

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

1. DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, x ve y değişken olmak üzere, $ax+by+c=0$ biçimindeki denklemelere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir. $ax+by+c=0$ denkleminin çözüm kümesi sonsuz tane sıralı ikiliden oluşur. Çözüm kümesi analitik düzlemede bir doğru belirtir.

İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

sistemine iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.

Bu tür denklem sistemlerinin çözüm kümesi (eğer varsa) bulunurken iki farklı çözüm yapılabılır.

1. YOK ETME YÖNTEMİ

Bilinmeyenlerden herhangi birinin katsayıları eşitlenir, taraf tarafe çıkartılır.

Örnek...1 :

$$x-y=9$$

$$2x+y=23$$

sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

Örnek...2 :

$(a+b-13)^{32} + (a-b-9)^{44} = 0$
ise (a,b) ikilisini bulunuz.

Örnek...3 :

$$3x+y=5$$

$$\frac{2x-3}{y}=2$$

sistemini sağlayan y değeri kaçtır?

Örnek...4 :

a ve b doğal sayılar olmak üzere,
 $(3a+2).(a+b)=20$ ise $a+b$ en çok kaçtır?

Örnek...5 :

$$mx - (n+2)y = 5$$

$$x + (m+n)y = 7$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisi $(2,-3)$ ise $m.n$ değeri kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

2.YERİNE KOYMA YÖNTEMİ

Denklemlerden herhangi birinde, değişkenlerden biri yalnız bırakılır ve bulunan bu değer, diğer denklemde yerine yazılır

Örnek...6 :

$$\begin{aligned}x + y &= 11 \\2x + 5y &= 34\end{aligned}$$

sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

Örnek...7 :

$$\begin{aligned}x-y &= 5 \\|2x+y| &= 13\end{aligned}$$

sistemini sağlayan y değerleri çarpımı kaçtır?

Örnek...8 :

$$\begin{aligned}\frac{1}{y} + \frac{1}{x} &= 2 \\\frac{3}{y} + \frac{2}{x} &= 5\end{aligned}$$

ise x kaçtır?

Örnek...9 :

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{ab} &= 3 \\\frac{3a-2b}{ab} &= 4\end{aligned}$$

ise a kaçtır?

HATIRLATMA

$ax + by + c = 0$ denkleminin çözüm kümesi sonsuz tane sıralı ikilidinden oluşur. Çözüm kümesi analitik düzlemede bir doğru belirtir. Bu doğru çizilirken iki nokta bulmak yeterlidir. Bulunan noktaların birleştirilmesiyle doğru çizilmiş olur.

Örnek...10 :

Denklemleri verilen doğruların grafiklerini çiziniz.

a) $3x - 4y - 12 = 0$

b) $x + 5y = 3$

c) $y = 3x$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

Örnek...11 :

Doğruları verilen koşulla beraber çiziniz.

a) $x+y=8$ ve $x>2$

b) $3x-5y=6$ $y<-2$

c) $x \geq 5$ $y-x+3=0$

GENELLEME

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \end{aligned}$$

iki bilinmeyenli denklem sisteminde her bir ifade bir doğru belirttiğinden, doğruların durumuna göre çözüm incelenebilir:

- 1) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise doğrular kesişir dolayısıyla tek çözüm vardır.
- 2) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular çakışır dolayısıyla sonsuz çözüm vardır.
- 3) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular paraleldir dolayısıyla çözüm yoktur.

Örnek...12 :

$(3m-2)x+4y=12$
 $5x+(n-5)y=16$
denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise $m+n$ toplamı kaçtır?

Örnek...13 :

$x-my = 12$
 $3x+5y = 21$
sisteminin çözümü boş küme ise m değeri ne olabilir?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

Örnek...14 :

$$(a+7)x - ay = 12$$

$$2x + 3y = 25$$

denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlı ise a seçimi nasıl olmalıdır?

UYARI

$ax + by = 0$ denklemi her x ve y değeri için sağlanıyorsa, $a=0$ ve $b = 0$ olmalıdır.

Örnek...15 :

$(2x-y+5)a + (x+y)b = 0$ eşitliği her a, b için doğru ise y kaçtır?

Örnek...16 :

$(m-3)x + (n+1)y = 0$ denklemi her x ve y reel sayısı için sağlanıyorsa (m,n) ikilisi ne olmalıdır?

Örnek...17 :

m ve n tam sayılar olmak üzere

$$\frac{1}{n-m} + \frac{1}{n+m-10} = 1$$

eşitliğini sağlayan m ve n değerlerini bulunuz.

Örnek...18 :

$$a+b=2$$

$$a+c=7$$

$$b+c=9$$
 ise a.b.c kaçtır?

Örnek...19 :

$$a+2b=3$$

$$a+4c=4$$

$$b-c=5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

Örnek...20 :

a, b, c negatif reel sayılar ve

$$a \cdot b = 12$$

$$a \cdot c = 3$$

$$b \cdot c = 4$$

olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

Örnek...22 :

$x - 5y + 8 \geq 0$ eşitsizliğini düzlemede çiziniz.

