap C = \{3\}$
$A^c = \mathbb{R} - (-7, 3]$	$(A \cup C)^c = \mathbb{R} - (-7, 6)$

$$(-\infty, -7] \cup (3, \infty)$$

- 5) Yandaki şemada verilen K sayılar buldukları bölgedeki eleman sayılarını göstermektedir.



$s(K \cup R \cup S) = 43$ olduğuna göre, S kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$$s(K \cup R \cup S) = s(K) + s(R) + s(S) - s(K \cap R) - s(K \cap S) - s(R \cap S) + s(K \cap R \cap S)$$

$$43 = 2a+3 + 6 + 5 + 7 + 2 + 3 + a-4$$

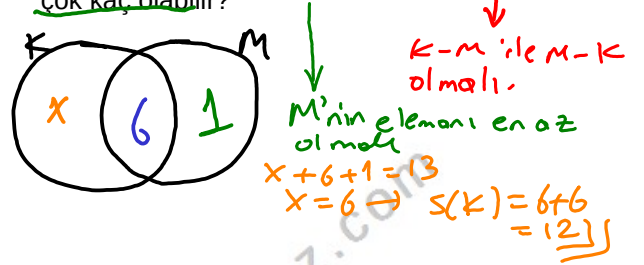
$$43 = 3a + 22$$

$$21 = 3a \Rightarrow a = 7$$

$$s(S) = a + 8 = 7 + 8 = 15$$

$$\binom{15}{2} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$$

- 6) K ve M kümeleri için $K \not\subset M$ ve $M \not\subset K$ olmak üzere, $s(K \cup M) = 13$ ve $s(K \cap M) = 6$ olduğuna göre, K kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?



- 7) $A = \{x: 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarının kaç tanesi, 3 ve 5 ile tam bölünebilir?

3 ve 5 ile tam bölünme 15 ile bölünmedir.

$$\{30, 45, 60, \dots, 105\}$$

$$\frac{105-30}{15} + 1 = 6 \text{ tanesi 3 ve 5 ile tam bölünür.}$$

- 8) $A = \{x: 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarının kaç tanesi, 6 veya 9 ile tam bölünebilir?

$$6 \rightarrow \{24, 30, \dots, 102\} \Rightarrow s(6) = \frac{102-24}{6} + 1 = 14$$

$$9 \rightarrow \{27, 36, \dots, 99\} \Rightarrow s(9) = \frac{99-27}{9} + 1 = 9$$

"9 ve 6'nın en küçük ortak katı 18 dir."

$$18 \rightarrow \{36, 54, 72, \dots, 90\} \Rightarrow s(18) = 4$$

$$s(6 \cup 9) = s(6) + s(9) - s(6 \cap 9)$$

$$= 14 + 9 - 4$$

$$s(6 \cup 9) = 19$$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

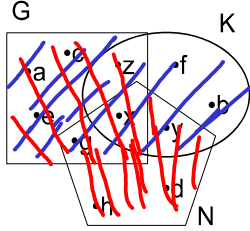
DEĞERLENDİRME - 3

- 1) $A \cap B = \{2, 5, 11\}$ ve $A \cap C = \{2, 3, 7\}$ olmak üzere, $A \cap (B \cup C)$ kümesinin elemanlarını ortak özellik yöntemiyle yazınız.

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$= \{x : x < 12, x \text{ asal}\}$$

- 2) Venn şeması ile verilenlere göre, $(G \cup K) \cap (G \cup N)$ kümesinin elemanlarını liste biçiminde yazınız.



Kırmızı ve mavinin üst üste olduğu yerdeki elemanlar:

$$G \cup (K \cap N) = \{a, c, z, e, g, x, y\}$$

- 3) $s(A) = 3a+4$
 $s(A \cap B) = 2a-3$
 $s(B) = 8$
 $s(A \cup B) = 5a-1$ olduğuna göre, a'nın değeri kaçtır?

