

## ÜÇGENLER-7

### KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

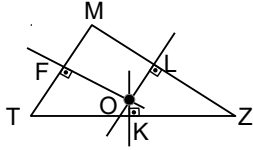
#### KENAR ORTA DİKME

Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına kenar orta dikme denir.

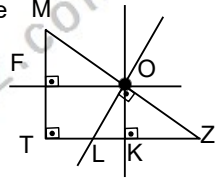
Bir üçgende kenar orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu nokta çevrel çemberin merkezidir. (Üçgenin köşelerinden geçen çember) Çevrel çemberin merkezi üçgenin açılışına göre farklı bölgelere ait olabilir.

**Durum 1** Dar açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin içindedir.

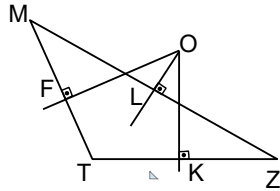
$[OF] \perp [MT]$ ,  
 $[OL] \perp [MZ]$ ,  
 $[OK] \perp [ZT]$ ,  
 $|MF|=|TF|$ ,  
 $|TK|=|KZ|$ ,  
 $|ZL|=|LM|$



**Durum 2** Dik açılı üçgende kenar orta dikmeler hipotenüs üzerinde kesişir



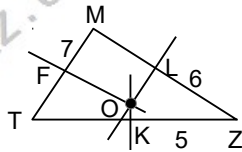
**Durum 3** Geniş açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin dış bölgesindedir.



Şekillerde O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır. (çevrel çemberin merkezidir)

#### Örnek...1 :

Şekilde MTZ bir üçgen, O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır.  $|MF|=7$  br,  $|KZ|=5$  br,  $|LZ|=6$  birim olduğuna göre  $\angle(MTZ)$  kaç birimdir?

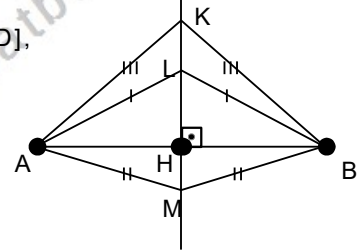


#### Uyarı

Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır ve bunun karşılığı da doğrudur.

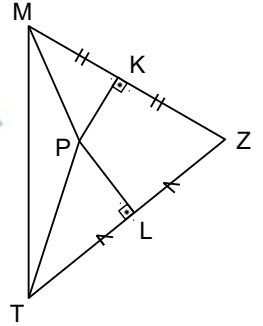
Şekilde  $KM \perp [AD]$ ,

$|LA|=|LB|$ ,  
 $|MA|=|MB|$ ,  
 $|KA|=|KB|$



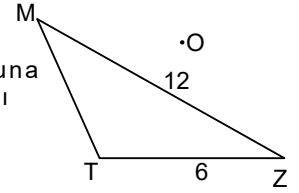
#### Örnek...2 :

MTZ bir üçgen,  $[KP] \perp [MZ]$ ,  $[LP] \perp [TZ]$ ,  $m(\angle PTL)=34^\circ$ ,  $m(\angle PMK)=26^\circ$ , olduğuna göre  $m(\angle MPT)$  kaç derecedir?



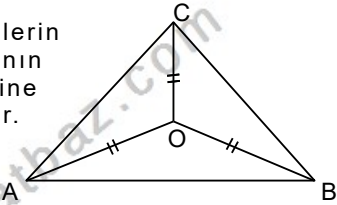
#### Örnek...3 :

O noktası MTZ üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.  $|MZ|=12$  br,  $|TZ|=6$  br dir. Buna göre  $|MT|$  kaç farklı tamsayı değeri alır?



Uyarı kenarorta dikmelerin kesişme noktasının üçgenin köşelerine uzaklıkları eşittir.

Şekilde O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktası,  $|AO|=|OB|=|OC|$  dir.



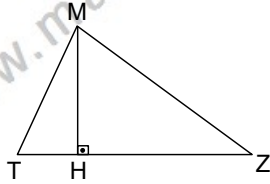
## ÜÇGENLER-7

### KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZİ

#### YÜKSEKLİK VE DİKLİK MERKEZİ

Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak indirilen doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir.

