

ÜSTLÜ İFADELER

a bir reel sayı ve n bir doğal sayı olmak üzere, n tane a 'nın çarpımına a nın n. kuvveti denir ve a^n olarak ifade edilir. $a^n = b$ üstlü ifadesinde a ya **taban**, n ye **üs**, b ye ise üstlü ifadenin değeri denir.

Örneğin; $2^5=2.2.2.2.2=32$ dir.

Örnek...1 :

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ işleminin sonucu kaçtır?

ÜSTLÜ İŞLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

1) $a \neq 0$ için $a^0=1$ dir.
Her a reel sayısı için $a^1=a$ dır.
 $x \neq 0$ için $0^x=0$ dır.
 0^0 ifadesi **tanımsızdır.**

UYARI

$(-5)^2=25$ iken $-5^2=-25$ tir.
 $a < 0$ için $a^{\text{ÇİFT}} > 0$ olur. { $(-5)^2=25$ gibi }
 $a < 0$ için $a^{\text{TEK}} < 0$ olur. { $(-5)^3=-125$ gibi }

Örnek...2 :

$(-2)^3+4^2-(-3)^2+1^{1234}-0^{567}=?$

NEGATİF KUVVET (ÜS)

2) $(a)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ veya $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ dir.

Örneğin; $(5)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Örnek...3 :

$(-5)^2-7^2-36.(-3)^{-2}+12^0-(-4)^3 = ?$

Örnek...4 :

$$\frac{1^{100}+1^{101}+\dots+1^{125}}{(-1^{-67})+(-1^{-66})+\dots+(-1^{-42})}=?$$

ÇARPMA BÖLME İŞLEMİ

$$3) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$4) a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$5) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$6) \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Örnek...5 :

$x=-2$ ve $y=3$ olmak üzere $x^y-y^x-x:y = ?$

Örnek...6 :

m ve k tamsayılar ve k 'nın en büyük değeri için , $(-x)^3 \cdot (-x)^{-8} \cdot (x^2)^3 = m \cdot x^k$ ise $m+k$ kaçtır?

Örnek...7 :

$$\frac{\overbrace{3.3.3 \dots 3}^{8 \text{ tane}}}{\underbrace{3+3+3+\dots+3}_{2187 \text{ tane}}} \text{ ifadesinin eđiti nedir?}$$

Örnek...8 :

$\frac{0,0006^3}{0,00002^4}$ sayısı kaç basamaklıdır?

SAYILAR – 7

(ÜSTLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRME)

Örnek...9 :

128^8 sayısının yarısı kaçtır?

Örnek...10 :

$$\frac{0,9^{-2,5}}{0,81^{-4}} = ?$$

TOPLAMA ÇIKARMA İŞLEMİ

$$7) k \cdot a^n + m \cdot a^n - n \cdot a^n = a^n(k+m-n)$$

Örnek...11 :

$6 \cdot 2^{x-3} + 3 \cdot 2^{x-2} - 2^x = 512$ ise x kaçtır?

KUVVETİN KUVVETİ

$$8) (a^n)^m = a^{n \cdot m} \text{ dir.}$$

$$\text{⚠ : } (a^n)^m \neq a^{(n^m)} \neq a^{n^m}$$

Örnek...12 :

$(3^2)^3 + 3^{(2^3)}$ toplamının eşiti kaçtır?

Örnek...13 :

$$(2^{-2})^{-3} + 7^0 + 1^{-1000} = ?$$

Örnek...14 :

$32^{34} \cdot 25^{87}$ sayısı kaç basamaklıdır?

Örnek...15 :

$4 \cdot x^{12} \cdot y + 5 \cdot (x^3)^4 \cdot y - 7(x^2)^6 \cdot y = m \cdot x^n \cdot y$ olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

Örnek...16 :

$5^x = p$ ise 5^{-2x+3} sayısının p türünden eşiti nedir?

Örnek...17 :

$3^{x-2} = a$ ise $\left(\frac{1}{81}\right)^{3-x}$ sayısının a türünden eşiti nedir?

Örnek...18 :

$3^x = k$, $5^x = n$ ise 2025^x in k ve n cinsinden değeri nedir?

ÜSTLÜ İFADE EŞİTLİĞİ

$$9) a^n = a^m \text{ ise } n = m \text{ dir.}$$

Örnek...19 :

$2^{4x-3} = 128^{x-2}$ ise x kaçtır?

SAYILAR – 7

(ÜSTLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRME)

Örnek...20 :

$49^{4-2x}=343^{x-2}$ ise x kaçtır?

Örnek...21 :

$7^a=5^b$ ise $(343)^{\frac{a}{b}}$ nin değeri kaçtır?

