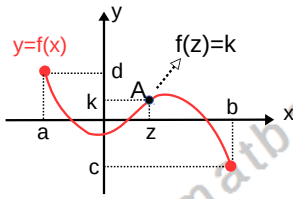


FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

FONKSİYON GRAFİĞİ OKUMA



(z, k) ikilisinin analitik düzlemdeki görüntüsü A noktasıdır.

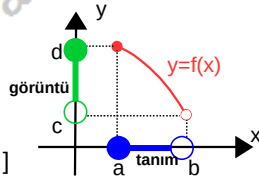
► z sayısına apsis, k sayısına ise ordinat denir.

► A(z, k) noktası $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde ise $f(z) = k$ yazılır.

► A(z, k) noktası $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde ise $f^{-1}(k) = z$ yazılır. Burada f^{-1} ifadesi f kuralının ters bağıntısıdır (10. sınıfta detaylı olarak işlenecektir) [$f(x)=y$, $f^{-1}(y) = x$]

► Yukarıda verilen grafikte x değerleri [a,b] aralığından seçildiği için tanım kümesi [a,b] , görüntü kümesi ise [c,d] kümesidir.

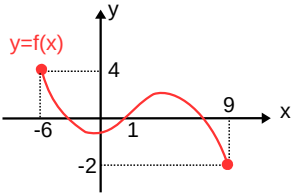
Tanım Kümesi : [a,b]



Görüntü Kümesi : (c,d]

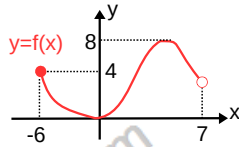
Örnek...1 :

Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini yazınız



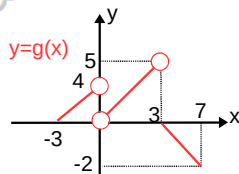
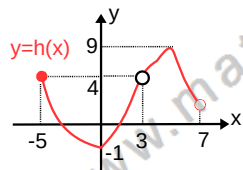
T.K.

G.K.



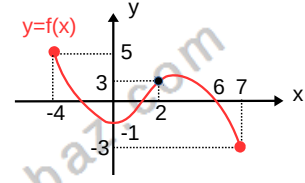
T.K.

G.K.



Örnek...2 :

Yandaki grafik $y=f(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



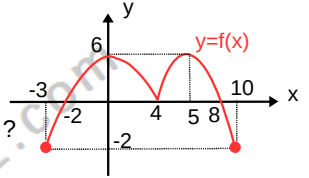
a) $f(2)=$ b) $f(6)=$ c) $f^{-1}(-3)=$

d) $f(0)=$ e) $f^{-1}(5)=$

$f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi $y = f(x)$ denkleminin (varsa) x eksenini kestiği noktaların apsisi, $f(x) = 0$ denkleminin gerçek (reel) sayılar kümesindeki çözüm kümesidir.

Örnek...3 :

Yandaki grafik $y=f(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



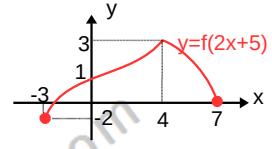
a) $f(k)=0$ ise k kaç olabilir?

b) $\frac{f(0)+f(4) \cdot f(9)}{f(-3) \cdot f(5)}$

c) tanım kümesindeki kaç a tamsayısı için $f(a) < 0$ dır?

Örnek...4 :

Yandaki grafik $y=f(2x+5)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



a) $f(13)=?$

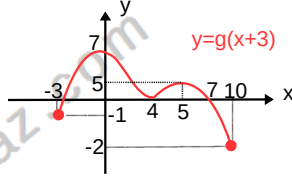
a) $\frac{f(5)+f(-1)}{f(19)-1}=?$

FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

Örnek...5 :

Yandaki grafik $y=g(x+3)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?

