

## ÜÇGENLER-4

### BENZERLİK

#### BENZERLİK

Bir şekli belirli oranlarda büyütür veya küçültür benzerleri elde edilebilir.

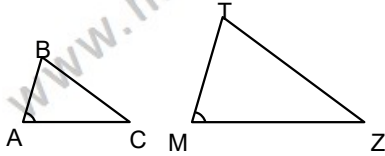
Buradaki belirli orana Benzerlik Oranı denir.



İki doğru parçası, iki eşkenar üçgen, iki kare, iki çember, iki küp, iki küre... gibi şekil ve cisimlerin uzunlukları arasında daima bir oran vardır. Bu nedenle bunların her zaman birbirine benzer olduklarını söyleyebiliriz.

#### ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

ABC ve MTZ üçgenleri arasında bire bir eşleme kurulduğunda; birinin kenarları diğerinin kenarlarının "k" katı ise, ABC ve MTZ üçgenleri benzerdir denir ve bu benzerlik  $\triangle ABC \sim \triangle MTZ$  biçiminde gösterilir. ( $k \in \mathbb{R}$ )



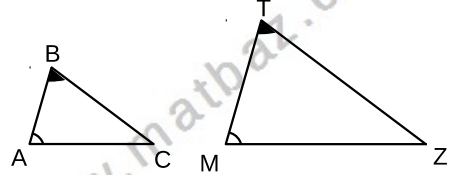
$$\triangle ABC \sim \triangle MTZ \iff \begin{cases} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \\ m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \end{cases} \text{ ve } \frac{a}{m} = \frac{b}{t} = \frac{c}{z} = k$$

Ayrıca, İki üçgenin benzerlik oranı olarak,

- 1) Karşılıklı kenarlar oranı,
- 2) Karşılıklı kenarortaylar oranı,
- 3) Karşılıklı açıortaylar oranı,
- 4) Karşılıklı yükseklikler oranı,
- 5) Karşılıklı iç teğet çember yarıçapları oranı,
- 6) Karşılıklı dış teğet çember yarıçapları oranı,
- 7) Karşılıklı çevrel çember yarıçapları oranı,
- 8) Karşılıklı çevre uzunlukları oranı da alınabilir

#### BENZERLİK TEOREMLERİ

##### 1. Açı - açı benzerliği

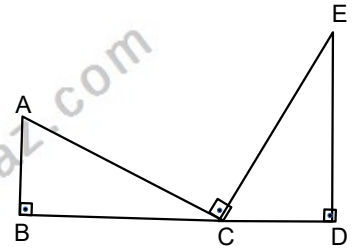


$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \end{array} \right\} \implies \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

##### Örnek...1 :

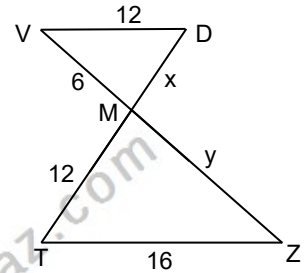
B,C,D doğrusal noktaldır.

$m(\hat{B})=m(\hat{D})=m(\hat{CDE})=90^\circ$   
6.  $|CD|=4$ ,  $|AB|=3$ ,  $|ED|=12$  br  
 $|AC|$  kaç birimdir?



##### Örnek...2 :

V,M,Z doğrusal noktaldır. T,M,D doğrusal noktaldır.  $[VD] \parallel [TZ]$  dir. Verilen uzunluklara göre  $x+y$  kaçtır?



