

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 4

### BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

#### REEL SAYILARDA EŞİTSİZLİK ÖZELLİKLERİ

1)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$a < b$  ise  $a+c < b+c$ ,  $a-c < b-c$

2)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ve  $c > 0$  olmak üzere,

$a < b$  ise  $a.c < b.c$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

3)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ve  $c < 0$  olmak üzere,

$a < b$  ise  $a.c > b.c$ ,  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

4)  $a$  ve  $b$  aynı işaretli olmak üzere,

$a < b$  ise  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

5)  $0 < a < b$  ise  $m \in \mathbb{Z}^+$  koşuluyla  $a^m < b^m$

6)  $0 < a < b$  ise  $m \in \mathbb{Z}^-$  koşuluyla  $a^m > b^m$

7)  $a < b$  ve  $c < d$  ise  $a+c < b+d$   
(eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir)  
AMA ÇIKARILAMAZ

8)  $0 < a < 1$  koşuluyla  $n > m$  ise  $a^n < a^m$

#### Örnek...1 :

$0 < x < 1$  ve  $y > 0$  koşuluyla kaç tanesi kesin doğrudur?

- i)  $x.y > 0$     ii)  $x.y > 1$     iii)  $x.y < 0$     iv)  $0 < x.y < y$

#### Örnek...2 :

$\frac{a}{b} < 0$  ise hangileri kesinlikle yanlıştır?

- i)  $a.b > 0$     ii)  $a.b < 0$     iii)  $a+b > 0$   
iv)  $a-b < 0$     v)  $0 < a < b$     vi)  $a^2 - b^2 > 0$

#### Örnek...3 :

$x^2 < x$  ise hangileri kesinlikle yanlıştır?

- i)  $x > 0$     ii)  $x < 0$     iii)  $x+x^3 > 0$

#### Örnek...4 :

$\frac{a}{b} > 0$      $a.b.c > 0$      $c^2.b < 0$

ise  $a$ ,  $b$  ve  $c$  nin işaretlerini bulunuz?

#### Örnek...5 :

$x > y$  ve  $x.z < y.z$  ise hangileri kesin doğrudur?

- i)  $x > 0 > y$     ii)  $z < 0$     iii)  $\frac{x}{z} < \frac{y}{z}$     iv)  $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$   
v)  $x^2 > y^2$     vi)  $x^2.z < y^2.z$     vii)  $x+z < y+z$

#### Örnek...6 :

$x > y$  ve  $x.z < y.z$  ise hangileri kesin doğrudur?

- i)  $x > 0 > y$     ii)  $z < 0$     iii)  $\frac{x}{z} < \frac{y}{z}$   
iv)  $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$     v)  $x^2.z < y^2.z$

#### Örnek...7 :

$\frac{1}{10} < \frac{1}{a} < \frac{2}{3}$  eşitsizliği sağlanıysa  $a$  nın kaç farklı tamsayı değeri vardır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 4

### BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

#### 1. DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

$ax+b>0$ ,  $ax+b<0$ ,  $ax+b\leq 0$  veya  $ax+b\geq 0$  eşitsizlikleri çözülürken aynı denklemlerde olduğu gibi  $x$  i yalnız bırakırız. Burada dikkat edilmesi gereken, eşitsizlik kurallarına uyulmasıdır.  
(Yön değiştirmeler, kuvvet alınması veya taraf tarafa işlemler gibi)

##### Örnek...8 :

$$3x-2>6(2-3x)$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini sayı doğrusunda gösteriniz?

##### Örnek...9 :

$$\frac{2x-3}{5} < 3 - \frac{2x}{4}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

##### Örnek...10 :

$$8 < 2x+4 < 24$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

##### Örnek...11 :

$$3x-2 < 5x-7 < 3x+3$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini sayı doğrusunda gösteriniz?