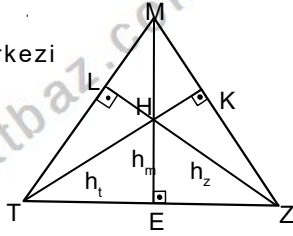
Şekilde  $[MH]$ ,  $[TZ]$  nin yüksekliğidir.



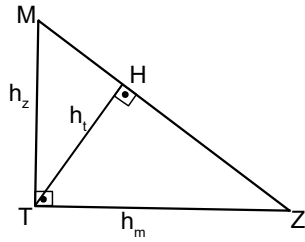
H noktasına dikme ayağı denir. Kenar m olarak gösterildiğinde  $|MH| = h_m$  ile gösterilir.

Bir üçgende yükseklikleri tek noktada kesişir. Bu nokta diklik merkezidir. Diklik merkezi üçgenin açı çeşidine göre farklı bölgelere ait olabilir.

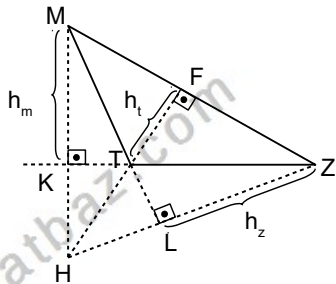
**Durum 1** Dar açılı üçgende diklik merkezi üçgenin içindedir.



**Durum 2** Dik açılı üçgende diklik merkezi üçgende dik kenarların birleştiği köşedir



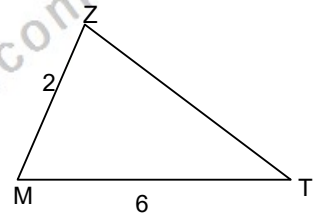
**Durum 2** Geniş açılı üçgende diklik merkezi üçgenin dış bölgesindedir.



Şekillerde H noktası diklik merkezidir

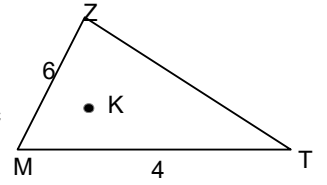
#### Örnek...4 :

Şekilde  $|ZM|=2$  br,  $|MT|=6$  br dir. Z noktası, MTZ üçgeninin diklik merkezi ise  $|ZT|$  kaç birimdir?



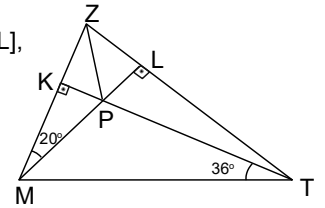
#### Örnek...5 :

Şekilde  $|ZM|=6$  br,  $|MT|=4$  br dir. K noktası, MTZ üçgeninin diklik merkezi ise  $|ZT|$  nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?



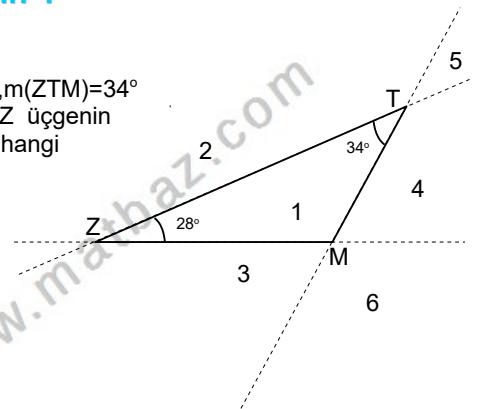
#### Örnek...6 :

Şekilde MTZ bir üçgen,  $[KT] \perp [ML]$ ,  $[KT] \cap [ML] = \{P\}$  dir. Buna göre  $m(\angle PZT)$  kaç derecedir?



#### Örnek...7 :

Şekilde ,  $m(\angle MZT)=28^\circ$  ,  $m(\angle ZTM)=34^\circ$  Buna göre MTZ üçgenin diklik merkezi hangi bölgededir?

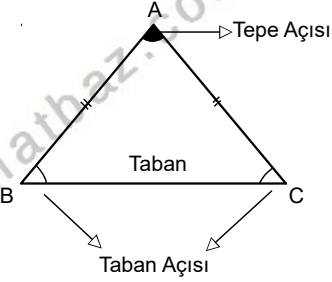


## ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

### İKİZKENAR ÜÇGEN

Herhangi iki kenarı birbirine eşit olan üçgendir.