## ÜÇGENLER-4

### BENZERLİK

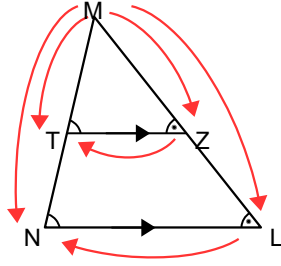
#### TEMEL ORANTI TEOREMİ

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan bir doğru üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda keserse, bu doğru kenarlar üzerinde orantılı parçalar ayırır

$TZ \parallel NL$  ise  
 $MTZ \sim MNL$

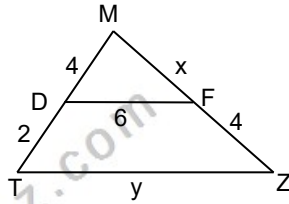
$$\frac{|MT|}{|MN|} = \frac{|MZ|}{|ML|} = \frac{|TZ|}{|NL|}$$

$$\frac{|MT|}{|TN|} = \frac{|MZ|}{|ZL|}$$

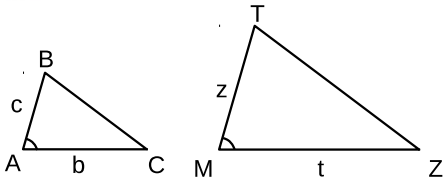


#### Örnek...3 :

MTZ bir üçgendir.  
[DF] // [TZ] dir.  
Verilen uzunluklara göre x+y kaçtır?



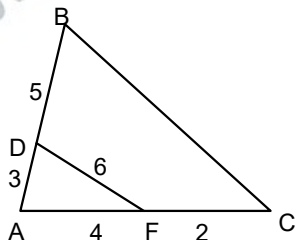
#### 2. Kenar - açı - kenar benzerlik teoremi



$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{M}) \\ \frac{c}{z} = \frac{b}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

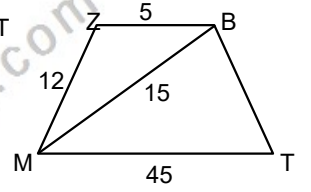
#### Örnek...4 :

ABC ve ADF birer üçgendir. Verilen uzunluklara göre |BC| kaçtır?

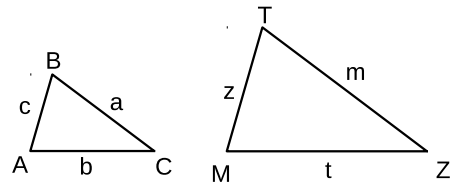


#### Örnek...5 :

MTBZ dörtgeninde  $BZ \parallel MT$   
Verilen uzunluklara göre  
|BT| kaç birimdir?



#### 3. Kenar - kenar -kenar benzerlik teoremi



$$\frac{c}{z} = \frac{b}{t} = \frac{a}{m} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

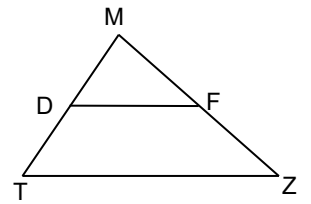
Benzer iki şekilde karşılıklı uzunlukların oranı benzerlik oranına eşittir

Benzer iki şeklin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir

Benzer iki şeklin hacimlerinin oranı benzerlik oranının küpüne eşittir

#### Örnek...6 :

MTZ bir üçgendir.  
[DF] // [TZ] dir.  
3.  $|MD|=2 \cdot |DT|$  .  
 $A(ABC)=250 \text{ br}^2$  ise  
 $A(MDF)$  kaç birim karedir?



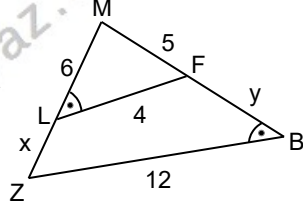
**Pantograf**, verilen bir Şeklin daha büyüğünü daha küçüğünü ya da eşini çizmeye yarayan mekanik bir alettir.

