

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ)

BİNOM AÇILIMI :

x, y birer reel sayı ve n doğal sayı olmak üzere,

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

eşitliğin sağ tarafına binom açılımı denir.

Örnek...1 :

Aşağıdaki ifadeleri açarak yazınız.

$$(x+y)^2 =$$

$$(m+n)^3 =$$

$$(k-y)^3 =$$

ÖZELLİKLER

$(a+b)^n$ açılımında

- 1) $(n+1)$ tane terim vardır.
- 2) Açılım a'nın azalan b'nin artan kuvvetlerine göre yazılmıştır.

Örnek...2 :

$(1 + 2x)^k$ açılımında 24 terim vardır. x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 3. terimin derecesi kaçtır?

21

3) Açılımda baştan $(r+1)$. terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir.

Örnek...3 :

$(x+2)^{10}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

$$\binom{10}{6} \cdot 2^6 \cdot x^4$$

Örnek...4 :

$(3x+5)^{14}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

$$\binom{14}{6} \cdot 3^8 \cdot 5^6 \cdot x^8$$

Örnek...5 :

$(2x - \frac{1}{x})^9$ açılımında baştan 5. terimin katsayısı ne olur?

$$\binom{9}{4} \cdot 2^5$$

Örnek...6 :

$(3x-4)^{14}$ açılımında terimleri baştan 9. terimin katsayısı ne olur?

$$\binom{14}{8} \cdot 3^6 \cdot 4^8$$

Örnek...7 :

$(x+2y)^9$ açılımında terimleri y nin artan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 4. terimin katsayısı ne olur?

$$\binom{9}{3} \cdot 2^3$$

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ)

Örnek...8 :

$(3-2x)^8$ açılımında terimleri x^4 lü terimin katsayısı nedir?

$$\binom{8}{4} \cdot 6^4$$

Örnek...9 :

$(x+y)^{11}$ açılımında x^5 li terim nedir?

$$\binom{11}{6} \cdot x^6 \cdot y^5$$

Örnek...10 :

$(x+2y)^{10}$ açılımında bir terim $k \cdot x^5 \cdot y^n$ ise $k+n$ kaçtır?

$$\binom{10}{5} \cdot 2^5 + 5$$

Örnek...11 :

$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^8 = \dots + k \cdot x^4 + \dots$ ise k kaçtır?

$$\binom{8}{2} \cdot 2^6$$

Örnek...12 :

$\left(3x - \frac{1}{x}\right)^{12} = \dots + k + \dots$ ise k kaçtır? (k x den bağımsızdır)

$$\binom{12}{6} \cdot 3^6$$

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ olduğu için baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları eşittir.

5) Katsayılar toplamını bulmak için tüm değişkenler yerine 1 yazılır. Sabit terimi bulmak için yazılabildiği durumda değişkenler yerine 0 yazılır; yazılamadığı durumlarda ise terim açılımında kuvveti 0'a eşitleriz.

Örnek...13 :

$(5x-2y)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

$$3^6$$

Örnek...14 :

$(5x-2y-z)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

$$2^6$$

Örnek...15 :

$(x+y+2)^8$ nin açılımındaki sabit terim nedir?

$$2^8$$

Örnek...16 :

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim ne olur?

$$\binom{16}{8}$$

Örnek...17 :

$\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^9$ açılımında sabit terim ne olur?

$$\binom{9}{6} \cdot 3^3 \cdot 2^{-6}$$

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ)

6) $(a+b)^n$ ifadesinin açılımında bir terimin sondan terim numarası ile baştan terim numarası toplamı $(n+2)$ olur.

Örnek...18 :

$(2x+1)^{13}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 3. terim ne olur?

$$\binom{13}{2} \cdot 4 \cdot x^2$$

Örnek...19 :

$(x^3-2y)^{10}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 7. terim ne olur?

$$\binom{10}{6} \cdot 2^4 \cdot y^4 \cdot x^{18}$$

7) $n=2k$ ise açılımda ortanca terim vardır.