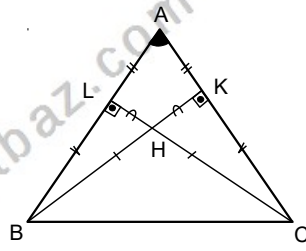


Taban açıları eşittir.  $m(\widehat{B})=m(\widehat{C})$

Eşit kenarlara ait yükseklikler, iç açıortaylar ve kenarortaylar eşittir  
 $h_b=h_c$ ,  $V_b=V_c$ ,  $n_B=n_C$

Yandaki ikizkenar üçgende  $|AB|=|AC|$  ve buradan eşlik kullanarak şu sonuçları çıkarabiliriz

$m(\widehat{ABK})=m(\widehat{ACL})$   
 $|KC|=|BL|$ ,  $|LH|=|HK|$



### Örnek...8 :

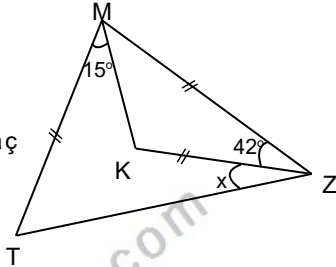
MTZ bir üçgendir.

$|TM|=|MZ|=|KZ|$ ,

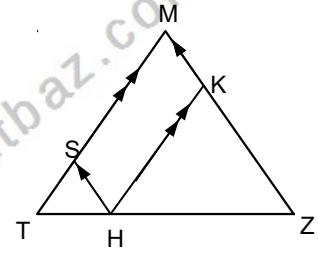
$m(\widehat{KZM})=42^\circ$

$m(\widehat{KMT})=15^\circ$

olduğuna göre x kaç derecedir?



$|MT|=|MZ|$ , H taban üzerinde alınan rastgele bir nokta ve  $[HS] \parallel [MZ]$ ,  $[HK] \parallel [MT]$  ise



$|HS|+|HK|=|MT|=|MZ|$  olur

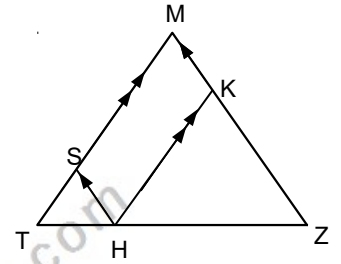
### Örnek...9 :

MTZ bir ikizkenar üçgen

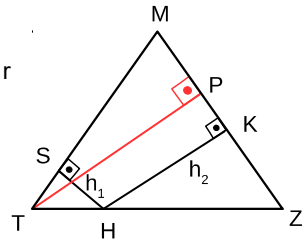
$|HS|+|HK|=13$  br ve

$|TH|+|HZ|=10$  br ise MTZ

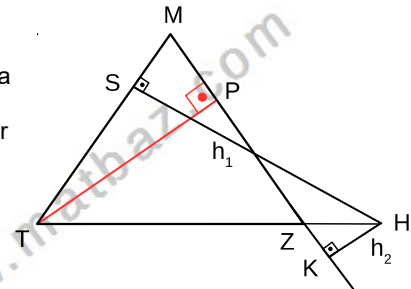
üçgeninin alanı kaç birim karedir?



$|MT|=|MZ|$ , H taban üzerinde alınan rastgele bir nokta ve  $[HS] \perp [MT]$ ,  $[HK] \perp [MZ]$  ise  $h_1+h_2=h_1=h_2$  olur



$|MT|=|MZ|$ , H taban uzantısında alınan rastgele bir nokta ve  $[HS] \perp [MT]$ ,  $[HK] \perp [MZ]$  ise



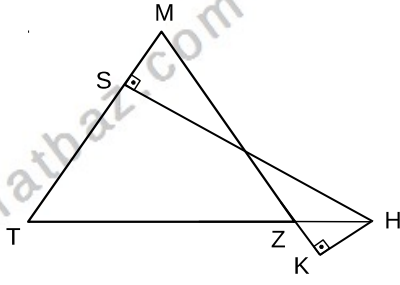
$||MS|-|MK||=h_1-h_2=h_1=h_2$  olur

## ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

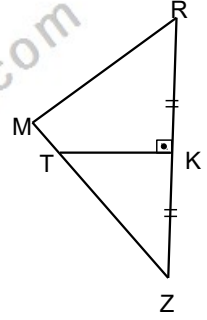
### Örnek...10 :

Yandaki MTZ  
üçgeninde  
 $[HS] \perp [MT]$   
 $[HK] \perp [MK]$   
 $|HK|=2br$   
 $|HS|=8br$ ,  
 $m(\widehat{MZT})=67,5^\circ$   
olduğuna göre  
 $|MT|=|MZ|$  kaç  
birimdir?