## ÜÇGENLER-4

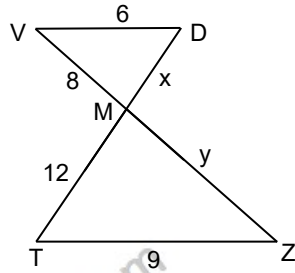
### BENZERLİK

#### DEĞERLENDİRME - 1

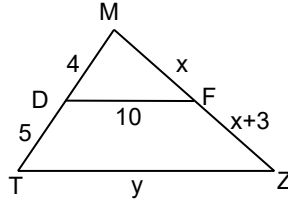
- 1) MBZ bir üçgendir.  
 $|ML|=6br$ ,  $|MZ|=5br$ ,  
 $|LF|=4br$ ,  $|ZB|=12br$ ,  
 $m(\widehat{L})=m(\widehat{B})$  olduğuna  
göre  $x+y$  kaçtır?



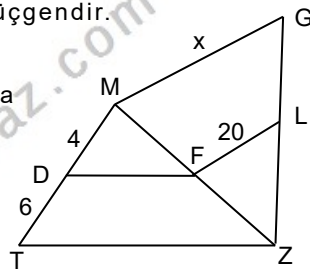
- 2) V,M,Z doğrusal noktalardır. T,M,D doğrusal noktalardır.  $[VD] \parallel [TZ]$  dir. Verilen uzunluklara göre  $x+y$  kaçtır?



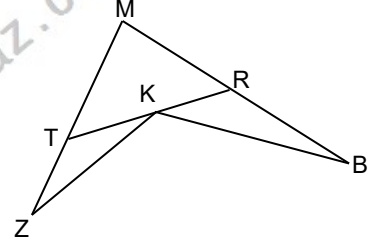
- 3) MTZ bir üçgendir.  $[FD] \parallel [TZ]$  dir. Verilen uzunluklara göre  $x+y$  kaçtır?



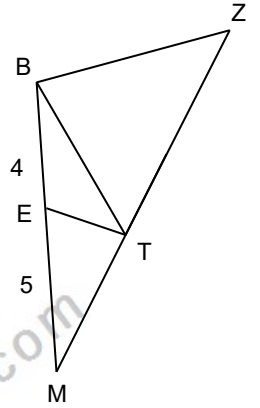
- 4) MTZ ve MZG birer üçgendir.  $[FD] \parallel [TZ]$ ,  $[LF] \parallel [MG]$  dir. Verilen uzunluklara göre  $x$  kaçtır?



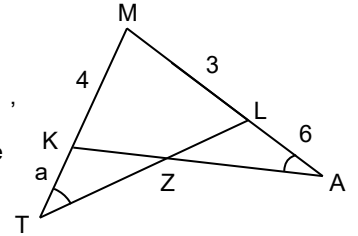
- 5) MTR bir üçgendir.  $KBR \sim ZKT$   
 $m(\widehat{RBK})=43^\circ$ ,  
 $m(\widehat{ZKB})=100^\circ$  ise  
 $m(\widehat{M})$  kaç derecedir?



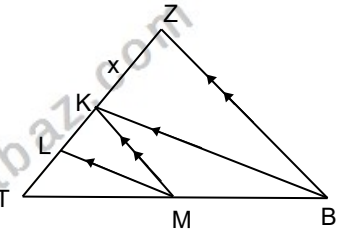
- 6) TBZ bir eşkenar üçgendir.  $m(\widehat{BET})=120^\circ$ ,  
 $|EB|=4br$ ,  $|EM|=5br$ ,  
M,T ve Z doğrusal noktalar olduğuna göre eşkenar üçgenin bir kenarı kaç birimdir?



- 7) MTL, MKA birer üçgendir.  $m(\widehat{MAK})=m(\widehat{MTL})$ , verilen uzunluklara göre  $a$  kaçtır?



- 8) BTZ bir üçgendir. Şekilde  $[LM] \parallel [KB]$ ,  $[KM] \parallel [ZB]$  dir.  $|TL|=20br$  ve  $|LK|=12br$  ise  $x$  kaçtır?

