

Hatırlatmalar

ÜSLÜ İŞLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

- 1)  $a \neq 0$  için  $a^0 = 1$  dir.  
Her  $a$  reel sayısı için  $a^1 = a$  dir.  
 $x \neq 0$  için  $0^x = 0$  dir.  
 $0^0$  ifadesi tanımsızdır.

NEGATİF KUVVET (ÜS)

- 2)  $(a)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$  veya  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$  dir.

Örneğin;  $(5)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

ÇARPMA BÖLME İŞLEMİ

- 3)  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$       4)  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$   
5)  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$       6)  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

TOPLAMA ÇIKARMA İŞLEMİ

- 7)  $k \cdot a^n + m \cdot a^n - n \cdot a^n = a^n(k+m-n)$

KUVVETİN KUVVETİ

- 8)  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$  dir.  
 $(a^n)^m \neq a^{(n^m)} \neq a^{n^m}$  (genellikle)

ÜSLÜ İFADE EŞİTLİĞİ

- 9)  $a^n = a^m$  ise  $n=m$  dir.

Örnek...1 :

$3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot \dots \cdot 3^{40} = \frac{1}{81^x}$  eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

$$3^{1+2+3+\dots+40} = \frac{1}{3^{4x}}$$

$$3^{\frac{40 \cdot 41}{2}} = 3^{-4x} \Rightarrow 3^{820} = 3^{-4x}$$

$$x = -205$$

Örnek...2 :

$(216)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$  işleminin sonucu kaçtır?

$$(6^3)^{-\frac{1}{3}} + (3^{-4})^{-\frac{1}{4}}$$

$$6^{3 \cdot -\frac{1}{3}} + 3^{-4 \cdot -\frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{6} + 3 = \frac{19}{6}$$

Örnek...3 :

$7^{x+2} = 35^{1+x}$  olduğuna göre  $25^{x+2}$  değeri kaç eştir?

$$7^x \cdot 7^2 = 35 \cdot 35^x$$

$$7^x \cdot 7^2 = 35 \cdot 5^x \cdot 7^x$$

$$5^x = \frac{49}{35} \Rightarrow (5^x)^2 \cdot 5^4$$

$$\Rightarrow \frac{49}{35} \cdot \frac{49}{35} \cdot 625$$

$$\Rightarrow 1225$$

Örnek...4 :

$\frac{1}{1-m^n} - \frac{1}{1-m^{-n}} = 7^{a-1}$  olduğuna göre  $a$  kaç eştir?

$$\frac{1}{1-m^n} + \frac{1}{1-\frac{1}{m^n}} = \frac{1-m^n}{1-m^n} = 1 = 7^{a-1}, a=1$$

Örnek...5 :

$A = \underbrace{3^4 + 3^4 + 3^4 + \dots + 3^4}_{x \text{ tane}}$ ,  $B = \underbrace{3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot \dots \cdot 3^4}_{x \text{ tane}}$  ve

$\frac{B \cdot x}{A} = 27^{56}$  olduğuna göre eşitliğini sağlayan değeri kaç eştir?

$$A = 3^4 \cdot x \quad B = 3^{4x}$$

$$\frac{3^{4x} \cdot x}{3^4 \cdot x} = (3^3)^{56}$$

$$3^{4x-4} = 3^{168}$$

$$4x-4 = 168 \quad 4x = 172 \quad x = 43$$



# LOGARİTMA - 1

## ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

### ÜSTEL FONKSİYON VE LOGARİTMA FONKSİYONU

$a^b=c$  eşitliğini düşünelim.

Mümkün olan durumlarda;

**Durum-1:** a ve b biliniyorsa c üs alma işlemiyle bulunabilir. Örneğin  $2^5=c$  ise  $c=32$  dir.

**Durum 2:** b ve c biliniyorsa a kök alma işlemiyle bulunabilir. Örneğin  $a^2=7$  ise  $a=\sqrt{7}$  dir.

Bu işlemleri daha önceden görmüştük.