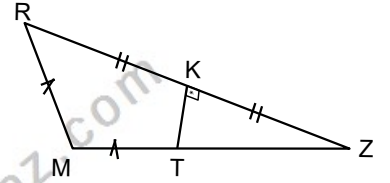
### Örnek...11 :

MRZ bir üçgen  $|MR|=|TZ|$   
 $m(\widehat{RKT})=90^\circ$  ve  
 $m(\widehat{MRK})=63^\circ$  ise  $m(\widehat{M})$  kaç  
derecedir?

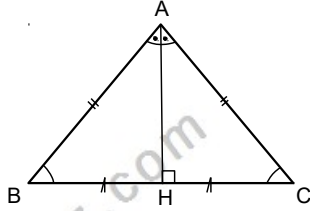


### Örnek...12 :

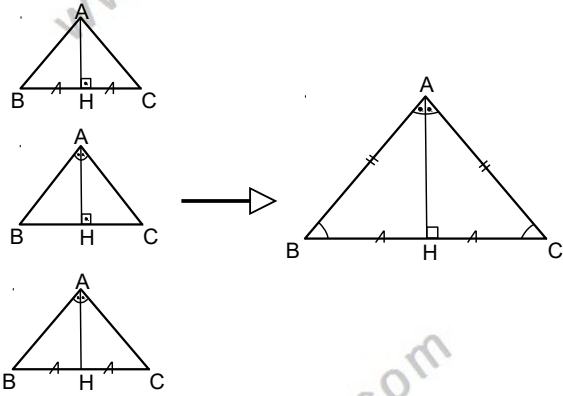
MRZ bir üçgen  
 $|MR|=|MT|$ ,  $|RK|=|KZ|$ ,  
 $m(\widehat{TKZ})=90^\circ$ ,  
 $m(\widehat{RMZ})=120^\circ$  ve  
 $|TZ|=20br$  ise  
 $A(\widehat{TKZ})$  kaç birim  
karedir?



$|AB|=|AC|$  ise A  
köşesinden  
indirilen dikme  
aynı zamanda  
açıortay ve  
kenarortaydır.

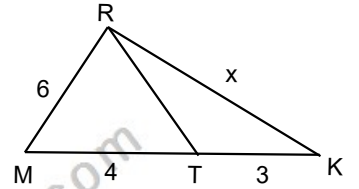


Bir köşeye ait yükseklik, açıortay veya  
kenarortaydan herhangi ikisi aynı ise  
üçgen en azından ikizkenardır



### Örnek...13 :

KMR bir üçgen  
 $|MR|=|RT|=6br$ ,  $|MT|=4br$ ,  
 $|KT|=3br$  ise x kaç  
birimdir?

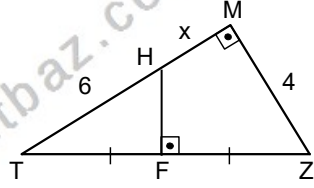


## ÜÇGENLER-7

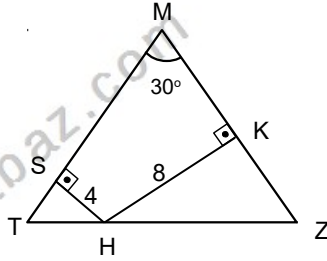
KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

### DEĞERLENDİRME - 1

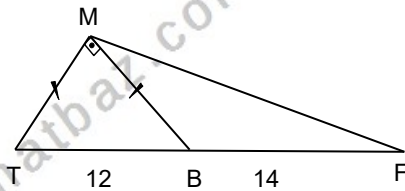
- 1)  $TMZ$ ,  $HFT$  birer dik üçgendir.  
 $|HT|=6$  br,  
 $|FT|=|FZ|$   
 $|MZ|=4$  br  $|HM|$   
kaç birimdir?



