

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

BÖLME İŞLEMİ VE ÖZELLİKLERİ

A, B, C, K doğal sayılar ve $B \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} \text{BÖLÜNEN } \leftarrow \text{A} \quad | \quad \text{B} \rightarrow \text{BÖLEN} \\ - \quad \quad \quad | \quad \text{C} \rightarrow \text{BÖLÜM} \\ \hline \text{KALAN } \leftarrow \text{K} \end{array}$$

Bu bölme işleminde;

- 1) $A = B \cdot C + K$ 2) $0 \leq K < |B|$
- 3) $K=0$ ise A sayısı B'ye tam bölünür denir ve $B | A$ şeklinde yazılır, "B böler A" diye okunur.
- 4) $K < C$ ise B ile C yer değiştirilebilir.

Örnek...1 :

Yandaki bölme işleminde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{r} b \ a \ b \ a \ 5 \quad | \quad b \ a \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

Örnek...2 :

A, x, y birer doğal sayı olmak üzere, yandaki bölme işleminde y nin alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad 13 \\ - \quad \quad | \quad x \\ \hline y \end{array}$$

Örnek...3 :

Yandaki bölme işlemlerinde a, b, c sıfırdan farklı

$$\begin{array}{r} a \quad | \quad b \\ - \quad \quad | \quad 4 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} b \quad | \quad c \\ - \quad \quad | \quad 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

pozitif tam sayılar olmak üzere, a'nın c türünden eşiti nedir?

Örnek...4 :

x sayısının y ile bölümündeki bölüm 2 ve kalan 5 tir. y sayısının z ile bölümündeki bölüm 3 ve kalan 7 dir. x sayısının 6 ile bölümündeki kalan kaçtır?

Örnek...5 :

A, B, C birbirinden farklı doğal sayıları için, yandaki bölme işleminde B ile C nin yer değiştirmesi, sonucu değiştirmedikçe göre, A en az kaç olabilir?

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad B \\ - \quad \quad | \quad C \\ \hline 12 \end{array}$$

Örnek...6 :

Yandaki bölme işleminde A ve n birer doğal sayıdır. A nın alabileceği en küçük ve en büyük değerleri bulunuz.

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad 9 \\ - \quad \quad | \quad 2.n+3 \\ \hline n-1 \end{array}$$

ASAL SAYI

Sadece 1 ve kendisine bölünen sayılara asal sayı denir. En küçük asal sayı tek çift asal sayı olan 2 dir.

Örnek...7 :

a ve b doğal sayılar olmak üzere $a^2 - b^2 = 13$ ise $a^2 + b^2$ kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

ARALARINDA ASAL SAYI

Ortak pozitif tam sayı böleni sadece 1 olan sayılara aralarında asal sayılar denir.
Örneğin 26 ve 15 aralarında asaldır.

Örnek...8 :

5, 12 ve 13 sayıları aralarında asal mıdır?

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2'YE 5'E VE 10'A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam çiftse, bu sayı 2 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 2 ye bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağı 0 veya 5 ise, bu sayı 5 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 5 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise, bu sayı 10 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 10 a bölümünden kalanı verir.

Örnek...9 :

Dört basamaklı $a74a$ sayısı 2 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alabilir?

Örnek...10 :

$732a$ rakamları farklı, dört basamaklı, 2 ile bölündüğünde 1 kalanı veren doğal sayıdır. a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...11 :

$abcd$ sayısı 30000 den büyük ve ikiye bölündüğünde 1 kalanını veren beş basamaklı bir sayıdır. a ' nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Örnek...12 :

Dört basamaklı $357m$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulunuz.

3'E VE 9'A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ün (9 un) katı ise, bu sayı 3 ile (9 ile) kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 3 e veya 9 a bölümünden kalanı verir.

Örnek...13 :

$52A3$ dört basamaklı sayısının 3 ile kalansız bölünebilmesi için, A yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulalım.

Örnek...14 :

$A = 2ab54317$ sayısının rakamları farklı ve 9 ile bölünebilen bir sayı olduğu bilindiğine göre $a.b$ çarpımı kaç olabilir?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

Örnek...15 :

33 basamaklı 858585...858 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...16 :

Dört basamaklı $a37b$ sayısının 10 ile bölümünden kalan 7 dir. Bu sayı 9 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaçtır?

4 İLE VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının birler ve onlar basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 00 ya da 4 ün katı ise, 4 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 4 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler , onlar yüzler basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 000 ya da 8 in katı ise, 8 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 8 e bölümünden kalanı verir.

Örnek...17 :

54675 beş basamaklı doğal sayının 4 ve 8 ile bölümünden kalanlar çarpımı kaçtır?

Örnek...18 :

Dört basamaklı $735m$ sayısı, 4 ile bölündüğünde kalan 3 olduğuna göre, m rakamı kaç farklı değer alır?

11 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI :

Bir doğal sayının basamakları 1' ler basamağından başlanarak sola doğru " +, -, +, -, +, ..." biçiminde işaretlenir. Bu işaretlerle rakam değerleri çarpılarak toplanır. Elde edilen sonuç 0 veya 11 in katı ise bu sayı 11 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 11 e bölümünden kalanı verir.

Örnek...19 :

Altı basamaklı 245 795 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...20 :

Altı basamaklı $3275a7$ sayısı 11 ile kalansız bölündüğüne göre, a kaçtır ?