**Durum 3:** a ve c biliniyorsa b logaritma alma işlemiyle bulunabilir.  $2^b=7$  eşitliğinin çözümü logaritmayla  $b=\log_2 7$  olarak elde edilir. (Bazı özel durumlarda logaritma işlemi yapmaya gerek kalmadan da çözüm bulunabilir. Örneğin  $2^b=8$  gibi.)  **$b=3$**  //

### SONUÇ

Logaritma daha önceden çözemediğimiz  $a^x=b$  gibi denklemleri çözmek için aracıdır. Logaritma alma işlemi kabaca üs alma işleminin tersi olarak düşünülebilir. Logaritma alma işlemine başlamadan önce üstel fonksiyonları inceleyelim.

### ÜSTEL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$  olmak üzere,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=a^x$  fonksiyonuna üstel fonksiyon denir.

#### Örnek...6 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x)=2^x$  üstel fonksiyonu için  $f(5)$  kaçtır?

$$f(5) = 2^5 \Rightarrow \underline{\underline{32}}$$

#### Örnek...7 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x)=a^x$  üstel fonksiyonu için  $f(5)=243$  tür. Buna göre, a kaçtır?

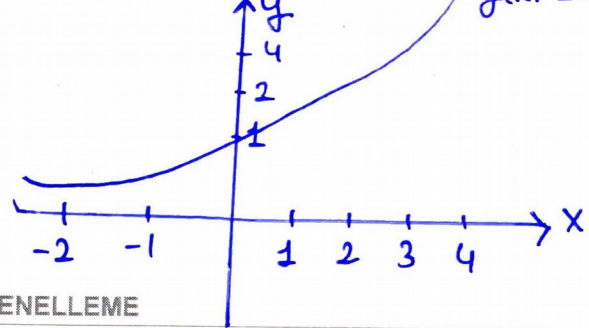
$$243 = 2^5 \quad a = 3$$
$$243 = 3^5$$

#### Örnek...8 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=2^x$  fonksiyonuna ait tabloyu doldurup oluşan ikililere göre grafiğini çiziniz?

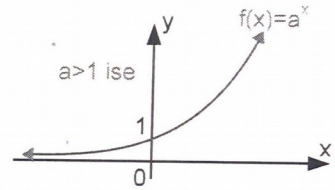
x	-2	-1	0	1	2	3	4
---	----	----	---	---	---	---	---

y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
---	---------------	---------------	---	---	---	---	----



#### GENELLEME

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=a^x$  fonksiyonu  $a > 1$  için artandır. Şekli inceleyiniz.

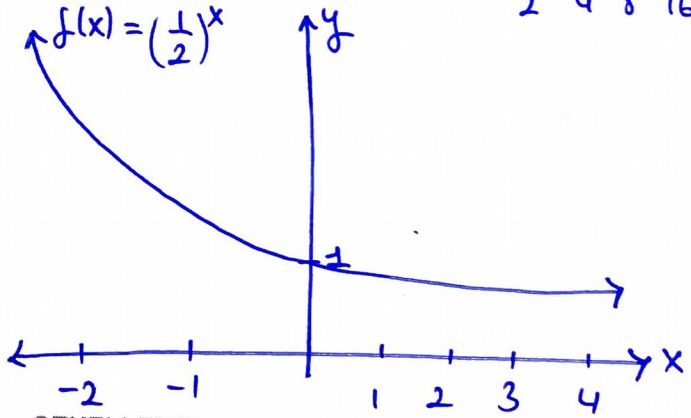


#### Örnek...9 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=(\frac{1}{2})^x$  fonksiyonuna ait tabloyu

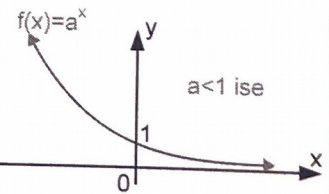
doldurup oluşan ikililere göre grafiğini çiziniz?

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$



#### GENELLEME

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x)=a^x$  fonksiyonu  $0 < a < 1$  için azalandır. Şekli inceleyiniz.





# LOGARİTMA - 1

## ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

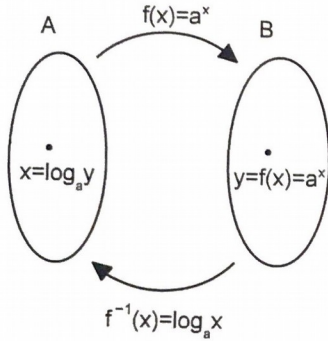
### ÖZET OLARAK

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$   $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonu;

- 1)  $a > 1$  için artandır.
- 2)  $0 < a < 1$  için azalandır.
- 3) Bire bir fonksiyondur.
- 4) Değer kümesi  $\mathbb{R}^+$  alınırsa örtendir. Bundan dolayı  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a^x$  için  $f^{-1}(x)$  ters fonksiyonu tanımlıdır ve bu ters fonksiyona logaritma fonksiyonu denir.

