

MUTLAK DEĞER**TANIM**

Bir x reel sayısına karşılık gelen noktanın sayı doğrusunda 0 (sıfır) a olan uzaklığına x sayısının mutlak değeri denir ve $|x|$ şeklinde yazılır. Başka bir deyişle

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \text{ dir.}$$

UYARI

Uzaklık kavramı taşıyan mutlak değer in eşiti **ASLA NEGATİF OLAMAZ.**

Örnek...1 :

$$|3| - |-9| + |-7| - |-6| = ?$$

Örnek...2 :

$$|\sqrt{5}-1| - |1-\sqrt{5}| = ?$$

UYARI

$|x|$ in **EN KÜÇÜK** değeri **SIFIR**dır.

Örnek...3 :

$|2x-3|$ ifadesinin en küçük değeri için $4x+3y=21$ ise $x.y$ çarpımı kaçtır?

Örnek...4 :

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2a-5| + |4+3b| + (2-c)^2 + \sqrt{d+1} = 0$$

ise $a.b+c-d$ ifadesi kaç eşittir?

Örnek...5 :

$x < 0 < y < z$ ise $|x-y| + |x-z| - |z-y| - |3-y| + |8-3x| = ?$

Örnek...6 :

x, y ve z pozitif gerç ek sayılar olmak üzere $\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$ olduğuna göre, $|x-y| - |x-z| - |z-y|$ ifadesinin eşiti nedir?

Örnek...7 :

$$x = 1 - \sqrt{5}, \quad y = \sqrt{5} - 2, \quad \text{ise } |x+y| - |y-x| - |x| = ?$$

Örnek...8 :

$$x \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3} \right) \text{ ise } \|1-5x| - 4x| + |3x-1| = ?$$

Örnek...9 :

$$x < |x|, \quad y^2 < y, \quad a < a^3 < a^2 \text{ ise}$$

$$|x+a| + |1-y-x| + x-y+a = ?$$

MUTLAK DEĞERİN ÖZELLİKLERİ

$$1) |x| \geq 0$$

$$2) |x| = |-x|, \quad |x-y| = |y-x|$$

Örnek...10 :

$$|x-3| = -x+3 \quad |y+1| = y+1$$

ise x in en büyük tamsayı değeri y nin en küçük tamsayı değerinden kaç fazladır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

Örnek...11 :

$|x-3|+|x-5|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Örnek...12 :

$|2x-8|+|x-3|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Örnek...13 :

$\frac{120}{|3x-20|+|x-2|}$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

3) $\sqrt{x^2}=|x|$

Örnek...14 :

$x < 0 < y$ olmak üzere,
 $\sqrt{9x^2} + \sqrt{4y^2} - \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

Örnek...15 :

$\sqrt{a^2 - 4a + 4} + |b - 7| = 0$ ise a.b çarpımı kaçtır?

Örnek...16 :

$\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 12y - y^2 - 36$ ise $x + y$ kaçtır?

4) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$

5) $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$

Örnek...17 :

$x \neq 0$ olmak üzere, $\frac{|-8x| - |2x| - |-3x|}{|-3x|}$ kesrinin değeri kaçtır?

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

6) $|x| = a \Rightarrow x = a$ veya $x = -a$

7) $|x| = |y| \Rightarrow x = y$ veya $x = -y$

Örnek...18 :

$|3x - 2| = 16$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...19 :

$7 \cdot |9 - 2x| + 14 = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...20 :

$||3x - 1| - 6| = 13$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...21 :

$|x - 1| - |-3x + 7| = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

Örnek...22 :

$|x-5|+|2x-10|=21$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...23 :

$|x^2-4|-|6-3x|=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

8) $|x|<a \Rightarrow -a<x<a$

Örnek...24 :

$|4x-2|<10$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...25 :

$|2x-3|\leq 12$
eşitsizliğinin tamsayılardaki çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...26 :

$|x-5k|<4$
eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-n,24)$ ise $k-n$ kaçtır?

Örnek...27 :

$||2x-3|-5|\leq 14$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

9) $|x|>a \Rightarrow x>a$ veya $x<-a$

Örnek...28 :

$|x-2|>10$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...29 :

$|5x-3|\geq 3$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

Örnek...30 :

$|x-4|+|2x-8|-|20-5x|\geq 32$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

$$10) b < |x| < a \Rightarrow b < x < a \text{ veya } -a < x < -b$$

Örnek...31 :

$3 < |4x-1| < 12$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...32 :

$1 < |6-x| \leq 13$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...33 :

$\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{8}$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...34 :

$\frac{|x+1|-5}{|x-2|} < 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...35 :

$9 < (2x+1)^2 \leq 36$
ise x hangi aralıktadır?