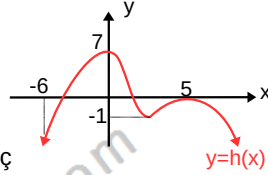


a) $g(7)+g^{-1}(-2) = ?$

b) $\frac{g(13)+g(3) \cdot g(0)}{g(7)-2g(8)} = ?$

Örnek...6 :

Yandaki grafik $y=h(x)$ fonksiyonuna aittir.



a) $h(x)=0$ denkleminin kaç kökü vardır?

b) $h(x)=-1$ denkleminin kaç kökü vardır?

c) $h(x)=8$ denkleminin kaç kökü vardır?

Örnek...7 :

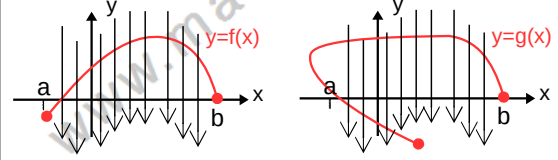
$f(x) = 4x - 28$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

Örnek...8 :

$f(x)=x^2-ax+b$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisi 1 ve -2 olduğuna göre, y eksenini hangi noktada keser?

DÜŞEY DOĞRU TESTİ

Bir grafikte y eksenine çizilen paralel doğrular grafiği birden fazla noktada kesiyorsa o ilişki (eşleme) fonksiyon değildir.

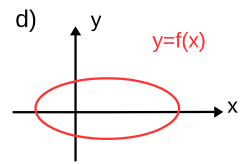
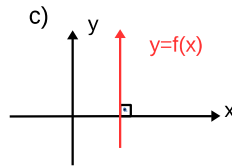
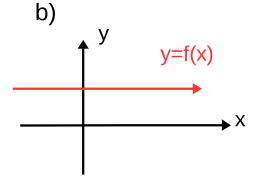
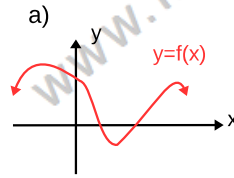


$y=f(x)$, $[a,b]$ tanım aralığı için fonksiyondur. (düşey çizgiler grafiği daima tek noktada kesiyor)

$y=g(x)$, $[a,b]$ tanım aralığı için fonksiyon değildir. (düşey çizgiler grafiği bazen birden fazla noktada kesiyor)

Örnek...9 :

Hangi grafik bir fonksiyona ait olabilir?



FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

DEĞİŞİM HIZI VE DOĞRUNUN EĞİMİ

İki değişkenden birinin değişim miktarının, diğerinin değişim miktarına oranı değişim hızını verir. Ayşe' nin kilosunun yaşına göre değişim hızı, Değişim hızı = $\frac{\text{Kilo değişim miktarı}}{\text{Yaş değişim miktarı}}$ dır.

$y = f(x)$ doğrusal fonksiyonu genellikle, $f(x) = m \cdot x + n$ biçiminde yazılır. Bu fonksiyonun y sinin x ine göre değişim hızına doğrunun eğimi denir. Eğim genellikle "m" harfi ile gösterilir.

Değişim hızı = $\frac{y \text{ deki değişim miktarı}}{x \text{ deki değişim miktarı}}$
=eğim=m

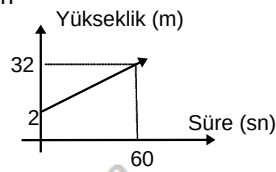
Örnek...10 :

Ayşe' nin yaş – kütle tablosu aşağıda verilmiştir. Ayşe' nin kütlesinin yaşına göre değişim hızı nedir?

Yaş	Kütle(kg)
12	43
15	49
18	55

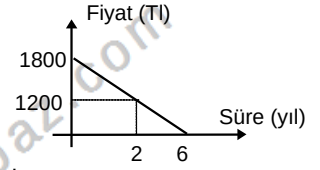
Örnek...11 :

Elinde uçan balon olan Ali' nin balonu kaçıyor. Başlangıçta yerden 2 metre yükseklikte ki balonun yüksekliğinin zamana (saniye) göre değişim grafiği veriliyor. Balonun yüksekliğinin zamana göre değişim hızı kaçtır?



