

ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

BENZERLİK

Bir şekli belirli oranlarda büyüterek veya küçültürken benzerleri elde edilebilir.

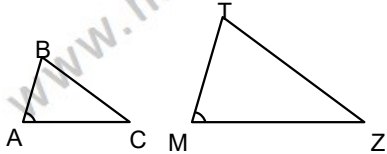
Buradaki belirli orana Benzerlik Oranı denir.



İki doğru parçası, iki eşkenar üçgen, iki kare, iki çember, iki küp, iki küre... gibi şekil ve cisimlerin uzunlukları arasında daima bir oran vardır. Bu nedenle bunların her zaman birbirine benzer olduklarını söyleyebiliriz.

ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

ABC ve MTZ üçgenleri arasında bire bir eşleme kurulduğunda; birinin kenarları diğerinin kenarlarının "k" katı ise, ABC ve MTZ üçgenleri benzerdir denir ve bu benzerlik $ABC \sim MTZ$ biçiminde gösterilir. ($k \in \mathbb{R}$)



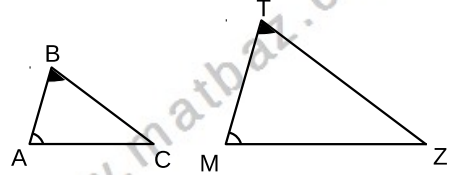
$$\triangle ABC \sim \triangle MTZ \iff \begin{cases} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \\ m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \end{cases} \text{ ve } \frac{a}{m} = \frac{b}{t} = \frac{c}{z} = k$$

Ayrıca, İki üçgenin benzerlik oranı olarak,

- 1) Karşılıklı kenarlar oranı,
- 2) Karşılıklı kenarortaylar oranı,
- 3) Karşılıklı açıortaylar oranı,
- 4) Karşılıklı yükseklikler oranı,
- 5) Karşılıklı iç teğet çember yarıçapları oranı,
- 6) Karşılıklı dış teğet çember yarıçapları oranı,
- 7) Karşılıklı çevrel çember yarıçapları oranı,
- 8) Karşılıklı çevre uzunlukları oranı da alınabilir

BENZERLİK TEOREMLERİ

1. Açı - açı benzerliği

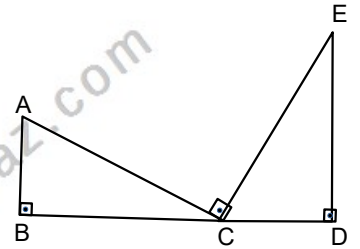


$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

Örnek...1 :

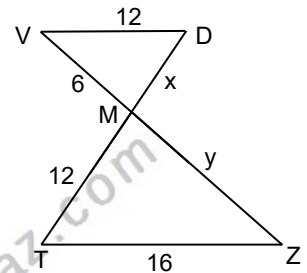
B,C,D doğrusal noktaldır.

$m(\hat{B})=m(\hat{D})=m(\hat{CDE})=90^\circ$
6. $|CD|=4$. $|AB|=3|ED|=12br$
 $|AC|$ kaç birimdir?



Örnek...2 :

V,M,Z doğrusal noktaldır. T,M,D doğrusal noktaldır. $[VD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

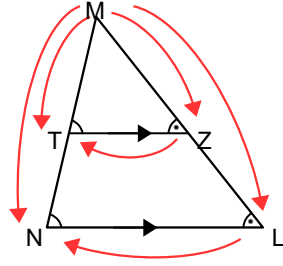
TEMEL ORANTI TEOREMİ

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan bir doğru üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda keserse, bu doğru kenarlar üzerinde orantılı parçalar ayırır

$TZ \parallel NL$ ise
 $MTZ \sim MNL$

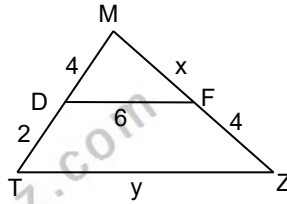
$$\frac{|MT|}{|MN|} = \frac{|MZ|}{|ML|} = \frac{|TZ|}{|NL|}$$

$$\frac{|MT|}{|TN|} = \frac{|MZ|}{|ZL|}$$

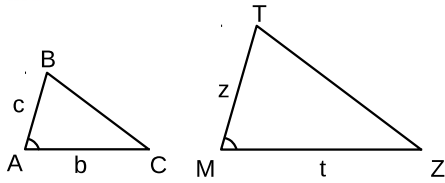


Örnek...3 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
Verilen uzunluklara göre x+y kaçtır?