Örnek...36 :

$|2x-5| < 13$ ve $3x+2y-8=0$ olduğuna göre y sayısının hangi reel sayı aralığında olduğunu bulunuz?

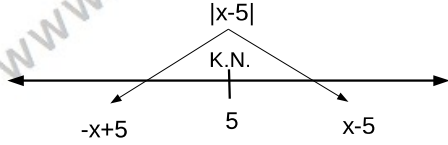
DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

KRİTİK NOKTA

11) $|x-k|$ ifadesinde mutlak değer kökü olan k sayısına kritik değer denir.

Örnekte $|x-5|$ ifadesi kritik değerine göre parçalanmıştır. İnceleyiniz.



Örnek...37 :

Aşağıda verilen mutlak değerli ifadeleri kritik noktalarına göre parçalayınız.

1. $|3x-12|$

2. $|3x-4|$

3. $|2x-1|+|x+1|$

UYARI

Standart denklem ve eşitsizlik tipine uymayan denklemler veya eşitsizliklerin çözümünde kritik noktayı sıklıkla kullanınız.

Örnek...38 :

$|x-6|+x+3=9$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...39 :

$|x+|x||=0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...40 :

$|x-5|+|x-2|=3$
denkleminin çözüm kümesini tam sayılar kümesinde bulunuz?

Örnek...41 :

$|3x-2|+2x<28$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

DEĞERLENDİRME

- 1) $|18-8:2+3|+|-9.-2-14| = ?$
- 2) $x=|1-\sqrt{5}|$, $y=|\sqrt{7}-2|$, $z=|\sqrt{7}-\sqrt{5}|$ ise $|x-y|-|z-y|+1 = ?$
- 3) $x^2 < x$ ise $|x-1|+3|x-2|+2|x-3| = ?$
- 4) x , y ve z çeşitkenar üçgenin herhangi üç kenarı olmak üzere, $|x-y-z|+|x-y-z|-2(x-y+z)$ ifadesinin eşiti nedir?
- 5) $|x-3|=3-x$, $|1+y|=y+1$ ise x in en büyük tamsayı değeri, y nin en küçük tamsayı değerinden kaç fazladır?
- 6) a sabit bir sayı olmak üzere, $|5x-3|=2x-a$ denkleminin kökler toplamı 0 ise a kaçtır?
- 7) $|3x-1| < 11$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?
- 8) $17 < |7-6x|$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?
- 9) $2 \leq |2x+7| < 17$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?
- 10) $|x-2| < |x+2|$ eşitsizliğinin çözüm kümesi hangisidir?
- 11) k sabit bir sayı olmak üzere $|x-5k| < 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-n, 24)$ ise $k-n$ kaçtır?
- 12) $\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{9}$ ise x in tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

MUTLAK DEĞER

13) $|x^2 - 2x| = |x - 2|$ ise x in değerleri toplamı kaçtır?

14) $\sqrt{m^2 - 9} + |n^3 - 8| + (p - 3)^{42} + |6 + x| = 0$ ise $m.n.p.x$ ifadesinin en küçük değerini aldığı $m+n+p+x$ kaçtır?

15)
$$\frac{1800}{|x+1| + |3x-12| + |2x-4|}$$
 ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

16) $|a+2| < 6$ ve $a-3b=7$ ise b nin alacağı kaç tamsayı değeri vardır?

17) $|x-3| + |x+1| = 10$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

18) $|x-3| + x + 2 < 7$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

19) $\sqrt{a^2 - 4a + 4} = 6b - b^2 + 9$ ise $a.b$ kaçtır?

20) $|a-45| - |a-35|$ ifadesi kaç farklı tamsayı değeri alır?

21) $|b| - b = 0, a^2 < a, a+c < 0$ ise $\sqrt{a^2 b^2 c^2} + a \cdot \sqrt{b^2 c^2} + c \cdot \sqrt{a^2 b^2} = ?$

22) $x^2 - 4x + 4 < 49$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç asal sayı vardır?