Örnek...12 :

Bir akıllı telefonun üretildiği tarihten itibaren fiyatında ki değişim grafiği verilmiştir. Akıllı telefonun fiyatının zamana göre değişim hızı kaçtır?



Değişim hızı (eğim) pozitif, negatif ve sıfır olabilir.

EĞİM BULMAK

$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$ biçimindeki doğruların eğimi $m = -\frac{a}{b}$
 $y = m \cdot x + n$ biçimindeki doğruların eğimi ise m katsayısına eşittir.

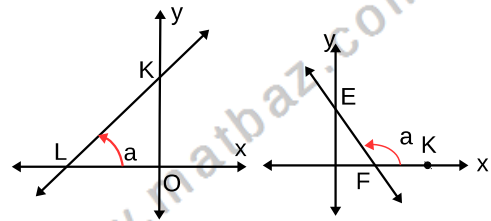
Örnek...13 :

Doğruların eğimlerini bulunuz

- a) $f(x) = 3x + 4$ b) $y = 4x + 7$ c) $3x - 2y = 8$ d) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \sqrt{7}$

Eğim, eğim açısının tanjant değeridir

Eğimin alabileceği tüm değerleri grafik üzerinde görelim.

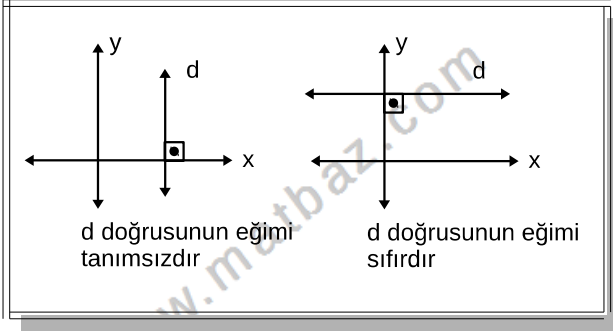


Eğim pozitifdir

Eğim negatiftir

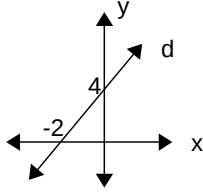
FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

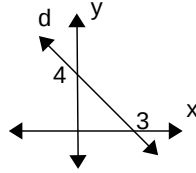


Örnek...14 :

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların eğimlerini bulunuz.



m =



m =

PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLAR

Tanım kümesinin ayrık alt aralıklarında farklı kurallarla ifade edilen fonksiyonlara parçalı tanımlı fonksiyon denir.

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < a \\ h(x), & x \geq a \end{cases}$$

Örnek...15 :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 2, & x < 0 \\ -x - 5, & x \geq 0 \end{cases} \text{ ise } f(-3) + f(2) = ?$$

Örnek...16 :

Reel sayılarda $f(x) = \begin{cases} 2x & x > 2 \\ x+2 & -3 < x \leq 2 \\ -3 & x \leq -3 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan fonksiyon için $f(2) - f(3)$ kaçtır?

Örnek...17 :

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x < 0 \\ 2x-8, & x \geq 0 \end{cases} \text{ fonksiyonunun grafiğini çiziniz}$$

Mutlak değer fonksiyonu da parçalı tanımlı bir fonksiyondur

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

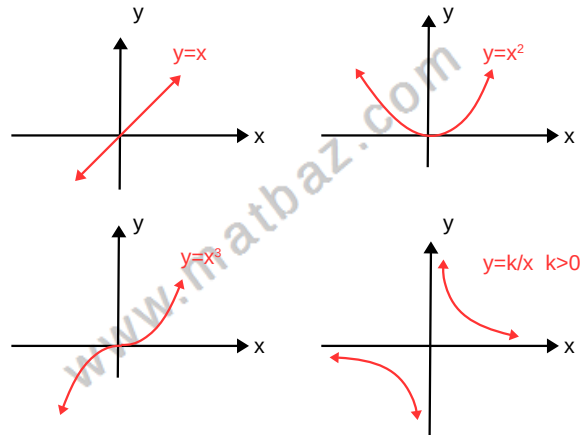
Örnek...18 :

$g(x) = |x - 3|$ fonksiyonunu parçalı biçimde yazınız?