### LOGARİTMA FONKSİYONU

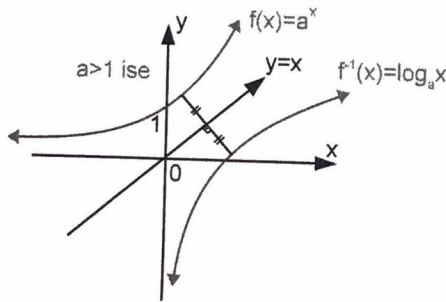
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a^x$  fonksiyonunun ters fonksiyona sahip olduğunu biliyoruz. Söz konusu ters fonksiyona **logaritma** fonksiyonu denir ve  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_a x$  ile gösterilir. Şekli inceleyiniz.



yukarıdaki eşlemeyi sembolik olarak  $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$  olarak yazabiliriz.

Örneğin uygun şartlarda tanımlı  $f(x) = 2^x$  ve  $g(x) = \log_2 x$  fonksiyonları birbirlerinin tersleridir.

$f(x) = a^x$  ile  $g(x) = \log_a x$  fonksiyonları birbirlerinin ters fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonların grafikleri  $y = x$  doğrusuna göre simetriktr. Şekli inceleyiniz.



### UYARI 1

- 1)  $\log_a x$  ifadesi " a tabanında x in logaritması" diye okunur.
- 2)  $\log_a x$  yazılışı a'nın hangi kuvveti x olur şeklinde yorumlanabilir.

Örneğin  $\log_2 8$  ifadesinin eşitini bulmak için **ya** 2 sayısının hangi kuvveti 8 yapar diye düşünürüz **ya da**  $\log_2 8 = x$  olsun diyerek logaritma ve üstel ifadeyi birbirine bağlayan  $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$  eşitliğinden yola çıkar  $2^x = 8$  denklemini mümkünse çözer ve x'i buluruz. (Daha sonra logaritma özelliklerini öğrendiğimizde farklı bir düşünüşle de sonuca gidebiliriz.)

### Örnek...10 :

$\log_2 x = 4$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$2^4 = x \Rightarrow x = 16$$

### Örnek...11 :

$\log_5 3025 = x$  kaçtır?

$$\log_5 3025 = x \Rightarrow 5^x = 3025$$

$$x = 5$$

### Örnek...12 :

$\log_k 9 = 2$  olduğuna göre, k kaçtır?

$$k^2 = 9 \quad k = 3 \quad \text{logaritma tabanı}$$

$$k = -3 \quad (-) \text{ olamayacağından cevap 3'dür.}$$

### Örnek...13 :

$\log_2 (x+5) = 7$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$2^7 = x+5 \Rightarrow x = 123$$

$$128 = x+5$$

### Örnek...14 :

$\log_4 (16) = x$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$4^x = 16 \Rightarrow x = 2$$

### Örnek...15 :

$\log_{\sqrt{2}} (8) = x$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$(\sqrt{2})^x = 8 \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^x = 2^3$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = 3$$

$$x = 6$$



Örnek...16 :

 $\log_{\frac{1}{25}}(125)=x$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$\left(\frac{1}{25}\right)^x = 125 \Rightarrow 5^{-2x} = 5^3$$

$$-2x = 3 \quad \left. \vphantom{\left(\frac{1}{25}\right)^x = 125} \right\} x = -\frac{3}{2}$$

Örnek...17 :

 $\log_3 81 = 2x - 3$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$3^{2x-3} = 3^4 \Rightarrow 2x - 3 = 4$$

$$2x = 7$$

$$x = 7/2$$

Örnek...18 :

 $\log_3 1 = \frac{2}{x} - 3$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$0 = \frac{2}{x} - 3 \Rightarrow 3 = \frac{2}{x}$$

$$x = 2/3$$

Örnek...19 :

 $\log_5 \frac{x-1}{x-2} = -1$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$5^{-1} = \frac{x-1}{x-2} = \frac{1}{5}$$

$$5x - 5 = x - 2$$

$$4x = 3$$

$$x = 3/4$$

Örnek...20 :