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$5a-1 = 3a+4 + 8 - (2a-3)$$

$$4a = 16$$

$$a = 4$$

- 4) $A = \{x \mid 24 < x \leq 156, x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid 36 \leq x < 144, x = 6k, k \in \mathbb{Z}\}$
 olduğuna, $s(A \cup B)$ değeri kaçtır?

$$A = \{28, 32, \dots, 156\} \rightarrow s(A) = \frac{156-28}{4} + 1 = 33$$

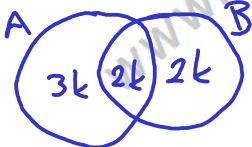
$$B = \{36, 42, \dots, 138\} \rightarrow s(B) = \frac{138-36}{6} + 1 = 18$$

$$A \cap B = \{36, 48, \dots, 132\} \rightarrow s(A \cap B) = 9$$

$$s(A \cup B) = 33 + 18 - 9 = 42$$

- 5) $\frac{s(A \cup B)}{7} = \frac{s(A \cap B)}{2} = \frac{s(A)}{5} = s(B) = 12$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

$$s(A \cup B) = 7k; s(A \cap B) = 2k; s(A) = 5k$$



$$s(B) = 4k$$

$$12 = 4k$$

$$k = 3$$

$$s(A \cup B) = 7 \cdot k = 21$$

- 6) $2 \cdot s(A \cap B) = 3 \cdot s(A \cap C) = s(B \cap C)$
 $s(A) + s(B) + s(C) = 53$
 $s(A \cap B \cap C) = 3$, $s(A \cup B \cup C) = 34$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

$$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$$

olduğundan

$$34 = 53 - 3x - 2x - 6x + 3$$

$$34 = 56 - 11x$$

$$11x = 22$$

$$x = 2 \rightarrow s(A \cap B) = 3x = 6$$

- 7) $A = \{x \mid 25 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 170, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A - B)$ kaçtır?

$$A = \{27, 30, \dots, 198\} \rightarrow s(A) = \frac{198-27}{3} + 1 = 58$$

$A \cap B$ nin eleman sayısı ise 12'nin katı olabilir.

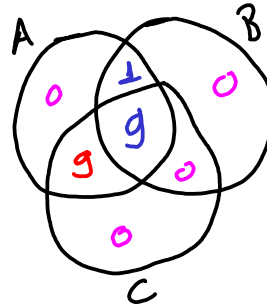
$$A \cap B = \{36, 48, \dots, 168\} \rightarrow s(A \cap B) = 12$$

$$s(A - B) = s(A) - s(A \cap B)$$

$$= 58 - 12$$

$$= 46$$

- 8) $B \not\subset C$ olmak üzere, $s(A \cap B) = 10$, $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre, $s(A \cap (B \cup C))$ en az kaç olabilir?

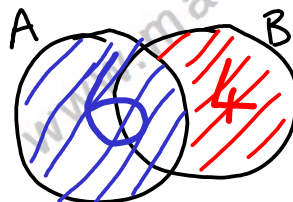


$B \not\subset C$ den dolayı

$A \cap B$: 1+9 şeklinde yazılıdır.

$$s(A \cap (B \cup C))_{\min} = 9 + 9 + 1 = 19$$

- 9) $s(A) = 6$ ve $s(B \setminus A) = 4$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?



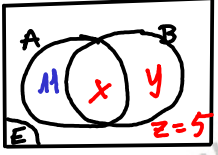
$$s(A \cup B) = 6 + 4 = 10$$

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

DEĞERLENDİRME - 4

- 1) $s(E)=25$, $s(A-B)=11$ ve $s(A' \cap B') = 5$ olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?



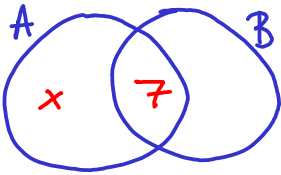
$$A' \cap B' = (A \cup B)' \text{ (De Morgan)}$$

$$s(A' \cap B') = s(A \cup B)' = z = 5$$

$$s(E) = 11 + x + y + 5$$

$$25 = 16 + x + y \Rightarrow x + y = 9 = s(B)$$

- 2) $s(A) = 16$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \setminus B)$ kaçtır?