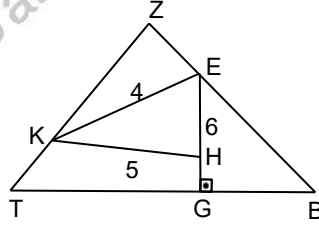


## ÜÇGENLER-4

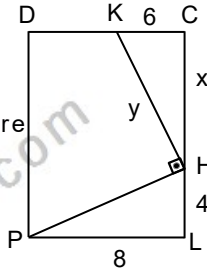
### BENZERLİK

#### DEĞERLENDİRME - 2

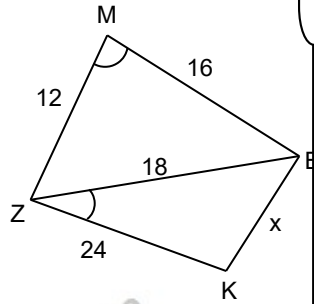
1. ZTB bir üçgen dir.  $[EG] \perp [TB]$ ,  
 $[KE] \perp [ZB]$ ,  
 $[ZT] \perp [KH]$ ,  
 $|KH|=5br$   
 $|EH|=4br$ , ve  
 $\angle(TZB)=60 br$   
ise  $|BT|$  kaç  
birimdir?



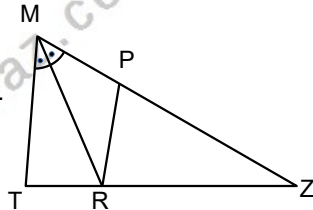
2. PLCD bir  
dikdörtgendir.  
 $[PH] \perp [KH]$ .  
Verilen uzunluklara göre  
 $x.y$  kaçtır?



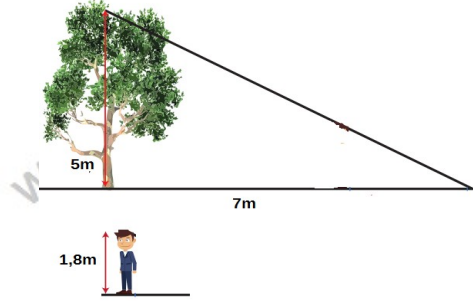
3. MBZ ve BZK  
birer üçgendir. ,  
 $m(\angle ZMB)=m(\angle BZK)$ ,  
verilen uzunluklara  
göre  $x$  kaçtır?



4. MTZ bir üçgendir.  
 $[RP] \parallel [TM]$  dir.  
3.  $|PM|=2, |MT|=12br$ .  
 $A(\angle PRZ)=32 br^2$  ise  
 $A(\angle MTZ)$  kaç  
birim  
karedir?

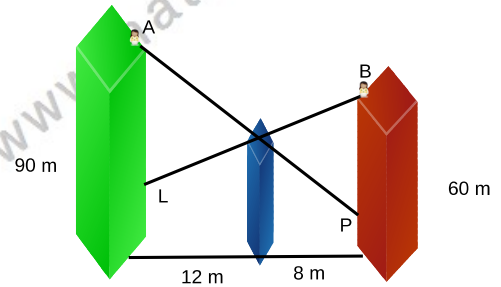


5.



günün belli bir anında boyu 5m olan bir ağacın  
gölgesi 7m omaktadır. Buna göre aynı anda  
boyu 1,8 m olan kişinin gölgesinin uzunluğu kaç  
cm dir?

6.



Şekilde yeşil renkli binanın yüksekliği 90 metre,  
bordo renkli binanın yüksekliği 60 metredir. A  
noktasından bakan bir göz, aradaki mavi bina  
sebebiyle bordo renkli binanın yüzde 80 ini  
görebiliyor. Buna göre , B noktasından bakan bir  
göz yeşil binanın kaç metresini görebilir?