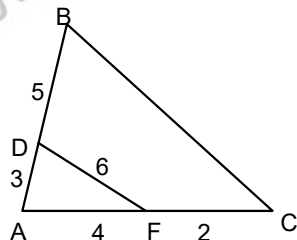
2. Kenar - açı - kenar benzerlik teoremi



$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{M}) \\ \frac{c}{z} = \frac{b}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

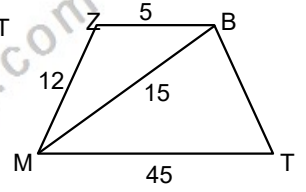
Örnek...4 :

ABC ve ADF birer üçgendir. Verilen uzunluklara göre |BC| kaçtır?

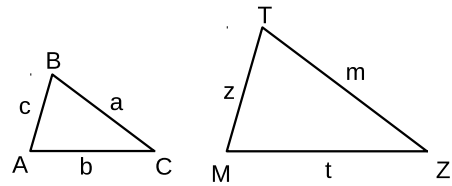


Örnek...5 :

MTBZ dörtgeninde $BZ \parallel MT$
Verilen uzunluklara göre
|BT| kaç birimdir?



3. Kenar - kenar - kenar benzerlik teoremi



$$\frac{c}{z} = \frac{b}{t} = \frac{a}{m} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

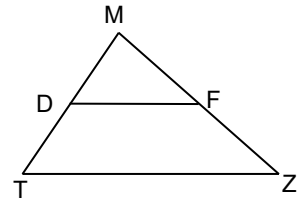
Benzer iki şekilde karşılıklı uzunlukların oranı benzerlik oranına eşittir

Benzer iki şeklin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir

Benzer iki şeklin hacimlerinin oranı benzerlik oranının küpüne eşittir

Örnek...6 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
3. |MD|=2. |DT| .
 $A(MTZ) = 250 \text{ br}^2$ ise
 $A(MDF)$ kaç birim karedir?



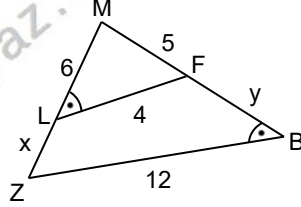
Pantograf, verilen bir Şeklin daha büyüğünü daha küçüğünü ya da eşini çizmeye yarayan mekanik bir alettir.

ÜÇGENLER-4

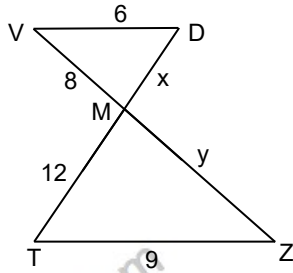
BENZERLİK

DEĞERLENDİRME - 1

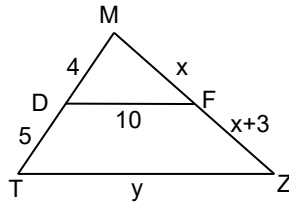
- 1) MBZ bir üçgendir.
 $|ML|=6br$, $|MZ|=5br$,
 $|LF|=4br$, $|ZB|=12br$,
 $m(\widehat{L})=m(\widehat{B})$ olduğuna
göre $x+y$ kaçtır?



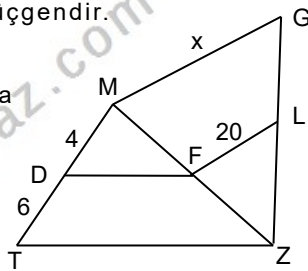
- 2) V,M,Z doğrusal noktalardır. T,M,D doğrusal noktalardır. $[VD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



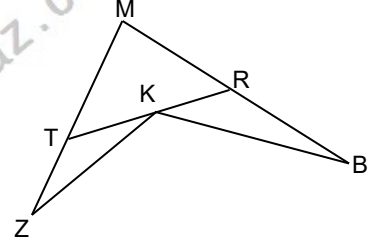
- 3) MTZ bir üçgendir. $[FD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



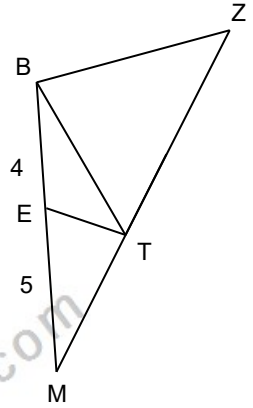
- 4) MTZ ve MZG birer üçgendir. $[FD] \parallel [TZ]$, $[LF] \parallel [MG]$ dir. Verilen uzunluklara göre x kaçtır?