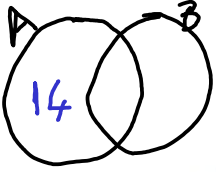
$$s(A) = x + 7$$

$$16 = x + 7$$

$$9 = x$$

$$s(A \setminus B) = \underline{\underline{9}}$$

- 3) $s(A \cup B) = 22$ ve $s(A \setminus B) = 14$ olduğuna göre, B kümesinin alt küme sayısı kaçtır?



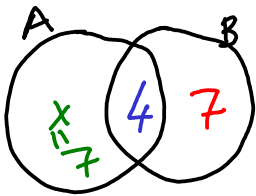
$$s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(B)$$

$$22 = 14 + s(B)$$

$$8 = s(B)$$

$$B'nin \text{ alt küme sayısı} = 2^8 = 256$$

- 4) $(A \cup B)' = \emptyset$, $s(A \cup A') = 18$, $s(A \cap B) = 4$ ve $s(B - A) = 7$ olduğuna göre, $A - B$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?



$$s(A \cup A') = x + 4 + 7$$

$$18 = x + 11$$

$$x = 7$$

$$s(A - B) = x = 7 \text{ dir.}$$

$$\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{35}}$$

- 5) $s(A \setminus B) = 5$, $s(B \setminus A) = 8$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?



$$s(A \cup B) = 5 + 7 + 8$$

$$= \underline{\underline{20}}$$

- 6) $A = \{a, b, c, d\}$
 $B = \{b, d, e, f, g, h\}$
 $C = \{c, d, g, h, x, y\}$ kümeleri veriliyor.

a) Sadece B kümesinde bulunan elemanları yazınız.

$$\{e, f\}$$

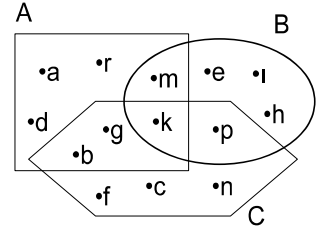
b) B ve C' de bulunup A' da bulunmayan elemanları yazınız.

$$\{g, h\}$$

c) A veya B' de bulunup C' de bulunmayan elemanları yazınız.

$$\{a, b, e, f\}$$

- 7) Şekilde verilen Venn şemasına göre, aşağıdaki tabloyu doldurunuz.



$A - C = \{d, a, r\}$	$(A \cup C) \cap B = \{m, k, p\}$
$B \setminus C = \{m, e, i, h\}$	$(A \cap C) \setminus B = \{b, g\}$
$A' - B = \{f, c, n\}$	$(C - A) - B = \{f, c, n\}$
$C \cap A' = \{f, c, n, p\}$	$C \setminus (A \cup B) = \{f, c, n\}$
$[(A - B) \cup (B - A)] - C = \{d, a, r, e, i, h\}$	

KÜMELER - 2

(KÜMELERİN BİRLEŞİM VE KESİŞİMİ - EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN - İKİ KÜMENİN FARK İŞLEMİ)

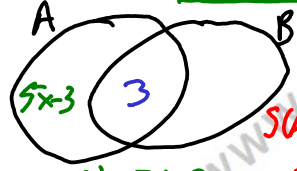
DEĞERLENDİRME - 3

- 1) E evrensel küme ve $A, B \subset E$ dir.

$$s(A \cup B) = 25 \text{ ve } s(A \cap B) = 3$$

$$2. s(A) = 5 \cdot s(B) \text{ ise}$$

$A \setminus B$ kümesi kaç elemanlıdır?



$$2 \cdot s(A) = 5 \cdot s(B)$$

$$5x \quad 2x$$

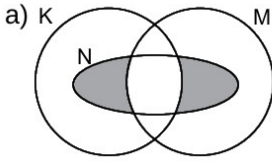
$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$25 = 5x + 2x - 3$$