Örnek...20 :

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

$$\binom{16}{8}$$

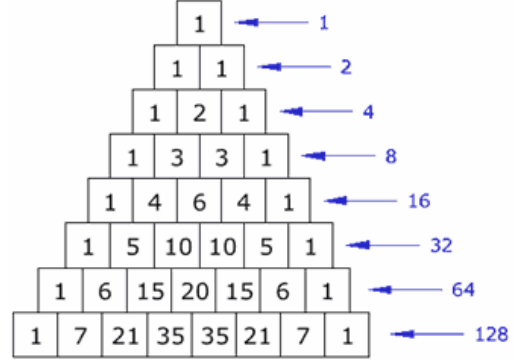
Örnek...21 :

$(x^2-3y)^8$ ifadesi açıldığında ortadaki terim nedir?

$$\binom{8}{4} \cdot x^8 \cdot 3^4 \cdot y^4$$

8) $(a+b)^n$ nin açılımındaki katsayılar kombinasyon yerine pascal üçgeni kullanılarak da bulunabilir.

PASCAL ÜÇGENİ



Yukarıdaki Pascal üçgeninden yararlanarak aşağıdaki ifadelerin açılımlarının katsayılarını yazabiliriz.

$(x+y)^0 = 1$ (Piramitin tepesindeki sayı)

$(x+y)^1 = 1 \cdot x + 1 \cdot y$ (Piramitin 2. satır sayıları)

$(x+y)^2 = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot xy + 1 \cdot y^2$ (Piramitin 3. satır sayıları)

$(x+y)^3 = 1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2y + 3 \cdot xy^2 + 1 \cdot y^3$

$(x+y)^4 = 1 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3y + 6 \cdot x^2y^2 + 4 \cdot xy^3 + 1 \cdot y^4$

Örnek...22 :

$(2x+y)^4$ ifadesinin açık şeklini Pascal üçgenini kullanarak yazınız?

Örnek...23 :

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 12$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ kuralını bulunuz

$$\sqrt[3]{x-4}-3$$

Örnek...24 :

$$f(x) = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 13$$

olduğuna göre, $f(\sqrt[4]{11}-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

8

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ)

DEĞERLENDİRME

- 1) $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{2x^2}\right)^{10}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

$$\binom{10}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5$$

- 2) $(x-y)^{10}$ açılımı x in artan kuvvetlerine göre düzenlendiğinde baştan 3. terimin katsayısının sondan 4. terimin katsayısına oranı kaçtır?

$$\frac{\binom{10}{2}}{\binom{10}{3} \cdot (-1)}$$

- 3) $\left(2x^3 - \frac{3}{2x^2}\right)^9$ açılımı yapıldığı sabit terimin nedir?

Yok

- 4) $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $(x+y^2-5z^3)^n$ ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $x^5 \cdot y^4 \cdot z^9$ olduğuna göre, n kaçtır?

10

- 5) $\binom{x}{6} + \binom{x}{7} = \binom{13}{6}$ ise $\binom{x}{0} + \binom{x}{1} \cdot 9 + \binom{x}{2} \cdot 9^2 + \dots + \binom{x}{x} 9^x$ sayısı kaç basamaklıdır?

13

- 6) $(\sqrt[3]{2} - \sqrt{2})^{20}$ açılımında kaç adet rasyonel terim vardır?

4

- 7) $(x-2y)^n$ ifadesinin açılımında terim sayısı 8 ise katsayılar toplamı kaçtır?

-1

- 8) $(3x-2y)^9 = \dots + A \cdot x^k \cdot y^t + \dots$ ise k+t kaçtır?

9

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ)

- 9) $(2x-1)^{10}$ açılımında baştan 6. terimin kat sayısının sondan 3. terimin katsayısına oranı kaçtır?

$$\frac{\binom{10}{5} \cdot 2^5 \cdot (-1)}{\binom{10}{2} \cdot 2^8}$$

- 10) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

$$-\binom{10}{5}$$

- 11) $(3x-x^{-2})^{15}$ açılımında sabit terimin katsayısı kaçtır?

$$\binom{15}{5} \cdot 3^{10} \cdot (-1)^5$$

- 12) $\left(\frac{x^3 \cdot y - x \cdot y^3}{xy^2}\right)^8 = \dots + A \cdot x^k \cdot y^6$ ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

$$-4$$

- 13) $(x+y+z)^8$ açılımında $x^2 \cdot y^3 \cdot z^k$ lı terimin katsayısı A ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

$$\frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{5}{3}}{3}$$

- 14) $(x+y+z)^8$ açılımında kaç tane x^4 ' lü terim bulunur?

$$5$$

- 15) $\left(1 + \sqrt[3]{2}\right)^{10}$ açılımında kaç tane rasyonel terim vardır?

$$4$$