EŞİTSİZLİK GRAFİKLERİ

$ax + by + c < 0$ ifadesi koordinat düzleminde gösterilirken:

ADIM 1 $ax + by + c = 0$ alınarak grafiğe ait noktalar bulunur

ADIM 2 $<, >$ için kesikli, \leq , \geq için sürekli şekilde grafik çizilir

ADIM 3 Grafiğe ait olmayan bir nokta denenerek bölge bulunur

ADIM 4 Bulunan bölge taranır.

Örnek...21 :

$3x - 2y - 12 < 0$ eşitsizliğini düzlemede çiziniz

Örnek...23 :

$x + 3y > 0$ eşitsizliğini düzlemede çiziniz

Örnek...24 :

$x - 2y + 4 \geq 0$, $x - 2y - 4 < 0$ eşitsizlik sistemini düzlemede çiziniz

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

Örnek...25 :

$5x - 4y + 20 \geq 0$, $2x + 3y + 8 < 0$ eşitsizlik sistemini düzlemede çiziniz

Örnek...28 :

$\frac{|x|}{4} = 3$, $|y - \frac{2}{3}| = 5$ eşitsizlik sisteminin düzlemede sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

Örnek...26 :

$x - 4y + 8 > 0$, $3x + 2y - 4 < 0$ ve $y > 0$ eşitsizlik sisteminin düzlemede sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

Örnek...29 :

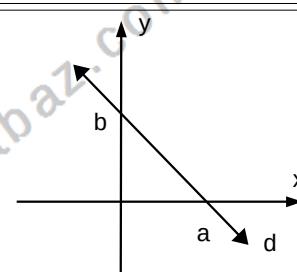
$|x - 3| < \frac{y}{4}$, eşitsizlik sisteminin düzlemede sınırladığı bölgeyi çizerek gösteriniz.

Örnek...27 :

$\frac{x}{5} + \frac{y}{4} < 1$, $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} < 1$ ve $x > 0$ eşitsizlik sisteminin düzlemede sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

HATIRLATMA

Şekilde x eksenini A(a,0) ve y eksenini B(0,b) noktasında kesen doğrunun denklemi $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ olarak yazılıbilir.



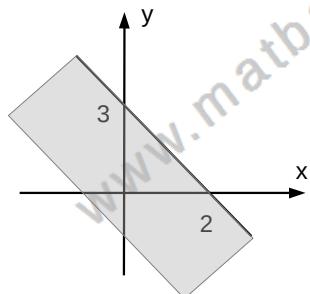
DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

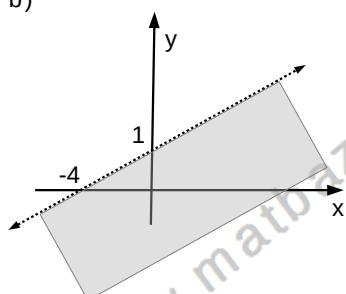
Örnek...30 :

Takip eden örneklerde taralı bölgeyi eşitsizlik sistemleriyle ifade ediniz.

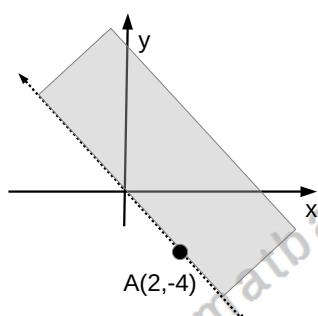
a)



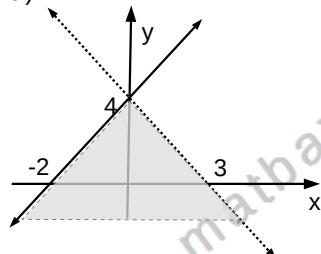
b)



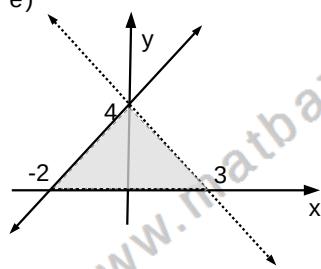
c)



d)



e)



DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 6

DENKLEM SİSTEMLERİ VE EŞİTSİZLİKLER

DEĞERLENDİRME - 1

- 1) $2x - y = 8$
 $x + y = 13$
olduğuna göre, $x - y$ kaçtır?
- 2) $x + 2y = 4$
 $3x + y = 17$
denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisi nedir?
- 3) $2x + 3y - 28 = 0$
 $3x + 2y - 27 = 0$
olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?
- 4) $2x - my = 6,$
 $nx + 3y = 3$
denklem sisteminin çözümü $(1,2)$ ikilisi ise (m,n) ikilisi nedir?
- 5) $ax + y + 2 = 0$
 $2x + 3y + b = 0$
denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
- 6) $(3m-2)x+4y=12$
 $5x + (n-5)y = 16$
denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
- 7) $2x-ay = 12$
 $(a + 7)x + 3y = 32$
denklem sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a kaç olabilir?
- 8) $(3a + 1).x + 3y-8 = 0$
 $5x + y + 12 = 0$
denklem sisteminin çözüm kümelerinin boş küme olabilmesi için, a kaç olmalıdır?
- 9) $(m-3)x+(1+n)y=0$ denklemin her (x,y) için sağlanıyorsa (m,n) ikilisi nedir?
- 10) $xy-3y=2$ ise x in hangi değeri için y bulunamaz?