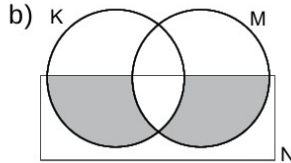
$$28 = 7x \rightarrow \boxed{x=4}$$

$$s(A \setminus B) = 5 \cdot 4 - 3 = 17$$

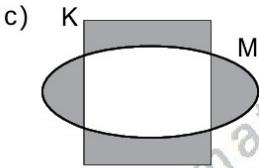
- 2) Aşağıda Venn şeması ile verilen kümelerde taralı bölgeleri ifade eden kümeleri yazınız.



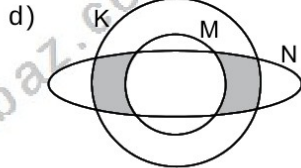
$$N - (K \cap M)$$



$$(K \cap M) \cap N$$

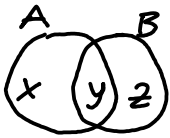


$$(K \cap M)'$$



$$(K \cap M) - M$$

- 3) $E = A \cup B$, $s[(A-B)'] = 22$, $s[(B-A)'] = 18$ ve $s(A') + s(B') = 38$ olduğuna göre, $A \cup B$ evrensel kümesinin eleman sayısı kaçtır?



$$y + z = 22$$

$$x + y = 18$$

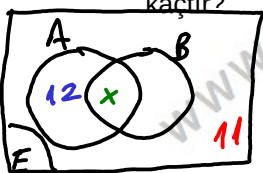
$$z + x = 38$$

$$2(x + y + z) = 78$$

$$x + y + z = \frac{78}{2}$$

$$s(A \cup B) = 39$$

- 4) $s(A-B) = 12$, $s[(B-A)'] = 26$ ve $s(A' \cap B') = 11$ olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?



$$s[(A \cup B)'] = 11$$

$$s[(B-A)'] = 12 + x + 11$$

$$26 = 23 + x$$

$$x = 3$$

$$s(A) = 12 + x = 15$$

- 5) A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir. Buna göre $(A' \cap B) - (A \cap B')$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

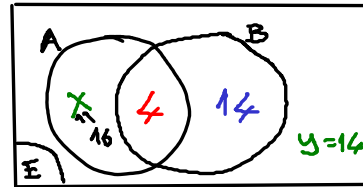
$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)'$$

$$= (A \cup B) \cap (A' \cup B')$$

$$= (A \cap A') \cup B$$

$$= \emptyset \cup B = \underline{B}$$

- 6) E evrensel kümesi 48 elemanlıdır. $s[(A \setminus B)'] = 32$, $s(B) = 18$ ve $s(B \setminus A) = 14$ olduğuna göre, $A \cup B$ nin eleman sayısı kaçtır?



$$s[(A-B)'] = x + 14 + y$$

$$32 = 18 + y$$

$$\boxed{y = 14}$$

$$48 = x + 4 + 14 + 14$$

$$x = 16$$

$$s(A \cup B) = 16 + 4 + 14 = 34$$

- 7) A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $\{[(A \cup \emptyset) \cup (B \cap \emptyset)] - B\} \cup A'$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

$$\{[A \cup \emptyset] - B\} \cup A'$$

$$\{A - B\} \cup A'$$

$$(A \cap B) \cup A'$$

$$(A \cup A') \cap (B \cup A')$$

$$E \cap (B \cup A') = B \cup A' = (A \cap B)'$$

- 8) A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) = 5x - 8, \quad s(A') = 2x - 3,$$

$$s(B) = x - 1, \quad s(B') = 2x + 2$$

olduğuna göre, E evrensel kümesinin 1 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$$s(A) + s(A') = s(E) = s(B) + s(B')$$

$$5x - 8 + 2x - 3 = x - 1 + 2x + 2$$

$$7x - 11 = 3x + 1$$

$$4x = 12$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$s(E) = 3x + 1 = 10$$

$$\binom{10}{1} = 10$$