

ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

BENZERLİK

Bir şekli belirli oranlarda büyüterek veya küçültürken benzerleri elde edilebilir.

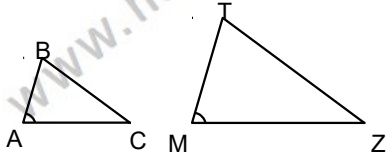
Buradaki belirli orana Benzerlik Oranı denir.



İki doğru parçası, iki eşkenar üçgen, iki kare, iki çember, iki küp, iki küre... gibi şekil ve cisimlerin uzunlukları arasında daima bir oran vardır. Bu nedenle bunların her zaman birbirine benzer olduklarını söyleyebiliriz.

ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

ABC ve MTZ üçgenleri arasında bire bir eşleme kurulduğunda; birinin kenarları diğerinin kenarlarının "k" katı ise, ABC ve MTZ üçgenleri benzerdir denir ve bu benzerlik $\triangle ABC \sim \triangle MTZ$ biçiminde gösterilir. ($k \in \mathbb{R}$)



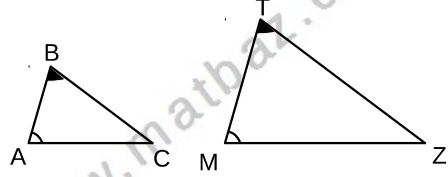
$$\triangle ABC \sim \triangle MTZ \iff \begin{cases} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \\ m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \end{cases} \text{ ve } \frac{a}{m} = \frac{b}{t} = \frac{c}{z} = k$$

Ayrıca, İki üçgenin benzerlik oranı olarak,

- 1) Karşılıklı kenarlar oranı,
- 2) Karşılıklı kenarortaylar oranı,
- 3) Karşılıklı açıortaylar oranı,
- 4) Karşılıklı yükseklikler oranı,
- 5) Karşılıklı iç teğet çember yarıçapları oranı,
- 6) Karşılıklı dış teğet çember yarıçapları oranı,
- 7) Karşılıklı çevrel çember yarıçapları oranı,
- 8) Karşılıklı çevre uzunlukları oranı da alınabilir

BENZERLİK TEOREMLERİ

1. Açı - açı benzerliği

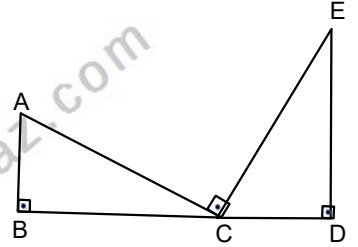


$$\left. \begin{matrix} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \end{matrix} \right\} \implies \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

Örnek...1 :

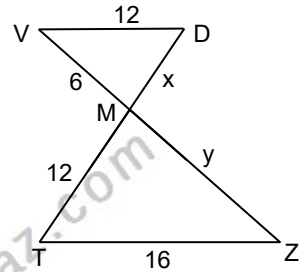
B,C,D doğrusal noktaldır.

$m(\hat{B})=m(\hat{D})=m(\hat{CDE})=90^\circ$
6. $|CD|=4$. $|AB|=3|ED|=12br$
 $|AC|$ kaç birimdir?



Örnek...2 :

V,M,Z doğrusal noktaldır. T,M,D doğrusal noktaldır. $[VD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

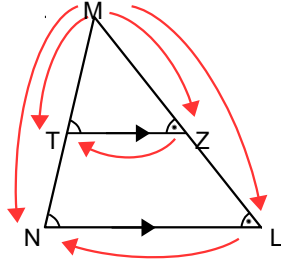
TEMEL ORANTI TEOREMİ

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan bir doğru üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda keserse, bu doğru kenarlar üzerinde orantılı parçalar ayırır

$TZ \parallel NL$ ise
 $MTZ \sim MNL$

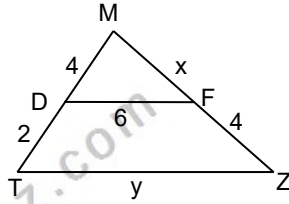
$$\frac{|MT|}{|MN|} = \frac{|MZ|}{|ML|} = \frac{|TZ|}{|NL|}$$

$$\frac{|MT|}{|TN|} = \frac{|MZ|}{|ZL|}$$

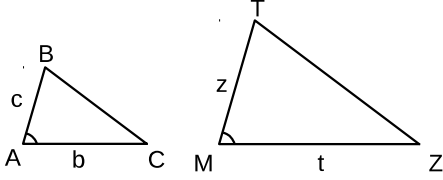


Örnek...3 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
Verilen uzunluklara göre x+y kaçtır?