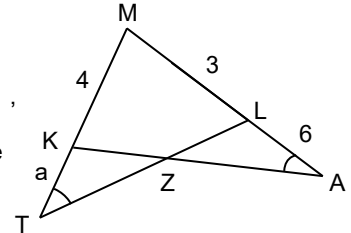
- 5) MTR bir üçgendir. $KBR \sim ZKT$
 $m(\widehat{RBK})=43^\circ$,
 $m(\widehat{ZKB})=100^\circ$ ise
 $m(\widehat{M})$ kaç derecedir?



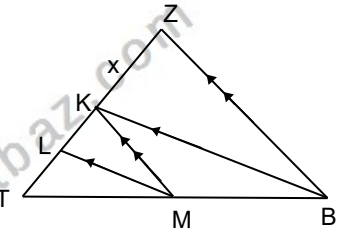
- 6) TBZ bir eşkenar üçgendir. $m(\widehat{BET})=120^\circ$,
 $|EB|=4br$, $|EM|=5br$,
M,T ve Z doğrusal noktalar olduğuna göre eşkenar üçgenin bir kenarı kaç birimdir?



- 7) MTL, MKA birer üçgendir. $m(\widehat{MAK})=m(\widehat{MTL})$, verilen uzunluklara göre a kaçtır?



- 8) BTZ bir üçgendir. Şekilde $[LM] \parallel [KB]$, $[KM] \parallel [ZB]$ dir. $|TL|=20br$ ve $|LK|=12br$ ise x kaçtır?

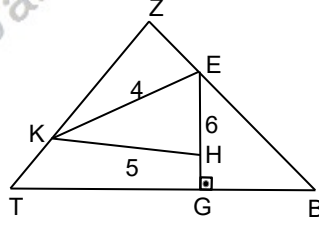


ÜÇGENLER-4

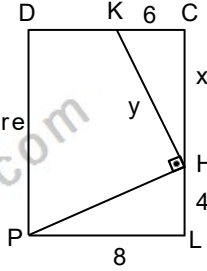
BENZERLİK

DEĞERLENDİRME - 2

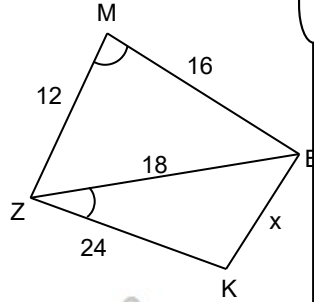
1. ZTB bir üçgen dir. $[EG] \perp [TB]$,
 $[KE] \perp [ZB]$,
 $[ZT] \perp [KH]$,
 $|KH|=5br$
 $|EH|=4br$, ve
 $\angle(TZB)=60 br$
ise $|BT|$ kaç
birimdir?



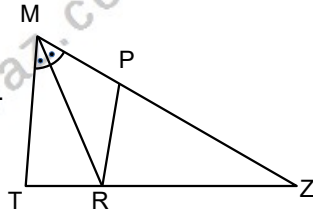
2. PLCD bir
dikdörtgendir.
 $[PH] \perp [KH]$.
Verilen uzunluklara göre
 $x.y$ kaçtır?



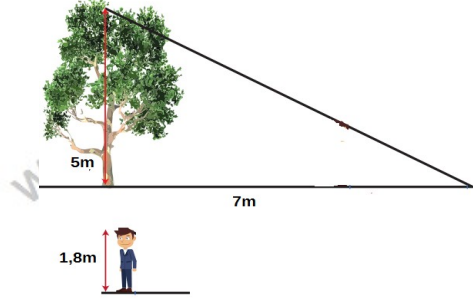
3. MBZ ve BZK
birer üçgendir. ,
 $m(\angle ZMB)=m(\angle BZK)$,
verilen uzunluklara
göre x kaçtır?



4. MTZ bir üçgendir.
 $[RP] \parallel [TM]$ dir.
3. $|PM|=2, |MT|=12br$.
 $A(PRZ)=32 br^2$ ise
 $A(MTZ)$ kaç birim
karedir?

