

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### KAVRAM OLARAK FONKSİYON

"Bir arabanın aldığı yol (x), zamana (t) bağlıdır."  
ifadesinin denklem şeklinde yazılışı  $x = v \cdot t$  olur.  
Bu denklemdeki t bağımsız değişken, x ise bağımlı değişkendir.  
Yani zaman ilerledikçe arabanın aldığı yol değişecektir.  
Buna göre, arabanın aldığı yol geçen süreye bağlı bir fonksiyondur denir.

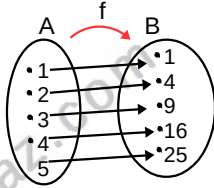
#### Örnek...1 :

Bir kenarı x birim olan bir karenin alanı  $x^2$  birimkaredir.

Aşağıdaki tabloda x' in bazı değerleri için karenin alanı hesaplanmıştır.

Kenar (x)	1	2	3	4	5
Alan ( $x^2$ )	1	4	9	16	25

Buradaki ilişkiyi şema ile gösterirsek



Verilen bu şemaya göre, bağımlı ve bağımsız değişkenleri yazıp, bu kuralı fonksiyon biçiminde belirtiniz?

#### TANIM

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A'nın her bir elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen ilişkiye (kurala) A dan B ye fonksiyon denir.

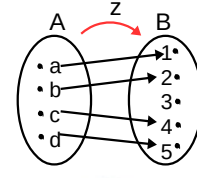
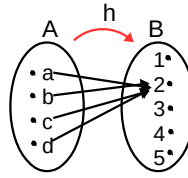
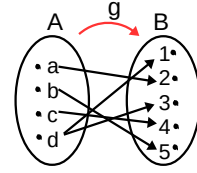
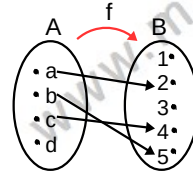
A dan B ye tanımlı bir f fonksiyonu  $f: A \rightarrow B$  : veya  $f: A \rightarrow B, y=f(x)$  biçiminde  $x \rightarrow y=f(x)$  gösterilir.

A dan B ye tanımlı f kuralının fonksiyon olması için

- A daki her elemanın görüntüsü olmalı (A da açıkta eleman kalmamalı)
- A daki her elemanın yalnız bir tane görüntüsü olmalı koşulları gerçekleşmelidir.

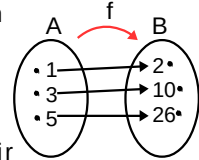
#### Örnek...2 :

Aşağıda A dan B ye şemaları verilen f, g, h, z eşlemelerinin fonksiyon olup olmadıklarını belirtiniz?



#### Örnek...3 :

A dan B ye f fonksiyonunun şeması yanda verilmiştir. f fonksiyonunu liste yöntemi, grafik yöntemi ile yazınız. Eşlemeyi bir kural ile yazmak istersek nasıl bir kural yazabiliriz?



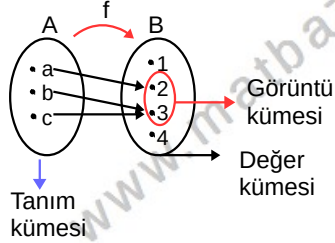
$f: A \rightarrow B$  fonksiyonunda  $y = f(x)$  gösteriminde x bağımsız değişkeninin f fonksiyonu ile y bağımlı değişkenine bağlandığı anlaşılır.

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### TANIM, DEĞER VE GÖRÜNTÜ KÜMESİ

$f:A \rightarrow B$  fonksiyonunun şeması

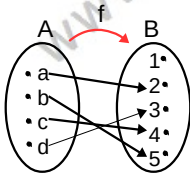


olduğuna göre,  
 $A = \{a, b, c\}$  kümesine fonksiyonun tanım kümesi,  
 $B = \{1, 2, 3, 4\}$  kümesine fonksiyonun değer kümesi denir.  
Bu fonksiyonu liste biçiminde  
 $f = \{(a, 2), (b, 3), (c, 3)\}$  olarak da yazabiliriz.

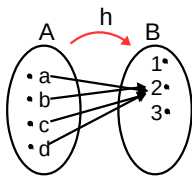
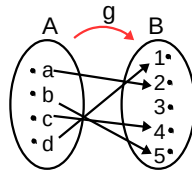
A daki elemanların görüntülerinin kümesine görüntü kümesi denir ve  $f(A)$  ile gösterilir.  
 $f(A) = \{2, 3\}$  tür

#### Örnek...4 :

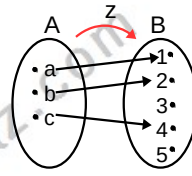
Aşağıda verilen fonksiyonların tanım, değer ve görüntü kümelerini yazınız?