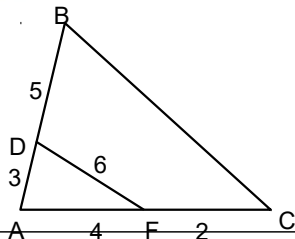
2. Kenar - açı - kenar benzerlik teoremi



$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{M}) \\ \frac{c}{z} = \frac{b}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

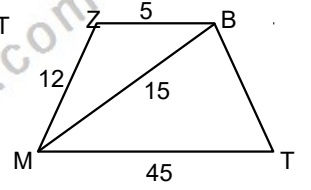
Örnek...4 :

ABC ve ADF birer üçgendir. Verilen uzunluklara göre |BC| kaçtır?

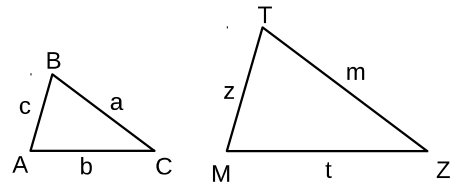


Örnek...5 :

MTBZ dörtgeninde $BZ \parallel MT$
Verilen uzunluklara göre
|BT| kaç birimdir?



3. Kenar - kenar -kenar benzerlik teoremi



$$\frac{c}{z} = \frac{b}{t} = \frac{a}{m} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

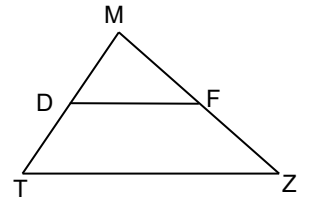
Benzer iki şekilde karşılıklı uzunlukların oranı benzerlik oranına eşittir

Benzer iki şeklin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir

Benzer iki şeklin hacimlerinin oranı benzerlik oranının küpüne eşittir

Örnek...6 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
3. |MD|=2. |DT| .
 $A(ABC)=250 \text{ br}^2$ ise
 $A(MDF)$ kaç birim karedir?



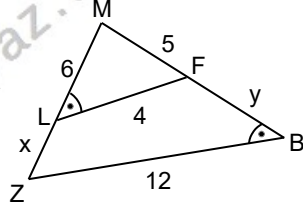
Pantograf, verilen bir Şeklin daha büyüğünü daha küçüğünü ya da eşini çizmeye yarayan mekanik bir alettir.

ÜÇGENLER-4

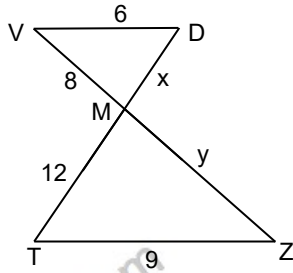
BENZERLİK

DEĞERLENDİRME - 1

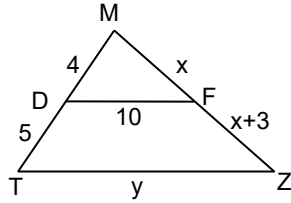
- 1) MBZ bir üçgendir.
 $|ML|=6br$, $|MZ|=5br$,
 $|LF|=4br$, $|ZB|=12br$,
 $m(\widehat{L})=m(\widehat{B})$ olduğuna
göre $x+y$ kaçtır?



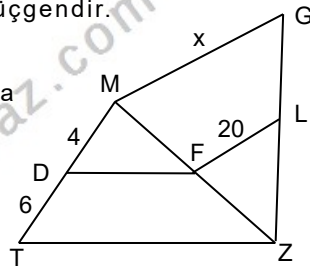
- 2) V,M,Z doğrusal noktalardır. T,M,D doğrusal noktalardır.
 $[VD] \parallel [TZ]$ dir.
Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



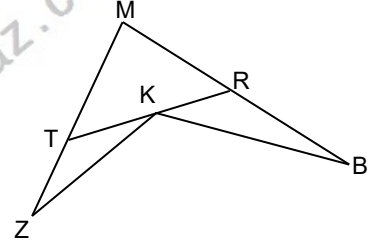
- 3) MTZ bir üçgendir.
 $[FD] \parallel [TZ]$ dir.
Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



