

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

MUTLAK DEĞER

TANIM

Bir x reel sayısına karşılık gelen noktanın sayı doğrusunda 0 (sıfır) a olan uzaklığına x sayısının mutlak değeri denir ve $|x|$ şeklinde yazılır.
Başka bir deyişle

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \text{ dir.}$$

UYARI

Uzaklık kavramı taşıyan mutlak değer eşiti **ASLA NEGATİF OLAMAZ.**

Örnek...1 :

$$|3| - |-9| + |-7| - |-6| = ?$$

Örnek...2 :

$$|\sqrt{5}-1| - |1-\sqrt{5}| = ?$$

UYARI

$|x|$ in **EN KÜÇÜK** değeri **SIFIR**dır.

Örnek...3 :

$|2x-3|$ ifadesinin en küçük değeri için $4x+3y=21$ ise $x.y$ çarpımı kaçtır?

Örnek...4 :

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2a-5| + |4+3b| + (2-c)^2 + \sqrt{d+1} = 0$$

ise $a.b+c-d$ ifadesi kaçta eşittir?

Örnek...5 :

$$x < 0 < y < z \text{ ise } |x-y| + |x-z| - |z-y| - |3-y| + |8-3x| = ?$$

Örnek...6 :

$$\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z} \text{ ise } |x-y| - |x-z| - |z-y| = ?$$

Örnek...7 :

$$x = 1 - \sqrt{5}, y = \sqrt{5} - 2, \text{ ise } |x+y| - |y-x| - |x| = ?$$

Örnek...8 :

$$x \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right) \text{ ise } ||1-5x| - 4x| + |3x-1| = ?$$

Örnek...9 :

$$x < |x|, y^2 < y, a < a^3 < a^2 \text{ ise } |x+a| + |1-y-x| + x-y+a = ?$$

MUTLAK DEĞERİN ÖZELLİKLERİ

1) $|x| \geq 0$

2) $|x| = |-x|, |x-y| = |y-x|$

Örnek...10 :

$$|x-3| = -x+3 \quad |y+1| = y+1$$

ise x in en büyük tamsayı değeri y nin en küçük tamsayı değerinden kaç fazladır?

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...11 :

$|x-3|+|x-5|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Örnek...12 :

$|2x-8|+|x-3|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Örnek...13 :

$\frac{120}{|3x-20|+|x-2|}$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

$$3) \sqrt{x^2}=|x|$$

Örnek...14 :

$x < 0 < y$ olmak üzere,
 $\sqrt{9x^2+\sqrt{4y^2}}-\sqrt{x^2-2xy+y^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

Örnek...15 :

$\sqrt{a^2-4a+4}+|b-7|=0$ ise a.b çarpımı kaçtır?

Örnek...16 :

$\sqrt{x^2-8a+16}=12y-y^2-36$ ise $x+y$ kaçtır?

$$4) |x \cdot y|=|x| \cdot |y|, \quad \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

$$5) ||x|-|y|| \leq |x+y| \leq |x|+|y|$$

Örnek...17 :

$x \neq 0$ olmak üzere, $\frac{|-8x|-|2x|-|-3x|}{|-3x|}$ kesrinin değeri kaçtır?

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

$$6) |x|=a \Rightarrow x=a \text{ veya } x=-a$$

$$7) |x|=|y| \Rightarrow x=y \text{ veya } x=-y$$

Örnek...18 :

$|3x-2|=16$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...19 :

$7 \cdot |9-2x|+14=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...20 :

$||3x-1|-6|=13$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...21 :

$|x-1|-|-3x+7|=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...22 :

$|x-5|+|2x-10|=21$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...23 :

$|x^2-4|-|6-3x|=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

8) $|x|<a \Rightarrow -a<x<a$

Örnek...24 :

$|4x-2|<10$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...25 :

$|2x-3|\leq 12$
eşitsizliğinin tamsayılardaki çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...26 :

$|x-5k|<4$
eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-n,24)$ ise $k-n$ kaçtır?

Örnek...27 :

$||2x-3|-5|\leq 14$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

9) $|x|>a \Rightarrow x>a$ veya $x<-a$

Örnek...28 :

$|x-2|>10$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...29 :

$|5x-3|\geq 3$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...30 :

$|x-4|+|2x-8|-|20-5x|\geq 32$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

$$10) b < |x| < a \Rightarrow b < x < a \text{ veya } -a < x < -b$$

Örnek...31 :

$3 < |4x-1| < 12$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...32 :

$1 < |6-x| \leq 13$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...33 :

$\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{8}$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...34 :

$\frac{|x+1|-5}{|x-2|} < 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...35 :

$9 < (2x+1)^2 \leq 36$
ise x hangi aralıktadır?