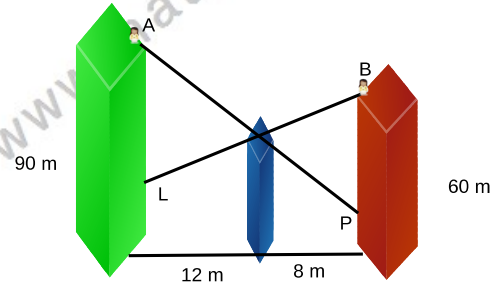


5.



günün belli bir anında boyu 5m olan bir ağacın
gölgesi 7m omaktadır. Buna göre aynı anda
boyu 1,8 m olan kişinin gölgesinin uzunluğu kaç
cm dir?

6.



Şekilde yeşil renkli binanın yüksekliği 90 metre,
bordo renkli binanın yüksekliği 60 metredir. A
noktasından bakan bir göz, aradaki mavi bina
sebebiyle bordo renkli binanın yüzde 80 ini
görebiliyor. Buna göre , B noktasından bakan bir
göz yeşil binanın kaç metresini görebilir?

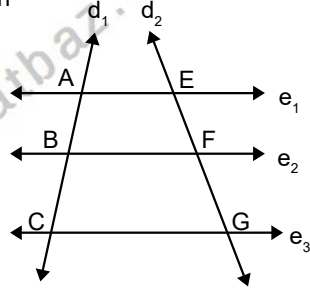
ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

ÖZEL TEOREMLER

1. Thales Teoremi

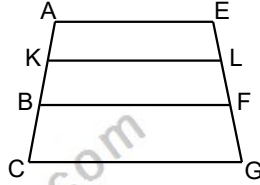
Birbirine paralel olan doğruların, herhangi iki kesen üzerinde ayırdığı karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.



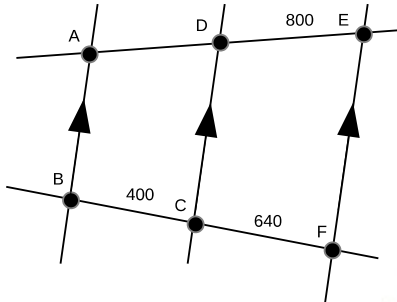
Şekilde $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$ ve buradan $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|FG|}$

Örnek...1 :

Şekildeki $[AE] \parallel [KL] \parallel [BF] \parallel [CG]$,
3. $|EL|=2, |LF|=|FG|$
 $|AB|+|KC|=70$ br olduğuna göre $|AC|$ kaç birimdir?



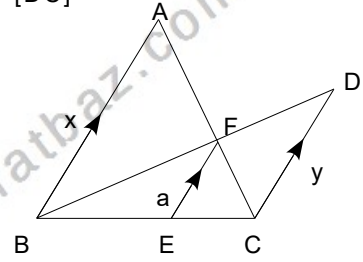
Örnek...2 :



Şekildeki krokide AB CD ve EF yolları paraleldir. $|BC|=400$ km, $|CF|=640$ km ve $|DE|=800$ km olduğuna göre A ve D şehirleri arası mesafe kaç kilometredir?

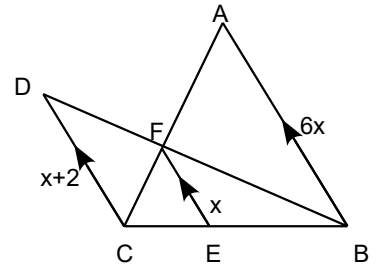
2. $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$$



Örnek...3 :

Şekilde $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$ olduğuna göre $|DC|$ kaç birimdir?

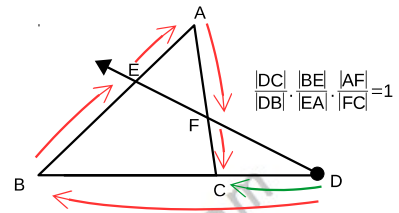
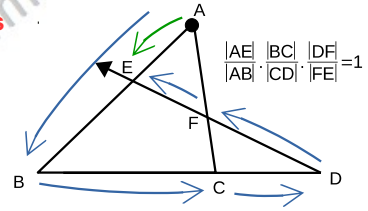


(Aşağıda verilen teoremler sıklıkla karşımıza çıkan soruları pratik olarak yapmamızı sağladıkları için ekstra verilmiştir)

3. Menelaus Teoremi

Şekilde DEB bir üçgen ve $[AC]$ kesendir.