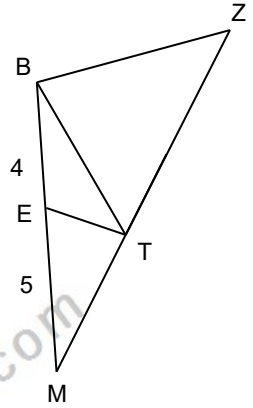
- 4) MTZ ve MZG birer üçgendir.
 $[FD] \parallel [TZ]$,
 $[LF] \parallel [MG]$ dir.
Verilen uzunluklara göre x kaçtır?



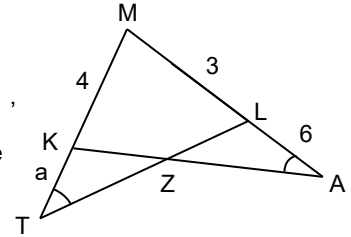
- 5) MTR bir üçgendir.
 $KBR \sim ZKT$
 $m(\widehat{RBK})=43^\circ$,
 $m(\widehat{ZKB})=100^\circ$ ise
 $m(\widehat{M})$ kaç derecedir?



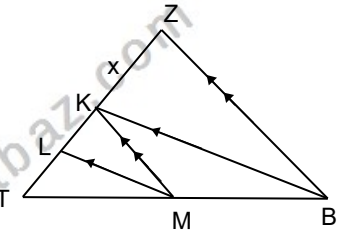
- 6) TBZ bir eşkenar üçgendir. $m(\widehat{BET})=120^\circ$,
 $|EB|=4br$, $|EM|=5br$,
M,T ve Z doğrusal noktalar olduğuna göre eşkenar üçgenin bir kenarı kaç birimdir?



- 7) MTL, MKA birer üçgendir.
 $m(\widehat{MAK})=m(\widehat{MTL})$,
verilen uzunluklara göre a kaçtır?



- 8) BTZ bir üçgendir.
Şekilde $[LM] \parallel [KB]$,
 $[KM] \parallel [ZB]$ dir.
 $|TL|=20br$ ve $|LK|=12br$ ise x kaçtır?

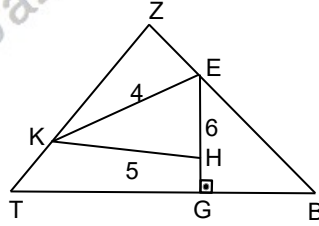


ÜÇGENLER-4

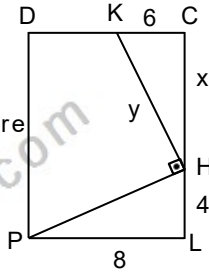
BENZERLİK

DEĞERLENDİRME - 2

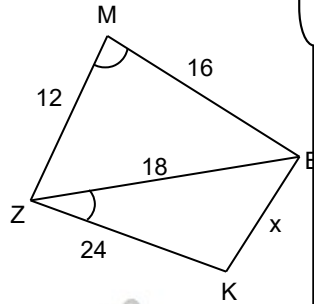
1. ZTB bir üçgen dir. $[EG] \perp [TB]$, $[KE] \perp [ZB]$, $[ZT] \perp [KH]$, $|KH|=5br$, $|EH|=4br$, ve $\angle(TZB)=60 br$ ise $|BT|$ kaç birimdir?



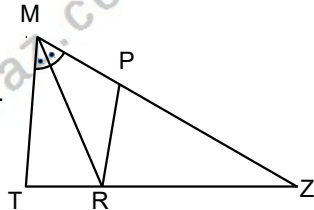
2. PLCD bir dikdörtgendir. $[PH] \perp [KH]$. Verilen uzunluklara göre x.y kaçtır?



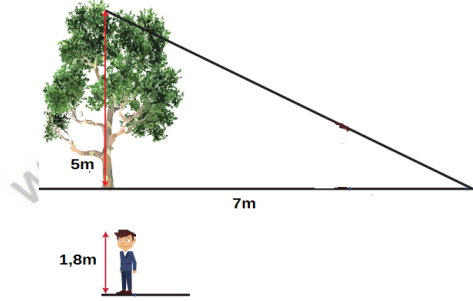
3. MBZ ve BZK birer üçgendir. , $m(\angle ZMB)=m(\angle BZK)$, verilen uzunluklara göre x kaçtır?