Örnek...36 :

$|2x-5| < 13$ ve $3x+2y-8=0$ olduğuna göre y sayısının hangi reel sayı aralığında olduğunu bulunuz?

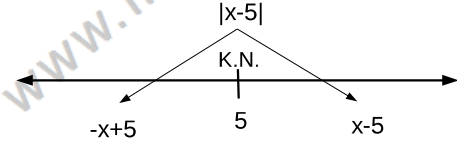
SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

KRİTİK NOKTA

11) $|x-k|$ ifadesinde mutlak değer kökü olan k sayısına kritik değer denir.

Örnekte $|x-5|$ ifadesi kritik değerine göre parçalanmıştır. İnceleyiniz.



Örnek...37 :

Aşağıda verilen mutlak değerli ifadeleri kritik noktalarına göre parçalayınız.

1. $|3x-12|$

2. $|6+x|$

3. $|3x-4|$

4. $|2x-1|+|x+1|$

UYARI

Standart denklem ve eşitsizlik tipine uymayan denklemler veya eşitsizliklerin çözümünde kritik noktayı sıklıkla kullanırız.

Örnek...38 :

$|x-6|+x+3=9$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...39 :

$|x-5|+|x-2|=3$
denkleminin çözüm kümesini tam sayılar kümesinde bulunuz?

Örnek...40 :

$|x|+|2x+4|=19$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...41 :

$|x+|x||=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...42 :

$|3x-2|+2x<28$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

UYARI

Mutlak değerli ifadelerin grafiklerinin çizimde de kritik noktadan yararlanınız.

Örnek...43 :

$y=|x-3|$
ifadesinin grafiğini çiziniz.

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

DEĞERLENDİRME – 1

1) $|18-8:2+3|+|-9.-2-14| =?$

2) $x=|1-\sqrt{5}|$, $y=|\sqrt{7}-2|$, $z=|\sqrt{7}-\sqrt{5}|$ ise
 $|x-y|-|z-y|+1 =?$

3) $x^2 < x$ ise $|x-1|+3|x-2|+2|x-3|=?$

4) x, y ve z çeşitkenar üçgenin herhangi üç kenarı olmak üzere, $|x-y-z|+|x-y-z|-2(x-y+z)$ ifadesinin eşiti nedir?

5) $|x-3|=3-x$, $|1+y|=y+1$ ise x in en büyük tamsayı değeri, y nin en küçük tamsayı değerinden kaç fazladır?

6) a sabit bir sayı olmak üzere, $|5x-3|=2x-a$ denkleminin kökler toplamı 0 ise a kaçtır?

7) $|3x-1| < 11$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

8) $17 < |7-6x|$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

9) $2 \leq |2x+7| < 17$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

10) $|x-2| < |x+2|$ eşitsizliğinin çözüm kümesi hangisidir?

11) k sabit bir sayı olmak üzere $|x-5k| < 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-n, 24)$ ise $k-n$ kaçtır?

12) $\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{9}$ ise x in tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

SAYILAR – 5

(MUTLAK DEĞER VE ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

13) $|x^2-2x|=|x-2|$ ise x in değerleri toplamı kaçtır?

14) $\sqrt{m^2-9}+|n^3-8|+(p-3)^{42}+|6+x|=0$ ise m.n.p.x ifadesinin en küçük değerini aldığıında m+n+p+x kaçtır?

15)
$$\frac{1800}{|x+1|+|3x-12|+|2x-4|}$$
 ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

16) $|a+2|<6$ ve $a-3b=7$ ise b nin alacağı kaç tamsayı değeri vardır?

17) $|x-3|+|x+1|=10$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

18) $|x-3|+x+2<7$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

19) $\sqrt{a^2-4a+4}=6b-b^2+9$ ise a.b kaçtır?

20) $|a-45|-|a-35|$ ifadesi kaç farklı tamsayı değeri alır?

21) $|b|-b=0, a^2<a, a+c<0$ ise $\frac{\sqrt{a^2b^2c^2}+a.\sqrt{b^2c^2}+c.\sqrt{a^2b^2}}{?}$

22) $x^2-4x+4<49$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç asal sayı vardır?