Örnek...19 :

$g(x) = |2x + 10|$ fonksiyonunu parçalı biçimde yazıp grafiğini çiziniz

$f(x) = x^n$ fonksiyonlarının grafikleri



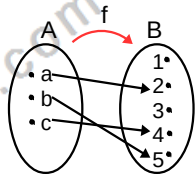
FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

FONKSİYON TÜRLERİ

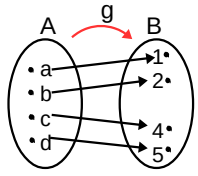
1. İçine Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) \neq B$ ise f fonksiyonuna içine fonksiyon denir. Yani değer kümesinde açıkta eleman kalıyorsa fonksiyon içinedir.



2. Örtten Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) = B$ ise f fonksiyonuna örtten fonksiyon denir. Yani değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa fonksiyon örtendir.

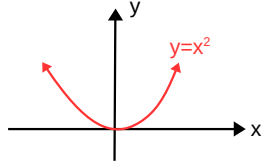


YATAY DOĞRU TESTİ (ÖRTEMLİK)

Bir fonksiyonun örtten mi içine mi olduğunu anlamak için değer kümesinden seçilecek her elemanına karşılık tanım kümesinden bir elemanın eşleşip eşleşmediğini bilmek gerekir. Grafikten bunu anlamanın yolu görüntüsü araştırılacak eleman için x eksenine paralel bir doğru çizilir ve bu doğrunun grafiği kesip kesmemesine göre karar verilir.

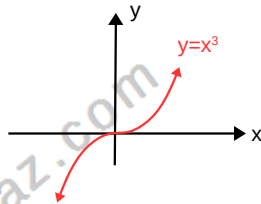
Örnek...20 :

Şekildeki fonksiyonun değer kümesi Reel sayılar kümesi ise fonksiyon içinedir. Eğer değer kümesi $[0, \infty)$ alınırsa fonksiyon örtendir.



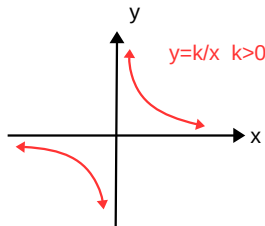
Örnek...21 :

Şekildeki fonksiyonun Reel sayılar kümesinde fonksiyon midir?



Örnek...22 :

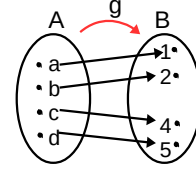
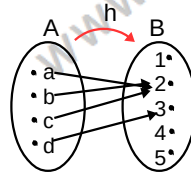
Şekildeki fonksiyonun değer kümesi Reel sayılar kümesi ise bu fonksiyon örtten midir?



3. Bire-bir Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu verilsin. Her $x_1, x_2 \in A$ ve $x_1 \neq x_2$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonuna bire-bir (1-1) fonksiyon denir.

Örnek...23 :



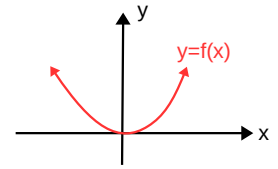
h fonksiyonu farklı en az iki tanım kümesi elemanını değer kümesinden aynı elemanla eşleştirdiğinden bire-bir değildir. g fonksiyonu ise farklı elemanları farklı görüntülerle eşleştirdiğinden bire-birdir.

YATAY DOĞRU TESTİ (BİRE-BİRLİK)

Bir fonksiyonun grafiği ve yatay olarak çizilen farklı doğrular en çok bir defa kesişiyorsa fonksiyon bire bir dir. Yatay doğrular birden çok defa fonksiyon grafiğini kesiyorsa fonksiyon 1-1 değildir.