4. MTZ bir üçgendir. $[RP] \parallel [TM]$ dir. $3 \cdot |PM|=2 \cdot |MT|=12br$. $A(PRZ)=32 br^2$ ise $A(MTZ)$ kaç birim karedir?

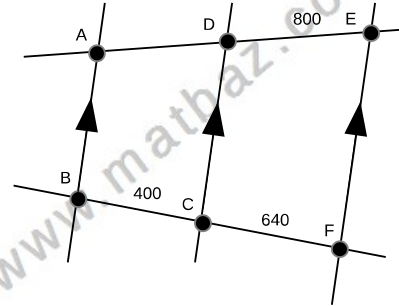


5.



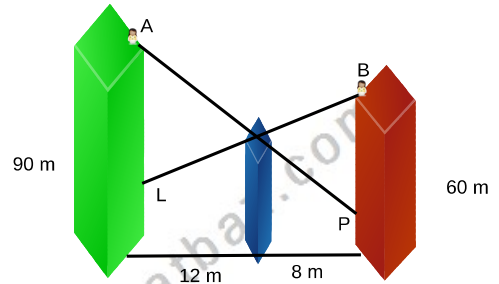
günün belli bir anında boyu 5m olan bir ağacın gölgesi 7m omaktadır. Buna göre aynı anda boyu 1,8 m olan kişinin gölgesinin uzunluğu kaç cm dir?

6.



Şekildeki krokide AB CD ve EF yolları paraleldir. $|BC|=400$ km, $|CF|=640$ km ve $|DE|=800$ km olduğuna göre A ve D şehirleri arası mesafe kaç kilometredir?

7.



Şekilde yeşil renkli binanın yüksekliği 90 metre, bordo renkli binanın yüksekliği 60 metredir. A noktasından bakan bir göz, aradaki mavi bina sebebiyle bordo renkli binanın yüzde 80 ini görebiliyor. Buna göre , B noktasından bakan bir göz yeşil binanın kaç metresini görebilir?

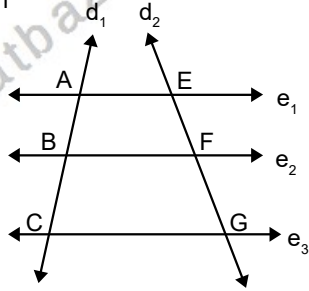
ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

ÖZEL TEOREMLER

1. Thales Teoremi

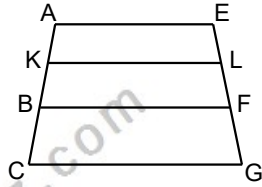
Birbirine paralel olan doğruların, herhangi iki kesen üzerinde ayırdığı karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.



Şekilde $e_1 // e_2 // e_3$ ve buradan $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|FG|}$

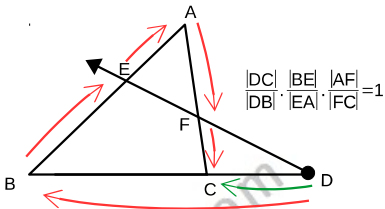
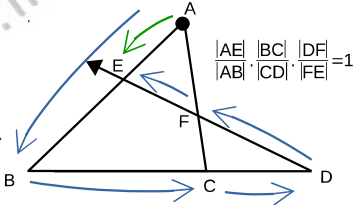
Örnek...1 :

Şekildeki $[AE]//[KL]//[BF]//[CG]$,
3. $|EL|=2$, $|LF|=|FG|$
 $|AB|+|KC|=70$ br olduğuna göre $|AC|$ kaç birimdir?



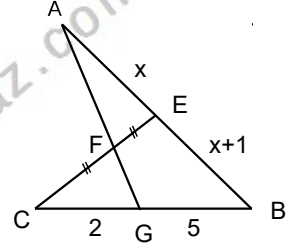
2. Menelaus Teoremi

ABC bir üçgen olsun. Üçgenin bir kenarının uzantısından alınan D noktasından çizilen ışın diğer iki kenarı iki noktada kesiyorsa yandaki bağıntılar geçerlidir



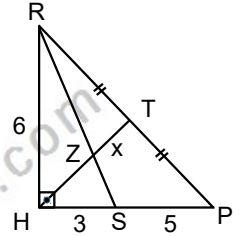
Örnek...2 :

AGB üçgen $|CF|=|FE|$
 $C \in BG, [CE] \cap [AG] = F$
 $|CG|=2br, |GB|=5br$,
 $|AE|=xbr, |EB|=1+xbr$
verilen uzunluklara göre x kaçtır?