T:  
G:  
D:



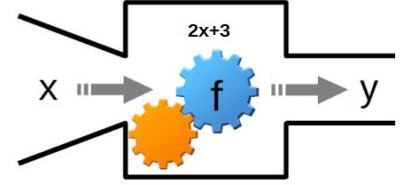
T:  
G:  
D:



#### FONKSİYON MAKİNESİ

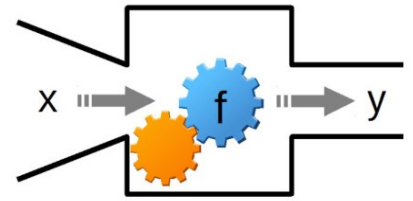
$f:A \rightarrow B$  fonksiyonunda  $y=f(x)$  gösteriminde x e girdi y ye ise çıktı denir. Bu işlemi bir fonksiyona benzetirsek

Girdi (x)	Çıktı (y)
1	5
2	7
3	
4	



#### Örnek...5 :

Girdi (x)	Çıktı (y)
1	6
2	11
3	16
4	21



Şekildeki fonksiyon makinesinin girdi ve çıktıları tabloda veriliyor. Buna göre  $f(x)$  in kuralı ne olabilir?

#### Örnek...6 :

Hangi eşlemeler fonksiyon belirtir?

1)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$   
 $f(x) = x + 3$

2)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$   
 $f(x) = \frac{x}{2}$

3)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$   
 $f(x) = \frac{2x-1}{3}$

4)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = \sqrt{x+3}$

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### UYARI

Bir fonksiyonun tanım kümesi verilmemişse bağımsız değişken seçilebilecek en geniş reel sayı kümesi düşünülür.

#### Örnek...7 :

$f(x) = 2x + 3$  ise  $f(4)$  kaçtır?

#### Örnek...8 :

$f(x) = x^2 + 4x - 7$  ise  $f(0) + f(1)$  kaçtır?

#### Örnek...9 :

$f(2x-3) = 4 - 3x$  olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?

#### Örnek...10 :

$f(x+2) = 5x - 1$  olduğuna göre,  $f(6)$  kaçtır?

#### Örnek...11 :

$f(x^2 + 2x + 6) = 3x^2 + 6x + 20$  olduğuna göre,  $f(-3)$  kaçtır?

#### Örnek...12 :

$f(x) = 3x + 1$  ise  $f(2x)$  fonksiyonunun eşiti nedir?

#### Örnek...13 :

$\mathbb{R}'$  de tanımlı  $f$  fonksiyonu,  $f(x) = 3x + f(x-1)$  eşitliği ile veriliyor.  $f(2) = 2$  olduğuna göre,  $f(5)$  değeri kaçtır?

#### Örnek...14 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x+1) = x \cdot f(x)$  eşitliği ile veriliyor.  $f(2) = 4$  olduğuna göre,  $f(6)$  değeri kaçtır?

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### Örnek...15 :

$f(x) = x - 1$  olmak üzere,  $f(x+3)$  ün  $f(x)$  türünden eşitini bulunuz.

#### Örnek...16 :

$f(x) = 3x + 2$  olmak üzere,  $f(2x-3)$  ün  $f(x)$  türünden eşitini bulunuz.

#### Örnek...17 :

$f: A \rightarrow [0,2,5]$  olduğuna göre  $A$  kümesini bulunuz  
 $f(x)=x+3$

#### Örnek...18 :

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima  $f(a+b)=f(a).f(b)$  eşitliğini sağlar?

I.  $f(x)=3x$       II.  $f(x)=x^3$       III.  $f(x)=3^x$

### EŞİT FONKSİYONLAR

$f : A \rightarrow B, g : A \rightarrow B$  fonksiyonlarında her  $x \in A$  için  $f(x) = g(x)$  oluyorsa  $f$  ve  $g$  fonksiyonları eşittir denir ve  $f = g$  yazılır.

#### Örnek...19 :

$A = \{0,1\}, B = \{1,2\}$  olmak üzere  $f : A \rightarrow B, g : A \rightarrow B$  fonksiyonları için  $f(x) = x + 1, g(x) = x^3 + 1$  biçiminde tanımlanıyor,  $f$  ve  $g$  eşit fonksiyonlar mıdır?