 $\log_2 [3 + 2\log_3(x+1)] = 1$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$2 = 3 + 2\log_3(x+1)$$

$$\frac{-1}{2} = \log_3(x+1) \Rightarrow 3^{\frac{-1}{2}} - 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$$

Örnek...21 :

 $4^{\frac{x-2}{3}} = 128$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$2^{\frac{2(x-2)}{3}} = 2^7$$

$$\frac{2x-4}{3} = 7$$

$$\frac{2x}{3} = 11 \quad 2x = 33 \quad \left. \vphantom{\frac{2x}{3} = 11} \right\} x = \frac{33}{2}$$

Örnek...22 :

 $5^x = 8$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$x = \log_5 8$$

Örnek...23 :

 $7^{x+2} = 15$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$x+2 = \log_7 15$$

$$x = \log_7 15 - 2$$

Örnek...24 :

 $6^{2x+5} - 2 = 17$  olduğuna göre, x kaçtır?

$$6^{2x+5} = 19 \quad 2x+5 = \log_6 19$$

$$x = \frac{\log_6 19 - 5}{2}$$

Örnek...25 :

Uygun şartlarda  $f(x) = 5^{x+1} - 2$  fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$y = 5^{x+1} - 2$$

$$y+2 = 5^{x+1}$$

$$x+1 = \log_5(y+2)$$

$$x = \log_5(y+2) - 1$$

$$f^{-1}(x) = \log_5(x+2) - 1$$

Örnek...26 :

Uygun şartlarda  $f(x) = 3^{x-2} + 4$  fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$y = 3^{x-2} + 4$$

$$y-4 = 3^{x-2}$$

$$x-2 = \log_3(y-4)$$

$$x = \log_3(y-4) + 2$$

$$f^{-1}(x) = \log_3(x-4) + 2$$

Örnek...27 :

Uygun şartlarda  $f(x) = 7^{2x-3} + 5$  fonksiyonu veriliyor.  $f^{-1}(12) = ?$ 

$$f^{-1}(12) = x \Rightarrow f(x) = 12$$

$$7^{2x-3} + 5 = 12$$

$$7^{2x-3} = 7$$

$$2x-3 = 1$$

$$x = 2$$

7

Örnek...28 :

$$f:(3,\infty)\rightarrow\mathbb{R}, f(x)=\log_2(x-3)$$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$y = \log_2(x-3) \quad f^{-1}(x) = 2^x + 3$$

$$2^y = x-3$$

$$2^y + 3 = x$$

Örnek...29 :

$$f:(-5,\infty)\rightarrow\mathbb{R}, f(x)=\log_2(x+5)-2$$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$y = \log_2(x+5) - 2$$

$$y+2 = \log_2(x+5) \Rightarrow f^{-1}(x) = 2^{x+2} - 5$$

$$2^{y+2} = x+5$$

$$2^{y+2} - 5 = x$$

Örnek...30 :

$$f:(-3,\infty)\rightarrow\mathbb{R}, f(x)=\log_2(2x+6)-2$$

fonksiyonu için  $f^{-1}(4)=?$

$$\log_2(2x+6) - 2 = 4$$

$$\log_2(2x+6) = 6$$

$$2x+6 = 2^6$$

$$\text{UYARI 2 } 2x+6=64 \Rightarrow x = \frac{29}{2}$$

Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna onluk (bayağı) logaritma fonksiyonu denir.

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^+, f(x)=\log_{10}x$  fonksiyonu  $f(x)=\log x$  ile de gösterilebilir. (Yani taban belirtilmemişse 10 alınır)

Örnek...31 :

$$\log 100=x \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

$$\log_{10} 100 = x \Rightarrow 10^x = 100$$

Örnek...32 :

$$\log(0,001)=2x+7 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

Tabloyu inceleyiniz.

x	$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$	x	$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$
1	2	-2	4
10	2,5937..	-10	2,8679..
10 <sup>2</sup>	2,7048..	-10 <sup>2</sup>	2,7319..
10 <sup>6</sup>	2,7182..	-10 <sup>6</sup>	2,7182..

Tabanı e (Euler sayısı) değeri 2,7182.. olan irrasyonel sayı olan logaritma fonksiyonuna doğal logaritma fonksiyonu denir ve  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^+, f(x)=\log_e x = \ln x$  ile gösterilir.