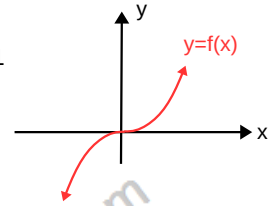
Örnek...24 :

Reel sayılarda tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonu 1-1 midir?



Örnek...25 :

Reel sayılarda tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonu 1-1 midir?



Örnek...26 :

Reel sayılarda tanımlı ($f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) $y=f(x)=x^4$ fonksiyonu 1-1 midir. Değil ise bu fonksiyonun 1-1 hale getirilmesi için mümkün bir yol var mıdır?

Örnek...27 :

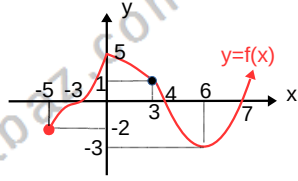
En az iki elemanlı bir kümede tanımlı sabit, birim ve doğrusal fonksiyonların bire birliğini araştırınız?

FONKSİYONLAR - 2

GRAFİK GÖSTERİMİ-FONKSİYON TÜRLERİ

DEĞERLENDİRME

- 1) Yandaki grafik $y=f(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



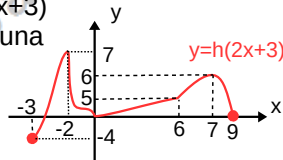
- a) $f(x+1)=0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

b) $\frac{f(3)+f(-5) \cdot f(0)}{f(6)+f^{-1}(-3)}$

- c) Aşağıdaki aralıklarda f bire-bir midir?
i) $[-5,0]$ iii) $[0,7]$

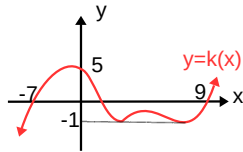
- d) $f: [-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu örten midir?

- 2) Yandaki grafik $y=h(2x+3)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



$\frac{h(15)+h(3) \cdot h^{-1}(7)}{h(17)-h(21)} = ?$

- 3) Yandaki grafik $y=k(x)$ fonksiyonuna aittir.



- a) $k(x)=0$ denkleminin kaç kökü vardır?

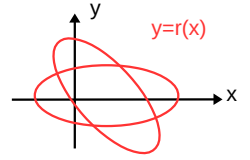
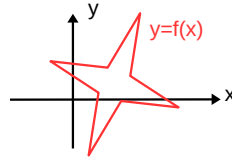
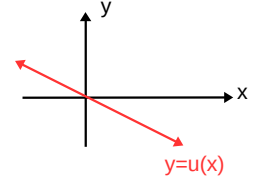
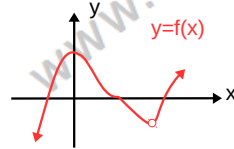
- b) $k(x)=-1$ denkleminin kaç kökü vardır?

- c) $k(x)=4$ denkleminin kaç kökü vardır?

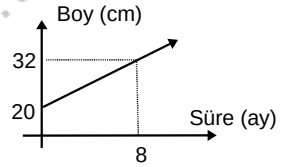
- 4) $f(x) = x^2 - 9$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların birbirine uzaklığı kaç birimdir?

- 5) $f(x)=x^2+mx+n$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisi -1 ve 2 olduğuna göre, y eksenini hangi noktada keser?

- 6) Hangisi reel sayılarda tanımlı bir fonksiyona ait olabilir?



- 7) Bir ağacın dikildikten sonra boyunun zamana göre değişimi grafikte verilmiştir. Ağacın boyunun zamana göre değişim hızı kaçtır?



- 8) $f(x) = \begin{cases} mx+n, & x < 1 \\ -x^2+2n-3, & x \geq 1 \end{cases}$ ve $f(0) = f(2)$ ise $f(3)$ kaçtır?

- 9) $f(x) = |x-3|-2$ fonksiyonunu parçalı biçimde yazarak grafiğini çiziniz ?