

KÜMELER – 4

(SIRALI İKİLİ VE ÖZELLİKLERİ – KARTEZYEN ÇARPIM VE ÖZELLİKLERİ)

SIRALI İKİLİ

a ve b'nin (a,b) biçiminde tek bir eleman olarak yazılmasına **sıralı ikili** ya da kısaca **ikili** denir. Burada a'ya ikilinin birinci bileşeni, b'ye ise ikinci bileşeni denir.
Örneğin ; (4, -3) ve (m, n) bir sıralı ikilidir.

UYARI

İkilide sıra önemli olduğundan $a \neq b$ için $(a, b) \neq (b, a)$ dır.

UYARI

(a,b) ikilisi ile {a, b} kümesi de farklıdır. Yani,
 $(a,b) \neq \{a,b\}$ dir.

SIRALI İKİLİLERİN EŞİTLİĞİ

İki sıralı ikilinin birinci bileşenleri birbirine ve ikinci bileşenleri birbirine eşitse bu sıralı ikililer eşittir denir. Bunun karşıtı da doğrudur. Yani,

$$(a,b) = (c,d) \iff (a = c \text{ ve } b = d) \text{ dir.}$$

Örnek...1 :

$(4x-1, y-3) = (19, x^3+x)$ olduğuna göre, (x-y, x+y) sıralı ikilisini bulunuz.

Örnek...2 :

$\left(\frac{2}{2x+1}, \frac{3y-1}{3}\right) = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{3}\right)$ olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

Örnek...3 :

$(2x - 3y, x + 2y) = (-4, -2)$ olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B herhangi iki küme olsun.
 $A \times B = \{(a,b) : a \in A \text{ ve } b \in B\}$ kümesine A ve B kümelerinin **kartezyen çarpımı** denir.
 $s(A \times B) = s(B \times A) = s(A) \cdot s(B)$

Örnek...4 :

A = {1, 2, 3} ve B = {a, b} kümeleri için, $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini liste biçimde yazınız.

Örnek...5 :

A = {x : x ∈ Z ve |x| < 2} ve
B = {x : x ∈ Z ve x² < 6}
kümeleri için, s(A x B) kaçtır?

Örnek...6 :

A = {a, b, c} kümesi için A x A kümesinin 5 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

Örnek...7 :

$A \times B = \{(a, 1), (a, 3), (a, 5)\}$
 $C \times D = \{(a, 2), (b, 4), (a, 4), (b, 2)\}$ olduğuna göre, s(BxC) kaçtır?

KÜMELER – 4

(SIRALI İKİLİ VE ÖZELLİKLERİ – KARTEZYEN ÇARPIM VE ÖZELLİKLERİ)

KARTEZYEN ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \times A = A^2$
- 2) **BİRLEŞME ÖZELİĞİ**
 $A \times B \times C = (A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- 3) **DEĞİŞME ÖZELİĞİ**
 $A \times B \neq B \times A$ ($A \neq B$ için)
- 4) **DAĞILMA ÖZELİĞİ**
 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

Örnek...8 :

$A \times B = \{(0, a), (0, b), (0, c), (1, a), (1, c), (1, b)\}$ olduğuna göre, $s(A \times A) + s(B \times A)$ kaçtır?

Örnek...9 :

$A = \{s, o, y, u, t, b, i, r\}$
 $B = \{c, e, b, i, r\}$ kümeleri veriliyor.
 $s[(A \times C) \cap (B \times C)] = 60$ olduğuna göre, C kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Örnek...10 :

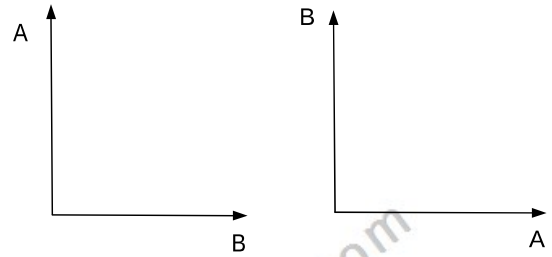
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinde tanımlı alt kümelerin biri $K = \{(x, y) \mid x + 2y < 14\}$ ise $s(K \times K)$ kaçtır?

KARTEZYEN ÇARPIMIN GRAFIĞI

A ve B boştan farklı herhangi iki küme olsun. Koordinat düzleminde, yatay eksen üzerine A kümesinin elemanları, dikey eksen üzerine ise B kümesinin elemanları işaretlenmek suretiyle oluşturulan sıralı ikililerin kümesi $A \times B$ çarpımının grafiğini oluşturur.

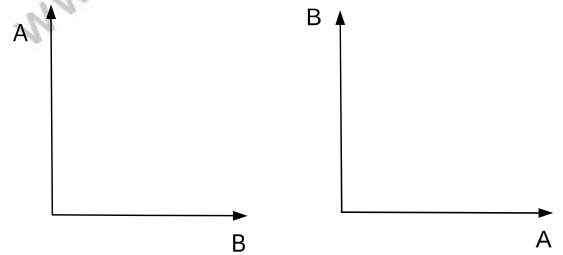
Örnek...11 :

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b\}$ kümeleri için, $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerinin grafiklerini çiziniz.