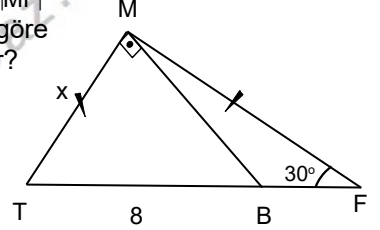
- 2)  $MTZ$  bir üçgen ikizkenar üçgen,  
 $[SH] \perp [MT]$ ,  
 $[HK] \perp [MZ]$   
 $2 \cdot |SH| = |HK| = 8$  cm,  
ise  $|MT|$  kaç cm dir?



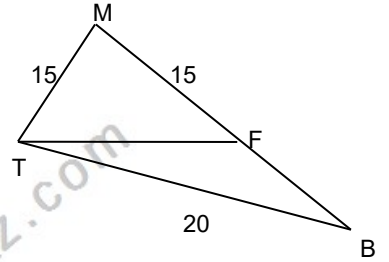
- 3)  $TMB$  bir dik üçgen  
 $|MT|=|MB|$   
 $|TB|=12$  br,  
 $|BF|=14$  br  
ise,  $|MF|$   
kaç birimdir?



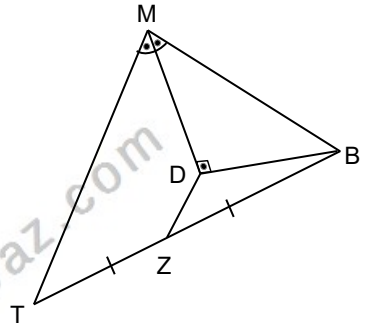
- 4)  $MTF$  ikizkenar,  $TMB$  dik üçgendir.  
 $[TM] \perp [MB]$ ,  $|TM|=|MF|$   
 $|TB|=8$  br olduğuna göre  
 $|MT|=x$  kaç birimdir?



- 5)  $MTB$  bir üçgendir.  
 $F \in [MB]$ ,  
 $|MT|=|FM|=15$  br,  
 $m(\widehat{TMF}) = 2 \cdot m(\widehat{FTB})$ ,  
 $|TB|=20$  br.  
Buna göre  $|FB|$  kaç birimdir?



- 6)  $MTB$  bir üçgen,  
 $[MD] \perp [DB]$ ,  
 $|ZB|=|TZ|$ ,  $[MD]$   
açıortay,  
 $2 \cdot |MT|=3 \cdot |MB|=48$   
cm ise  $|DZ|$  kaç birimdir?

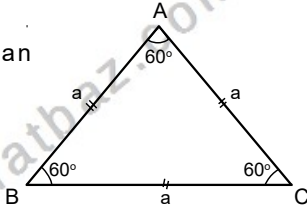


## ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

### EŞKENAR ÜÇGEN

Üç kenar uzunluğu eşit olan üçgendir.



$$m(\widehat{A})=m(\widehat{B})=m(\widehat{C})=60^\circ$$

Yükseklikler, iç açıortaylar ve kenarortaylar eşittir

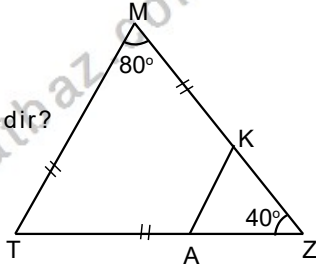
$$h_a=h_b=h_c=V_a=V_b=V_c=n_A=n_B=n_C=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ç}(ABC)=3a$$

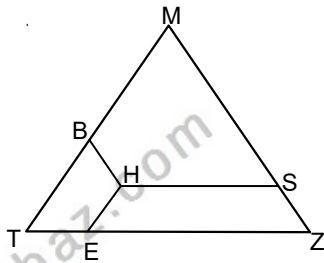
$$A(ABC)=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

### Örnek...1 :

MTZ bir üçgen,  
 $m(\widehat{M})=2.m(\widehat{Z})=80^\circ$ ,  
 $|MT|=|MK|=|AT|$  ise  
 $m(\widehat{KAZ})$  kaç derecedir?