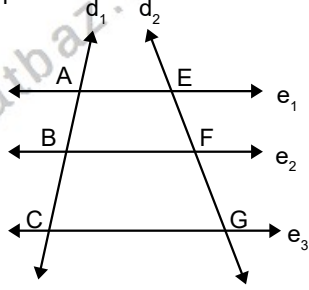
## ÜÇGENLER-4

### BENZERLİK

#### ÖZEL TEOREMLER

##### 1. Thales Teoremi

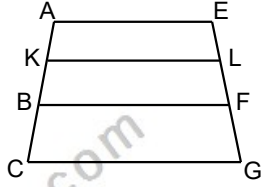
Birbirine paralel olan doğruların, herhangi iki kesen üzerinde ayırdığı karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.



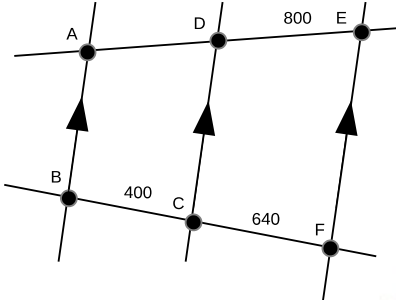
Şekilde  $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$  ve buradan  $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|FG|}$

##### Örnek...1 :

Şekildeki  $[AE] \parallel [KL] \parallel [BF] \parallel [CG]$ ,  
3.  $|EL|=2, |LF|=|FG|$   
 $|AB|+|KC|=70$  br olduğuna göre  $|AC|$  kaç birimdir?



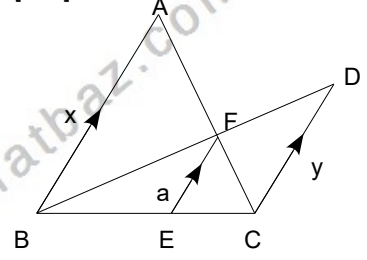
##### Örnek...2 :



Şekildeki krokide AB CD ve EF yolları paraleldir.  $|BC|=400$  km,  $|CF|=640$  km ve  $|DE|=800$  km olduğuna göre A ve D şehirleri arası mesafe kaç kilometredir?

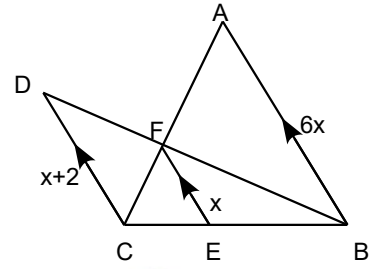
##### 2. $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$$



##### Örnek...3 :

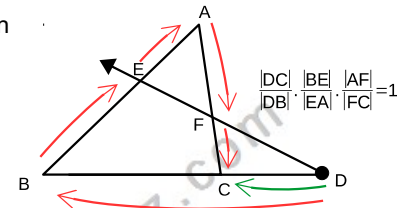
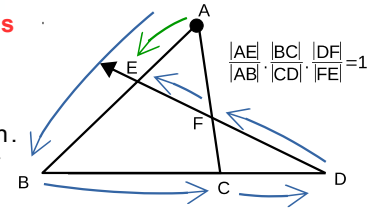
Şekilde  $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$  olduğuna göre  $|DC|$  kaç birimdir?



(Aşağıda verilen teoremler sıklıkla karşımıza çıkan soruları pratik olarak yapmamızı sağladıkları için ekstra verilmiştir)

##### 3. Menelaus Teoremi

ABC bir üçgen olsun. Üçgenin bir kenarının uzantısından alınan D noktasından çizilen ışın diğer iki kenarı iki noktada kesiyorsa yandaki bağıntılar geçerlidir. (Menelaus teoremi ile çözülebilen sorular, gerektiğinde ek çizimler kullanılarak, benzerlikle çözülebilir.)

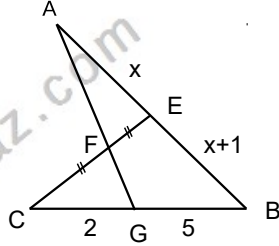


## ÜÇGENLER-4

### BENZERLİK

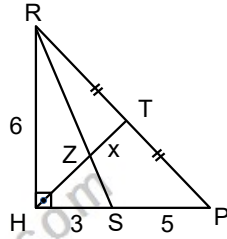
#### Örnek...4 :

AGB üçgen  $|CF|=|FE|$   
 $C \in BG, [CE] \cap [AG]=F$ .  
 $|CG|=2br, |GB|=5br$ ,  
 $|AE|=xbr, |EB|=1+xbr$   
 verilen uzunluklara göre  
 $x$  kaçtır?



