

SAYILAR – 2

(REEL SAYI EŞİTSİZLİKLERİ – ARALIK KAVRAMI)

REEL SAYILARDA EŞİTSİZLİK ÖZELLİKLERİ

1) a, b, c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $a < b$ ise $a + c < b + c$, $a - c < b - c$

2) a, b, c $\in \mathbb{R}$ ve $c > 0$ olmak üzere,
 $a < b$ ise $a \cdot c < b \cdot c$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

3) a, b, c $\in \mathbb{R}$ ve $c < 0$ olmak üzere,
 $a < b$ ise $a \cdot c > b \cdot c$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

4) a ve b aynı işaretli olmak üzere,
 $a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

5) $0 < a < b$ ise $m \in \mathbb{Z}^+$ koşuluyla $a^m < b^m$

6) $0 < a < b$ ise $m \in \mathbb{Z}^-$ koşuluyla $a^m > b^m$

7) $a < b$ ve $c < d$ ise $a + c < b + d$
(eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir
AMA ÇIKARILAMAZ)

8) $0 < a < 1$ koşuluyla $n > m$ ise $a^n < a^m$

Örnek...1 :

$0 < x < 1$ ve $y > 0$ koşuluyla kaç tanesi kesin doğrudur?

- i) $x \cdot y > 0$ ii) $x \cdot y > 1$ iii) $x \cdot y < 0$ iv) $0 < x \cdot y < y$

Örnek...2 :

$\frac{a}{b} < 0$ ise hangileri kesinlikle yanlıştır ?

- i) $a \cdot b > 0$ ii) $a \cdot b < 0$ iii) $a + b > 0$
iv) $a - b < 0$ v) $0 < a < b$ vi) $a^2 - b^2 > 0$

Örnek...3 :

$x^2 < x$ ise hangileri kesinlikle yanlıştır?

- i) $x > 0$ ii) $x < 0$ iii) $x + x^3 > 0$

Örnek...4 :

$\frac{a}{b} > 0$ $a \cdot b \cdot c > 0$ $c^2 \cdot b < 0$
ise a, b ve c nin işaretlerini bulunuz?

Örnek...5 :

$x > y$ ve $x \cdot z < y \cdot z$ ise hangileri kesin doğrudur?

- i) $x > 0 > y$ ii) $z < 0$ iii) $\frac{x}{z} < \frac{y}{z}$ iv) $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$
v) $x^2 > y^2$ vi) $x^2 z < y^2 z$ vii) $x + z < y + z$

Örnek...6 :

$x > y$ ve $x \cdot z < y \cdot z$ ise hangileri kesin doğrudur?

- i) $x > 0 > y$ ii) $z < 0$ iii) $\frac{x}{z} < \frac{y}{z}$
iv) $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$ v) $x^2 z < y^2 z$

Örnek...7 :

$\frac{1}{10} < \frac{1}{a} \leq \frac{2}{3}$ eşitsizliği sağlanıyorsa a nın kaç farklı tamsayı değeri vardır?

SAYILAR – 2

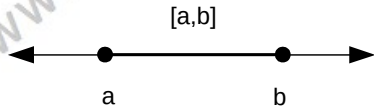
(REEL SAYI EŞİTSİZLİKLERİ – ARALIK KAVRAMI)

ARALIK KAVRAMI

1. KAPALI ARALIK

$\{x: a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan kapalı aralık denir ve $[a,b]$ ile sembolik olarak gösterilir.

$[a,b]$ kapalı aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Örnek...8 :

$[-2,6]$ kümesini sayı doğrusunda gösteriniz.

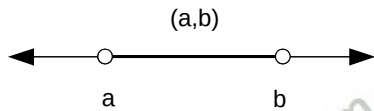
Örnek...9 :

$[-1,9] \cap [1,13]$ işleminin sonucunu sayı doğrusunda gösteriniz.

2. AÇIK ARALIK

$\{x: a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan açık aralık denir ve (a,b) ile sembolik olarak gösterilir.

(a,b) açık aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.

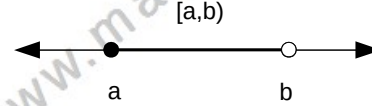


Örnek...10 :

$(-5,2)$ kümesini sayı doğrusunda gösteriniz.

3. YARI AÇIK (KAPALI) ARALIK

$\{x: a < x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$ veya $\{x: a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan yarı açık (kapalı) aralık denir. Sınır aralığa dahil ise köşeli, değilse normal parantezle belirtilir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...11 :

$A = [-1,9)$ ve $B = (1,13]$ kümelerini sayı doğrusunda çizerek aşağıdaki kümeleri bulunuz

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \setminus B$

Örnek...12 :

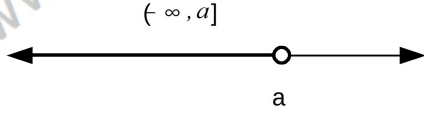
$A = (-3,9)$ ve $B = [1,7)$ kümeleri veriliyor. $(A \cup B) \cap \mathbb{Z}$ kümesinin eleman sayısı çift olan kaç alt kümesi vardır?

SAYILAR – 2

(REEL SAYI EŞİTSİZLİKLERİ – ARALIK KAVRAMI)

UYARI

Bir a reel sayısı ve bu reel sayı ile birlikte bu sayıdan daha büyük olan reel sayıların kümesi $[a, \infty)$ ile gösterilir. Burada ' ∞ ' sembolü sonsuz (veya artı sonsuz) şeklinde okunur. Benzer şekilde $(- \infty, a] = \{ x : x < a, x \in \mathbb{R} \}$ biçiminde yazılıp şekildeki gibi gösterilebilir.



Örnek...13 :

$A = (- \infty, 4)$ ve $B = [7, \infty)$ kümelerini sayı doğrusunda çizerek aşağıda istenen kümeleri bulunuz.

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \setminus B$

d) $A' \cap B$

e) A'

SAYILAR – 2

(REEL SAYI EŞİTSİZLİKLERİ – ARALIK KAVRAMI)

DEĞERLENDİRME – 1

1) I. $a < b$ olmak üzere a ve b arasındaki tüm tamsayılar (a,b) ile gösterilir.

II. $x \in (a,b)$ ise $a \leq x \leq b$ dir.

III. $x \in [a,b)$ ise $a \leq x < b$ dir.

IV. İki rasyonel sayı arasında en az bir rasyonel sayı vardır.

İfadelerinden kaçını kesinlikle doğrudur?

2) $A=[0,5]$ ve $B=[-3,1)$ ise aşağıdaki kümeleri bulunuz?

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \setminus B$

d) $A' \cap B$

3) $17^{2-x} = 299$ ise x hangi aralıkta olmalıdır?

4) $-5 < x \leq -2$ ve $x \cdot y = 18$ için x artarak -2 olarak değişirken, y nasıl değişir?