### BİRİM (ÖZDEŞ) FONKSİYON

Her  $x \in A$  için  $f : A \rightarrow A$  fonksiyonu  $f(x) = x$  ile verilmişse  $f$  fonksiyonuna birim fonksiyon denir ve  $I(x)=x$  ile gösterilir.  
Yani her elemanın görüntüsü birim fonksiyon altında yine kendisidir.

#### Örnek...20 :

$f : A \rightarrow A, A = \{1, 2, 3, 4\}$  ise  $f(x) = x$  fonksiyonu birim fonksiyonunun şemasını çiziniz.

#### Örnek...21 :

$f(x) = (a + 1)x^2 + (b - 3)x - a + b - c$  biçiminde tanımlanan  $f(x)$  birim fonksiyonu için,  $f(a.b.c)$  değeri kaçtır?

#### Örnek...22 :

$f(x^3) = (a+2)x^3 + (b - 1)x^2 + c + 2$  fonksiyonu veriliyor.  
 $f$  fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre,  $f(a + b - c)$  kaçtır?

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### SABİT FONKSİYON :

$f : A \rightarrow B$  fonksiyonu için  $f(A)$  görüntü kümesi tek elemanlı ise  $f$  fonksiyonuna sabit fonksiyon denir.

Yani Her  $x \in A$  ve  $c \in B$  için  $f(x) = c$  ise  $f$  sabit fonksiyondur.

$f(x) = ax^2 + bx + c$  sabit fonksiyon ise ;  $a=0$  ,  $b=0$  (sadece  $x$  içermeyen terimler kalır)

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  sabit fonksiyon ise ;  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  ,  
(eşit dereceli terimlerin katsayıları orantılıdır)

#### Örnek...23 :

$A = \{-1, 0, 2, 3\}$  ve  $B = \{3\}$  olmak üzere  $f : A \rightarrow B$  fonksiyonu nasıl bir fonksiyondur? Şemasını çiziniz.

#### Örnek...24 :

$f(x) = (a+2)x^2 + (b-3)x + 2a - b$  fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,  $f(10)$  kaçtır?

#### Örnek...25 :

$f(x) = \frac{(m-5n)x+4}{nx-2}$  fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,  $\frac{m}{n}$  değeri kaçtır?

#### DOĞRUSAL FONKSİYON

$f(x) = mx + n$  biçimindeki fonksiyona doğrusal fonksiyon denir.

#### Örnek...26 :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x)$  fonksiyonu doğrusal fonksiyon belirtmektedir.  $f(0)=2$  ve  $f(-1) = 5$  olduğuna göre,  $f(4)$  kaçtır?

#### Örnek...27 :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = (a+2)x^3 + (b-3)x^2 + a.bx - 2.a + 2.b - d$  eşitliği doğrusal fonksiyon belirtmektedir.  $f(-1) = 5$  olduğuna göre,  $f(d)$  kaçtır?

$y=f(x)=mx+n$  doğrusal fonksiyonunda  $m$  sayısı doğrunun eğimidir.

## FONKSİYONLAR - 1

### KAVRAM VE GÖSTERİM

#### DEĞERLENDİRME

1)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$  fonksiyonu veriliyor.  
Buna göre,  $f(3)$  kaçtır?

2)  $f(2x+3) = 5x-7$  olduğuna göre,  $f(-5)$  kaçtır?

3)  $f(x) = 4x + 3$  ise  $f(3x+2)$  fonksiyonunun eşiği nedir?

4)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x+3) = x + f(x+2)$  eşitliği ile veriliyor.  
 $f(3) = 5$  olduğuna göre,  $f(17)$  değeri kaçtır?

5)  $f(x) = 2^{x-1}$  olmak üzere,  $f(x+3)$  ün  $f(x)$  türünden eşitini bulunuz

6)  $f = \{(2x-3, 15), (3y, 5), (4, 4)\}$  fonksiyonu veriliyor.  $f$  fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre  $x.y$  kaçtır?

7)  $f(x) = (a + 1)x^2 + (b - 3)x - a + b$  biçiminde tanımlanan  $f(x)$  sabit fonksiyonu için,  $f(a.b)$  değeri kaçtır?

8)  $f(x) = \frac{(m+1)x^2 - (n+2)x + 4}{3x+5}$  fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,  $m, n$  değeri kaçtır?