Örnek...33 :

$$\ln(\log x)=0 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

$$\log_e(\log x)=0 \quad e^0 = \log_{10} x$$

$$1 = \log_{10} x \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

Örnek...34 :

$$f:(-\infty, \frac{4}{3})\rightarrow\mathbb{R}, f(x)=\ln(4-3x)-2$$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$y = \ln(4-3x) - 2 \quad \frac{4-e^{y+2}}{3} = x$$

$$y+2 = \ln(4-3x)$$

$$e^{y+2} = 4-3x \quad f^{-1}(x) = \frac{4-e^{x+2}}{3}$$

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ

Bir fonksiyon için en geniş tanım kümesi, fonksiyonunun bağımsız değişkeninin (genelde x) seçilebileceği en büyük kümedir.

$f(x)=\log_{h(x)}g(x)$  fonksiyonun en geniş tanım kümesi

i)  $g(x)>0$  ii)  $h(x)>0$  iii)  $h(x)\neq 1$  ifadelerini sağlayan x değerlerinin kümesidir.

Özetlersek, taban ve logaritması alınan sayı pozitif olmalı, taban pozitifken 1 olmamalıdır.



$$\frac{25}{4} + \left(\frac{+5}{2}\right) = \frac{25+10}{4}$$

$$= \frac{35}{4}$$

**Örnek...35 :**  
 $f(x)=\log_2(x-2)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz?

$$x-2 > 0 \quad (2, \infty)$$

$$x > 2$$

**Örnek...36 :**  
 $f(x)=\log_{8-x}(x+5)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz?

$$x+5 > 0 \Rightarrow x > -5$$

$$8-x > 0 \Rightarrow x < 8$$

$$8-x \neq 1 \quad -5 < x < 8$$

$$x \neq 7 \quad (-5, 8) - \{7\}$$

**Örnek...37 :**

$f(x)=\log_{x^4}(x^2-8x+15)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz?

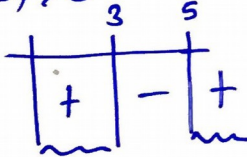
$$x^2-8x+15 > 0 \quad R - ([3,5] \cup \{-1,0,1\})$$

$$(x-3) \cdot (x-5) > 0$$

$$x^4 \neq 1$$

$$x \neq \pm 1$$

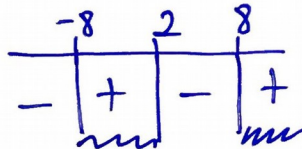
$$x \neq 0$$



**Örnek...38 :**

$f(x)=\ln\left(\frac{x-2}{x^2-64}\right)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde kaç tane negatif tam sayı vardır?

$$\frac{x-2}{x^2-64} > 0$$



-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 7 tane

**Örnek...39 :**

$f(x)=\log_{\sqrt{2}}(x^2-2x+m)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi reel sayılar kümesi ise m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$x^2-2x+m > 0$  olmalı. Bunun için denklemin 0 veya negatif yapan değer almamalı.

$\Delta < 0$  olsun ki kök almazın.

**Örnek...40 :**

$f(x)=\log_{\pi}(x^2+5x+m)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi  $\mathbb{R}-\{k\}$  kümesi ise m-k kaçtır?

$$x^2+5x+m > 0 \quad \Delta \leq 0$$

$$25-4m \leq 0 \quad m = \frac{25}{4}$$

$$25 \leq 4m$$

$$\frac{25}{4} \leq m$$

$$x^2+5x+\frac{25}{4} = 0$$

$$4x^2+20x+25 = 0 \quad (2x+5)^2 = 0$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