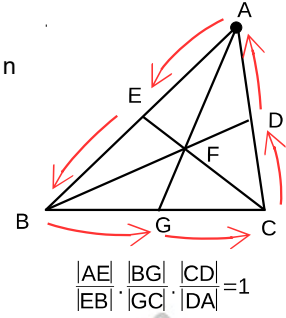
Örnek...3 :

RHP dik üçgeninde $|RH|=6br, |HS|=3br, |SP|=5br$
 $|RT|=|TP|$ ise $|ZT|=x$ kaç birimdir?



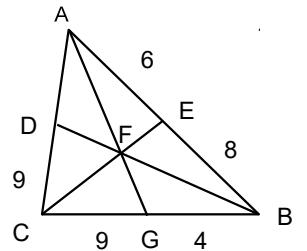
3. Ceva Teoremi

Üçgenin köşelerinden çıkıp karşı kenara çizilen doğru parçaları üçgenin içinde kesişiyorsa yandaki bağıntı geçerlidir.



Örnek...4 :

Şekildeki ABC üçgeninde A, B ve C den çıkan doğru parçaları F de kesişiyor. Üçgenin çevresi verilen uzunluklara göre kaç birimdir

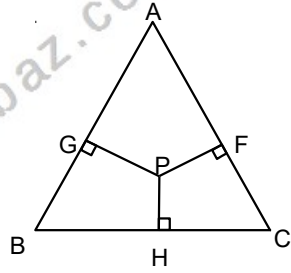


ÜÇGENLER-4

BENZERLİK

4. Carnot Teoremi

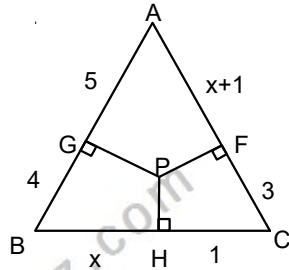
ABC bir üçgen ve P iç bölgede herhangi bir nokta olsun. Bu noktadan kenarlara indirilen dikmeler için



$|AG|^2 + |BH|^2 + |CF|^2 = |GB|^2 + |HC|^2 + |AF|^2$ bağıntısı geçerlidir.

Örnek...5 :

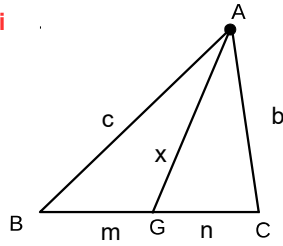
Şekilde ABC bir üçgen P iç bölgede bir nokta $[PH] \perp [BC]$, $[PF] \perp [AC]$, $[PG] \perp [AB]$ verilen uzunluklara göre x kaçtır?



5. Stewart Teoremi

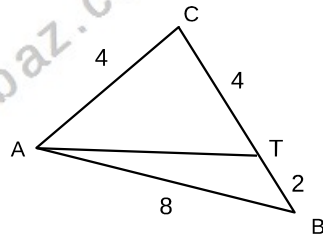
ABC üçgeninde $G \in [BC]$ için aşağıdaki bağıntı geçerlidir

$$x^2 = \frac{m \cdot b^2 + n \cdot c^2}{m+n} - m \cdot n$$



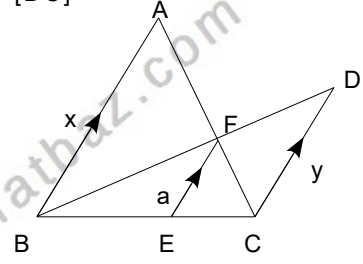
Örnek...6 :

ABC bir üçgen, $T \in [CB]$ verilen uzunluklara göre $|AT|$ kaç birimdir ?



6. $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$$



Örnek...7 :

Şekilde $[AB] \parallel [FE] \parallel [DC]$ olduğuna göre $|DC|$ kaç birimdir?