Örnek...12 :

$A = \{1, 3, 4\}$ kümesi ile $B = [1, 3)$ yarı açık aralığı için, $A \times B$ ve $B \times A$ nın grafiğini çiziniz.



Örnek...13 :

A ve B reel sayı aralıkları olmak üzere, $A = [1, 3]$ ve $B = (2, 5)$ için, $A \times B$ nin grafiğini çiziniz.



KÜMELER - 4

(SIRALI İKİLİ VE ÖZELLİKLERİ - KARTEZYEN ÇARPIM VE ÖZELLİKLERİ)

Örnek...14 :

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

kümeleri için, $A \times B$ kartezyen çarpım kümesinin grafiğindeki noktaları dışarıda bırakmayan en küçük dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?

Örnek...15 :

$A = [-2, 3]$ olmak üzere, A^2 'nin grafiğinin taradığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Örnek...16 :

$A = [-2, 3]$ ve $B = [1, 5]$ olmak üzere, $A^2 \cap B^2$ 'nin düzlemde sınırladığı bölgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek...17 :

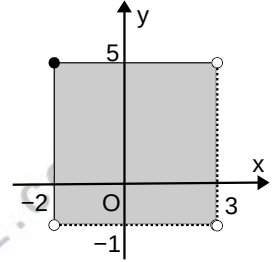
$A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ kümeleri için, $A \times B$ nin elemanlarını dışarıda bırakmayacak şekilde çizilen en küçük dairenin alanı kaç birim karedir?

Örnek...18 :

Yandaki grafik $A \times B$ kartezyen çarpımının grafiğidir.

Buna göre $A \cap B$ kümesinin eşiği nedir?

- A) $[-2, 3]$ B) $[-1, 5]$ C) $[-2, 5]$
D) $(-1, 3)$ E) $[-2, -1]$



Örnek...19 :

5 elemanlı bir kümenin kendisiyle kartezyen çarpımı ile elde edilen kümenin alt kümelerinin kaçında bileşenleri eşit olan ikililer yoktur?

KÜMELER – 4

(SIRALI İKİLİ VE ÖZELLİKLERİ – KARTEZYEN ÇARPIM VE ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME – 1

1) $(3a-7, 9) = (8, 2b-3)$
sıralı ikilileri eşit olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

2) $(2x-3y, 7) = (51, 2x+y)$
sıralı ikilileri eşit olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

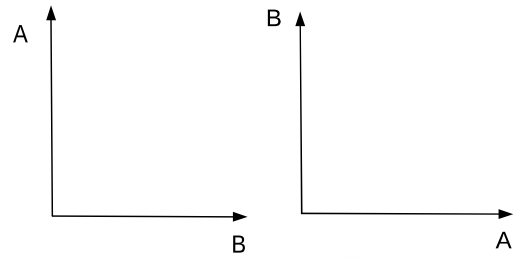
3) $A \times B = \{(a,3), (a,5), (a,7), (b,3), (b,5), (b,7)\}$
 $C \times D = \{(x,2), (x,4), (y,2), (y,4), (z,2), (z,4)\}$
olduğuna göre, $B \times D$ kümesini liste yöntemiyle yazınız.

4) $A \times B = \{(a,3), (a,5), (a,7), (b,3), (b,5), (b,7)\}$
olduğuna göre, $B \times B = B^2$ kümesinin grafiğini çiziniz.

5) $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{2, 3\}$ olduğuna göre, $s(A \times B \times A)$ değeri kaçtır?

6) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{5, 7\}$ olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

7) $A = \{1, 3, 5\}$ kümesi ve $B = [1, 3)$ yarı açık aralığı için, $A \times B$ ve $B \times A$ kümesinin grafiğini çiziniz.



KÜMELER – 4

(SIRALI İKİLİ VE ÖZELLİKLERİ – KARTEZYEN ÇARPIM VE ÖZELLİKLERİ)

- 8) $A = \{ x \mid -1 < x < 3, x \in \mathbb{R} \}$ ve
 $B = \{ x \mid 2 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R} \}$
olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiğini çiziniz.

- 9) $K = [1,4)$ ve $M = [3,5]$ reel sayı aralıkları olduğuna göre, $(K \times M) \cap (M \times K)$ kümesinin belirttiği bölgeyi koordinat düzleminde tarayarak gösteriniz.

- 10) $A = \{ x : |x| \leq 2, x \in \mathbb{R} \}$ ve
 $B = \{ y : |y| < 3, y \in \mathbb{R} \}$
olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

- 11) A ve B boştan farklı iki küme olmak üzere,
 $s(B \cup C) = 8$
 $s(A \times B) = 35$
 $s[(A \times B) \cup (A \times C)] = 56$
olduğuna göre, B kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- 12) A ve B gibi iki kümenin arakesitlerinin alt küme sayısı 16' dır. $s(B) = 7$ ve $s[A \times (A \cup B)] = 108$ olduğuna göre, $A \setminus B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 13) Yandaki grafik $A \times B$ kartezyen çarpımının grafiğidir.

Buna göre $A \cap B$ ve $B \setminus A$ kümesinin eșiti nedir?