**Örnek...41 :**

$f(x)=\log_a(mx+n)$  fonksiyonunun grafiği çizilirken

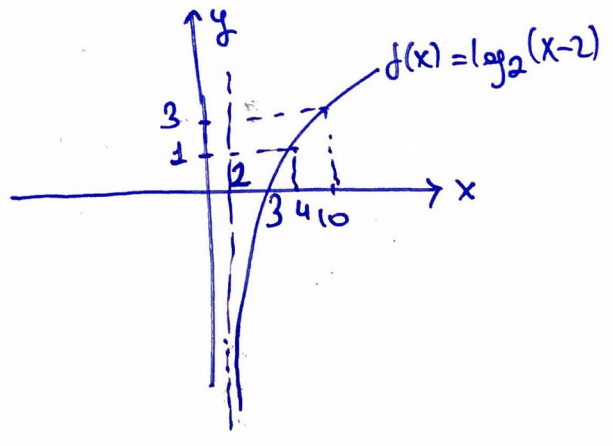
- i) tanım kümesi bulunur
- ii)  $mx+n=0$  için grafiğin x eksenini kestiği nokta  $(x_0, 0)$  bulunur
- iii)  $mx+n=a$  için grafiğin geçtiği  $A(x_1, 1)$  noktası bulunur
- iv)  $mx+n$  ifadesinin durumuna göre grafik ya da şekillerinden biri olarak çizilir.

Yukarıda verilenlere göre  $f(x)=\log_2(x-2)$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

i)  $x-2 > 0$   
 $x > 2$

ii) grafiğin x eksenini kestiği nokta  $(2, 0)$ 'dir.

iii) grafik  $(3, 1)$  noktasından geçer



$$4-4 \cdot 1 \cdot m < 0$$

$$m > 1$$

en küçük tam sayı değeri = 2



## DEĞERLENDİRME

- 1)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = (a+2)^x$  üstel fonksiyonu için  $f(3) = 1331$  dir. Buna göre,  $a$  kaçtır?

$$\begin{aligned} f(3) &= (a+2)^3 = 1331 \\ \sqrt[3]{(a+2)^3} &= \sqrt[3]{1331} \\ a+2 &= 11 \\ a &= 9 \end{aligned}$$

- 2)  $\log_{\sqrt{5}}(125) = x$  ve  $\log_2(x-2) = a$  ise  $x$ ,  $a$  nın kaç katıdır?

$$\begin{aligned} (\sqrt{5})^x &= 125 \Rightarrow 5^{\frac{x}{2}} = 5^3 \\ \frac{x}{2} &= 3 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_2 4 &= a \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$x$ ,  $a$ 'nın 3 katıdır.

- 3)  $\log[8 + \log_2[3 + 2\log_3(x-1)]] = 1$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

$$\begin{aligned} 3 + 2\log_3(x-1) &= 4 \\ 2\log_3(x-1) &= 1 \\ \log_3(x-1) &= \frac{1}{2} \Rightarrow x-1 = \sqrt{3} \\ x &= \sqrt{3} + 1 \end{aligned}$$

- 4)  $7^{x+5} - 2 = 13$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

$$\begin{aligned} 7^{x+5} &= 15 \\ x+5 &= \log_7 15 \\ x &= \log_7 15 - 5 \end{aligned}$$

- 5)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = 5^{3x+2} - 7$  fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$\begin{aligned} y &= 5^{3x+2} - 7 \\ y+7 &= 5^{3x+2} \\ 3x+2 &= \log_5(y+7) \\ x &= \frac{\log_5(y+7) - 2}{3} \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{\log_5(x+7) - 2}{3}$$

- 6)  $f: (-\frac{2}{5}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2(5x+2) + 7$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$\begin{aligned} y &= \log_2(5x+2) + 7 \\ y-7 &= \log_2(5x+2) \\ 2^{y-7} &= 5x+2 \\ \frac{2^{y-7} - 2}{5} &= x \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2^{x-7} - 2}{5}$$

- 7)  $f(x) = \log_{x^2-x+1}(x^2+6x+5)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz?

$$\begin{aligned} x^2 - x + 1 &\neq 1 & x^2 + 6x + 5 &> 0 \\ x^2 - x + 1 &> 0 & \Rightarrow \Delta < 0 & (x+5) \cdot (x+1) \\ x^2 - x &\neq 0 & & \\ x \cdot (x-1) &\neq 0 & & \\ x &\neq 1 & & \\ x &\neq 0 & & \end{aligned}$$

	-5	-1	
+	-	+	

$$(-\infty, -5) \cup (-1, \infty) - \{0, 1\}$$

- 8)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = 4e^{x-2} + 3$  fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz?

$$\begin{aligned} y &= 4e^{x-2} + 3 \\ \frac{y-3}{4} &= e^{x-2} \\ x-2 &= \ln\left(\frac{y-3}{4}\right) \\ x &= \ln\left(\frac{y-3}{4}\right) + 2 \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x-3}{4}\right) + 2$$

$$x = \ln\left(\frac{y-3}{4}\right) + 2$$