##### Örnek...12 :

$$3x-2 < 13 \leq 4x+21$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

##### Örnek...13 :

$2x+2$  TL ye alınan bir mal  $y$  TL ye satılıyor.  
 $y=5x-160$  ise bu satıştan zarar edilmemesi için satış fiyatı en az kaç olmalıdır?

##### Örnek...14 :

$$4 - \frac{x}{2} < 3 - \frac{x-a}{4}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi  $(-3a, \infty)$  ise  $a$  kaçtır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 4

### BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

#### Örnek...15 :

$\frac{2x-y}{x+y} = 5$  ve  $4 < 2x+3y < 16$  ise  $4x+3y$  nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

#### HATIRLATMA

$a < b$  ve  $c < d$  ise  $a+c < b+d$   
(eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir AMA ÇIKARILAMAZ)

#### Örnek...16 :

$-5 < x \leq -2$  ve  $x.y = 26$  ise  $x$  artarak  $-2$  olurken  $y$  nasıl değişir?

#### Örnek...19 :

$-2 < x < 3$  ve  $-4 \leq y < -1$  veriliyor.  
Aşağıdaki ifadelerin **en büyük** ve **en küçük** tamsayı değerlerini bulunuz?

a)  $x+y$

b)  $4x+3y$

c)  $5x-3y$

d)  $x^2$

e)  $y^2$

f)  $x^3$

g)  $x.y$

h)  $x^2 + 4x$

i)  $y^2 - 2y$

#### Örnek...17 :

$a, b$  birer tamsayı olmak üzere  $-6 < a < 7$  ve  $-8 < b < 3$  ise  $2a-3b$  sayısının en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır?

#### Örnek...18 :

$m, n$  birer doğal sayı olmak üzere,  
 $-14 < m < 5$  ve  $-9 < n < 21$  ise  $2m-n$  sayısının en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 4

### BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

**Örnek...20 :**

$-3 < x < 6$  ve  $-7 < y < 4$  ise  $x.y$  değerinin en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerleri arasındaki fark kaçtır?

**Örnek...21 :**

$-3 < x < 4$  ve  $-2 < y < 5$  ise  $x^3 - 3.y^2$  değerinin en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerleri arasındaki fark kaçtır?

**Örnek...22 :**

$a^2 < a$  ise  $a$  sayısı hangi aralıktadır?

**Örnek...23 :**

$a < a^3 < a^2$  ise  $a$  sayısı hangi aralıktadır?

**Örnek...24 :**

$19^{x-2} < 400$  eşitsizliğinin çözüm kümesini tamsayılar kümesinde bulunuz

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 4

### BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

#### DEĞERLENDİRME – 1

- 1)  $-4 < m < 2$  ise  $m^2$  ifadesinin en geniş aralığı nedir?
- 2)  $-7 \leq x < 5$  ve  $-2 \leq y < 1$  ise  $5x - 3y$  tamsayısının en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır?
- 3) a ve b birer tamsayıdır.  
 $-6 < a < 7$  ve  $-8 < b < 3$  ise  $(2a - 3b)$  tamsayısının en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır?
- 4)  $2(2x - 3) - 3(1 - x) > 19$  ile beraber  $3x - 5 < 13$  eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayı değeri vardır?

5)  $a^2 < 25$  ve  $a - 3b = 2$  ise b nin kaç farklı tamsayı değeri vardır?

6)  $\frac{2x}{4 - \sqrt{17}} < 4 + \sqrt{17}$   
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

- 7) I. Bir eşitsizlikte her iki tarafa aynı sayı eklenirse eşitsizlik bozulmaz.
- II. Bir eşitsizlikte her iki taraf aynı sayıya bölündürse eşitsizlik yönü bozulmaz.
- III. Aynı yönlü eşitsizlikler toplanamaz.
- IV. Aynı yönlü eşitsizlikler çıkarılamaz.
- V. Bir sayının pozitif sırayla artan kuvvetleri alınırsa sayı giderek büyür.
- İfadelerinden kaç tanesi kesinlikle doğrudur?