Örnek...22 :

$4a=b$ ve $a^b=27^4$ ise a-b kaçtır?

ÜSTLÜ İFADE EŞİTLİĞİ

10) $a^n=b^n$ ise n tekse $a=b$,
n çiftse $|a|=|b|$

Örnek...23 :

$(4x-1)^3=(3x+2)^3$ ise x kaç olabilir?

Örnek...24 :

$(2x+1)^2=(x-2)^2$ ise x kaç olabilir?

ÜSTLÜ İFADE EŞİTSİZLİĞİ

11) $a>1$ ve $a^x>a^y$ ise $x>y$ olur.

Örnek...25 :

$8^{2-5x} < 32^{2x-3}$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

ÜSTLÜ İFADE EŞİTSİZLİĞİ

12) $0<a<1$ ve $a^x>a^y$ ise $x<y$ olur.

Örnek...26 :

$(\frac{2}{3})^{3x-2} < (\frac{2}{3})^{x+5}$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

SAYILAR – 7

(ÜSTLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRME)

Örnek...27 :

$\left(\frac{3}{4}\right)^{5x+1} < \left(\frac{64}{27}\right)^{x-1}$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

13) $a^x=1$ ise 3 durum mümkün olabilir.

- i) $a=1$ ve x her reel değeri alabilir.
- ii) $a=-1$ ise x çift tam sayı
- iii) $x=0$ ise $a \neq 0$ yeterlidir.

Örnek...28 :

$(x-2)^{x^2-4}=1$ ise x kaç olabilir?

14) $\left. \begin{array}{l} a^n=b^m \\ a^p=b^r \end{array} \right\}$ ise $\frac{n}{p}=\frac{m}{r}$ dir.

Örnek...29 :

$5^a=49$ ve $5^b=343$ ise a nın b türünden değeri nedir?

Örnek...30 :

$2^a=12$ ve $3^b=72$ ise a nın b türünden değeri nedir?

Örnek...31 :

$\frac{1}{1+7^x} + \frac{1}{1+7^{-x}} = 1525^{3+y}$ ise y kaçtır?

15) Üstlü sayılarda sıralama sorularında üsler veya tabanlar eşitlendikten sonra karşılaştırma yapılarak sıralanırlar.

Örnek...32 :

Aşağıdaki sayıları sıralayınız?

i) $a=2^{45}$, $b=4^{30}$, $c=8^{11}$

ii) $x=7^{60}$, $y=11^{48}$, $z=2^{96}$

SAYILAR – 7

(ÜSTLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRME)

Örnek...33 :

$x^y=16$ olmak üzere, bileşenleri tam sayı olan kaç (x,y) ikilisi vardır?

Örnek...34 :

$a=3+6^x$ ve $b=4-6^{-x}$ ise a nın b türünden değeri nedir?

Örnek...35 :

$6^x-6^{-x}=8$ olduğuna göre, $36^{-x}+36^x$ toplamı kaçtır?

Örnek...36 :

$A=3^2+4^2+5^2$ olduğuna göre, $15^2+20^2+25^2$ ifadesinin A türünden eşiti nedir?

Örnek...37 :

x ve y tamsayıları için,
 $7^{3x+4y-4}=9^{y+2+x}$ olduğuna göre, $x.y$ çarpımı kaçtır?

16) $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $a^x=b$ eşitliğinde b nin değerini a nın iki kuvveti arasına sıkıştırırsak x in aralığı bulunmuş olur.

Örnek...38 :

y tamsayısı için, $3^{x+2} = 111$ ve $y < x < y + 1$ olduğuna göre, y nin değeri kaçtır?

Örnek...39 :

$27=5^x$, $1=11^y$, $224=15^z$ ise x, y ve z yi sıralayınız.

SAYILAR – 7

(ÜSTLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRME)

DEĞERLENDİRME

1) $4^{x-4} = 512^{1-y}$ ise x in y türünden değeri nedir?

2) $(2^2)^3 + 2^{(2^2)}$ toplamının eşiti kaçtır?

3) $(x-2)^4 = (x)^2$ ise x kaç olabilir?

4) $\left(\frac{3}{4}\right)^{5x+1} < \left(\frac{64}{27}\right)^{x-1}$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

5) $8^x = 25$, $125^y = 32$ ise x.y çarpımı kaçtır?

6) $p=3^{48}$, $q=9^{23}$, $r=27^{17}$
sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız?

7) $a^b = 64$ olmak üzere, bileşenleri tam sayı olan kaç (a,b) ikilisi vardır?

8) x ve y tamsayıları için,
 $5^{x+3y-6} = 6^{2x+y+2}$
olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?