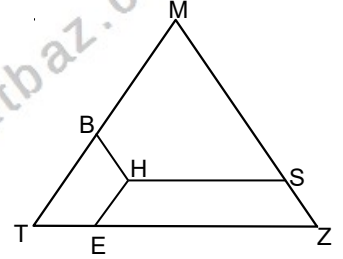
MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve  
 $[HS] \parallel [TZ]$ ,  
 $[HB] \parallel [MZ]$ ,  
 $[HE] \parallel [MT]$  ise



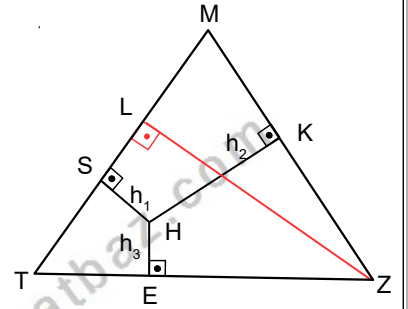
$$|HS|+|HE|+|HB|=|MT| \text{ olur}$$

### Örnek...2 :

MTZ bir ikizkenar üçgen  
 $|HS|+|HE|+|HB|=12$   
 br ise MTZ üçgeninin alanı kaç birim karedir?

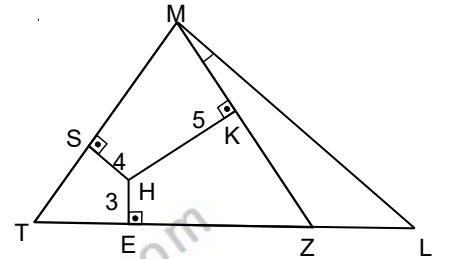


MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve  
 $[HS] \perp [MT]$   
 $[HK] \perp [MZ]$   
 $[HE] \perp [TZ]$   
 ise  
 $h_1+h_2+h_3=h_z$   
 olur



### Örnek...3 :

MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve  
 $[HS] \perp [MT]$   
 $[HK] \perp [MZ]$   
 $[HE] \perp [TZ]$  dir.  
 $m(\widehat{ZML})=15^\circ$  ise  
 $|ML|$  kaç birimdir?

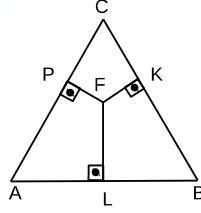


## ÜÇGENLER-7

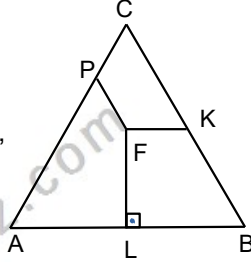
KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

### DEĞERLENDİRME - 2

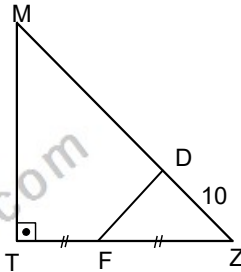
- 1) ABC bir eşkenar üçgen  
[FP]⊥[AC], [FK]⊥[BC],  
[FL]⊥[AB] dir.  
|FP|+3√3=|FK|+2√3=|FL|=7√3br  
ise,ABC üçgeninin bir kenarı  
kaç birimdir?



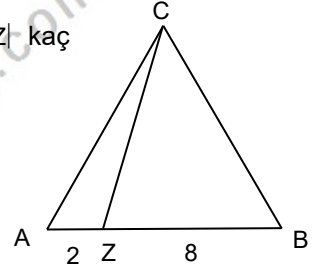
- 2) ABC bir eşkenar üçgen  
[FP] // [BC], [FK] // [AB]  
, [FL]⊥[AB] dir |FP|=5br  
|FK|=6br |FL|=4√3br ise,  
ABC üçgeninin çevresi  
kaç birimdir?



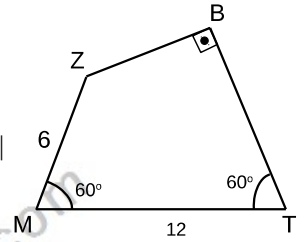
- 3) MTZ bir dik üçgen FDZ  
bir eşkenar üçgendir.  
|TF|=|FZ| ve |ZD|=10br,  
A(MTFD) kaç birim  
karedir?



- 4) ABC bir eşkenar üçgen,  
4.|AZ|=|ZB|=8br, ise |CZ| kaç  
birimdir?



- 5) MTBZ bir dörtgendir.  
m(∠B)=90°,  
m(∠M)=m(∠T)=60°  
2.|MZ|=|MT|=12br ise |TB|  
kaç birimdir?



- 6) ABC bir eşkenar üçgen  
[FP]⊥[AC], [FK]⊥[BC],  
[FL]⊥[AB] dir.  
|FP|+|FK|=6√3, |FL|=2√3br  
ise,ABC üçgeninin alanı  
kaç birim karedir?