ABC bir üçgen ve $[DE]$ kesendir.



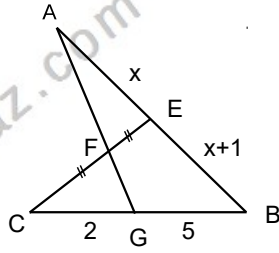
Özetle üçgenin bir kenarının uzantısından alınan bir noktadan çizilen ışın diğer iki kenarı iki noktada kesiyorsa üstteki bağıntılar geçerlidir. (Menelaus teoremi ile çözülebilen sorular gerektiğinde ek çizimler kullanılarak, benzerlikle çözülebilir.)

ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

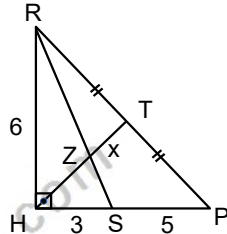
Örnek...4 :

AGB üçgen $|CF|=|FE|$
 $C \in BG, [CE] \cap [AG]=F$.
 $|CG|=2br, |GB|=5br$,
 $|AE|=xbr, |EB|=1+xbr$
verilen uzunluklara göre
x kaçtır?



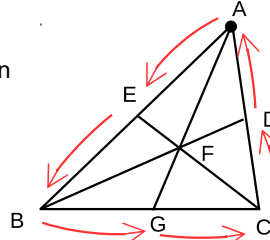
Örnek...5 :

RHP dik üçgeninde
 $|RH|=6br, |HS|=3br, |SP|=5br$
 $|RT|=|TP|$ ise $|ZT|=x$ kaç
birimdir?



4. Ceva Teoremi

Üçgenin köşelerinden
çıkıp karşı kenara
çizilen doğru
parçaları üçgenin
içinde kesişiyorsa
yandaki bağıntı
geçerlidir.

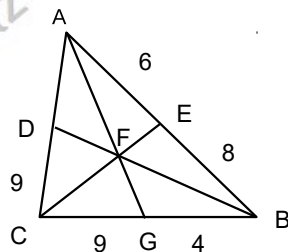


$$\frac{|AE|}{|EB|} \cdot \frac{|BF|}{|FC|} \cdot \frac{|CD|}{|DA|} = 1$$

(Ceva Teoremi ,Menelaus teoremi kullanılarak ispat edilebilir)

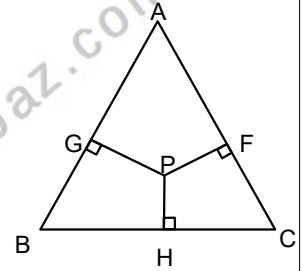
Örnek...6 :

Şekildeki ABC üçgeninde
A, B ve C den çıkan
doğru parçaları F de
kesiliyor. Üçgenin
çevresi verilen
uzunluklara göre kaç
birimdir



5. Carnot Teoremi

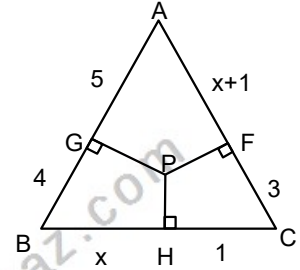
ABC bir üçgen ve P
iç bölgede herhangi
bir nokta olsun. Bu
noktadan kenarlara
indirilen dikmeler
için



$|AG|^2 + |BH|^2 + |CF|^2 = |GB|^2 + |HC|^2 + |AF|^2$
bağıntısı geçerlidir. (Carnot teoremi
Pisagor üçgenleri kullanılarak elde
edilebilir)

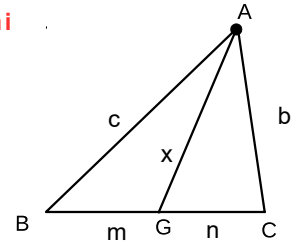
Örnek...7 :

Şekilde ABC bir
üçgen P iç bölgede
bir nokta $[PH] \perp [BC]$
 $[PF] \perp [AC], [PG] \perp [AB]$
verilen uzunluklara
göre x kaçtır?



6. Stewart Teoremi

ABC üçgeninde
 $G \in [BC]$
için aşağıdaki
bağıntı geçerlidir



$$x^2 = \frac{m \cdot b^2 + n \cdot c^2}{m+n} - m \cdot n$$

Örnek...8 :

ABC bir üçgen , $T \in [CB]$
verilen uzunluklara
göre $|AT|$ kaç
birimdir ?