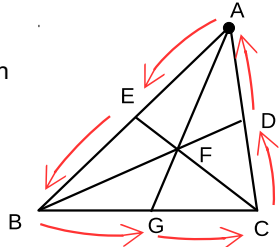
#### Örnek...5 :

RHP dik üçgeninde  
 $|RH|=6br, |HS|=3br, |SP|=5br$   
 $|RT|=|TP|$  ise  $|ZT|=x$  kaç  
 birimdir?



#### 4. Ceva Teoremi

Üçgenin köşelerinden  
 çıkıp karşı kenara  
 çizilen doğru  
 parçaları üçgenin  
 içinde kesişiyorsa  
 yandaki bağıntı  
 geçerlidir.

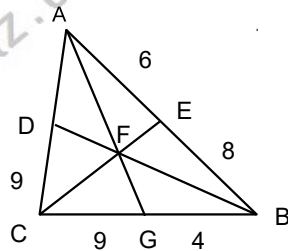


$$\frac{|AE|}{|EB|} \cdot \frac{|BF|}{|FC|} \cdot \frac{|CD|}{|DA|} = 1$$

(Ceva  
 Teoremi ,Menelaus teoremi kullanılarak  
 ispat edilebilir)

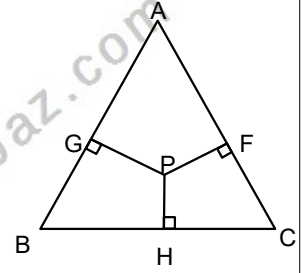
#### Örnek...6 :

Şekildeki ABC üçgeninde  
 A,B ve C den çıkan  
 doğru parçaları F de  
 kesişiyor. Üçgenin  
 çevresi verilen  
 uzunluklara göre kaç  
 birimdir



#### 5. Carnot Teoremi

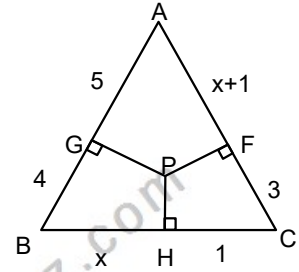
ABC bir üçgen ve P  
 iç bölgede herhangi  
 bir nokta olsun. Bu  
 noktadan kenarlara  
 indirilen dikmeler  
 için



$|AG|^2 + |BH|^2 + |CF|^2 = |GB|^2 + |HC|^2 + |AF|^2$   
 bağıntısı geçerlidir. (Carnot teoremi  
 pisagor üçgenleri kullanılarak elde  
 edilebilir)

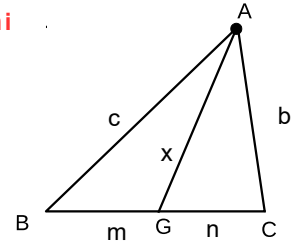
#### Örnek...7 :

Şekilde ABC bir  
 üçgen P iç bölgede  
 bir nokta  $[PH] \perp [BC]$   
 $[PF] \perp [AC], [PG] \perp [AB]$   
 verilen uzunluklara  
 göre  $x$  kaçtır?



#### 6. Stewart Teoremi

ABC üçgeninde  
 $G \in [BC]$   
 için aşağıdaki  
 bağıntı geçerlidir



$$x^2 = \frac{m \cdot b^2 + n \cdot c^2}{m+n} - m \cdot n$$

#### Örnek...8 :

ABC bir üçgen ,  $T \in [CB]$   
 verilen uzunluklara  
 göre  $|AT|$  kaç  
 birimdir ?