Örnek...21 :

Rakamları farklı, üç basamaklı pozitif tam sayıların en büyüğü ve en küçüğünün çarpımlarının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...22 :

$87xy$ sayısı 2 ve 11 ile tam bölünebildiğine göre, x ' in alacağı değerler toplamı kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

7 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI :

$$\begin{array}{r} + \quad - \quad + \\ ab \quad cde \quad fgh \\ 31 \quad 231 \quad 231 \end{array}$$

şeklindeki bir sayı birler basamağından başlanarak üçlü gruplara (yani bölüklere) ayrılarak sırasıyla " ... , -, +, -, + " şeklinde işaretlenir. İşaretili grupların rakamları soldan sağa 2,3 ve 1 sayılarıyla sırasıyla çarpılır ve sonuç bulunur. Bu sonuç 7 nin katı ise sayı 7 ye tam bölünür. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 7 ye bölümünden kalanı verir.

Örnek...23 :

322 667 sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...24 :

1234567 sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

6, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 45 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

BÖLÜNEBİLME KURALI :

m ile n **aralarında asal** iki sayı olsun, m ve n ile kalansız bölünebilen sayılar m.n çarpımı ile de kalansız bölünür. Dolayısı ile m.n' ye tam bölünebilen bir sayıda hem m' ye hem de n' ye tam bölünebilir.

Bir sayı 6 ile bölünebiliyorsa hem 2 hem de 3' e tam bölünebilir.

Bir sayı 24 ile bölünebiliyorsa hem 3 hem de 8' e tam bölünebilir. (Ama hem 6 hem 4 ile bölünemez.)

Örnek...25 :

Bir sayının aşağıdaki sayılara bölünebilmesi için hangi sayılara tam olarak bölünmesi gerekir?

12 =	15 =	18 =
20 =	30 =	36 =
45 =	55 =	63 =

Örnek...26 :

Dört basamaklı 634a sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için, a yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

Örnek...27 :

Dört basamaklı 4a7b sayısı 45 ile kalansız bölündüğüne göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Örnek...28 :

Beş basamaklı 847AB sayısı 15 ile bölümünden kalan 6 ise A+B kaç olabilir?

Örnek...29 :

Altı basamaklı 317a2b sayısı 12 ile bölümünden 7 kalıyor ise a+b toplamı en çok kaç olabilir?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

1 den büyük bir doğal sayının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmasına sayının asal çarpanlara ayrılması denir.

x, y farklı asallar olmak üzere,

$$A = x^m \cdot y^n$$

yazımı A'nın asal çarpanlarına ayrılmış biçimidir.

Örnek...30 :

360 sayısını asal çarpanlarına ayırınız?

Örnek...31 :

A, x ve y tam sayılar olmak üzere,

$$80! = 2^x \cdot 5^y \cdot A$$

ise x ve y en çok kaçtır?

Örnek...32 :

9! sayısını asal çarpanlarına ayırınız?

Örnek...33 :

45! sayısının sondan kaç basamağı 0 dır?

Örnek...34 :

$360 \cdot x = y^2$ eşitliğini sağlayan en küçük x ve y pozitif tam sayılarını bulunuz?

EBOB

İkisi birden sıfır olmayan a ve b tam sayılarının ikisini birden bölen en büyük pozitif tam sayıya bu sayıların **en büyük ortak böleni** (EBOB) denir ve $EBOB(a,b)=x$ biçiminde gösterilir.

EBOB bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en küçük üslülerin çarpımı bu sayıların EBOB unu verir.

Örnek...35 :

$EBOB(240,672)=?$

EBOB ÖZELLİKLERİ

- 1) $EBOB(a,b)=EBOB(b,a)=EBOB(-a,b)$
- 2) $EBOB(a,b+c \cdot a)=EBOB(a,b)$
- 3) $EBOB(a,b) \leq \min\{|a|,|b|\}$
- 4) $EBOB(a,b)=1$ ise a ile b aralarında asal sayıdır.

EKOK

Sıfırdan farklı a ve b tam sayılarının katlarından en küçük olup ortak olanına bu sayıların **En Küçük Ortak Katı** (EKOK) denir.

EKOK bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en büyük üslüleri ve ortak olmayan çarpanların çarpımı bu sayıların EKOK ini verir.

Örnek...36 :

$EKOK(36,120)=?$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

EKOK ÖZELLİKLERİ

- 1) $EKOK(a,b)=EKOK(b,a)$
- 2) $EKOK(a,b) \geq \max\{|a|,|b|\}$
- 3) $EBOB(a,b) \cdot EKOK(a,b)=a \cdot b$

Örnek...37 :

x,y,z birbirlerinden farklı asal sayılardır.

$$A=x^2 \cdot y \cdot z^3$$

$$B=x \cdot y^3 \cdot z^2 \quad \text{olduğuna göre,}$$

$$C=x^4 \cdot z$$

$\frac{EKOK(A,B,C)}{OBEB(A,B,C)}$ ifadesinin eşitini bulunuz

Örnek...38 :

96,112,120 sayılarını tam olarak bölen en büyük doğal sayı kaçtır?

Örnek...39 :

A, a,b,c birer doğal sayıdır.

$A=24 \cdot a+2=15 \cdot b+2=18 \cdot c+2$ olduğuna göre ,
1000 den küçük en çok tane A değeri vardır?

Örnek...40 :

Meriç elindeki cevizleri 3 erli 5erli ve 8 erli saydığıında her seferinde 2 cevizi artıyor. 500 den fazla cevizi olan Meriç'in elinde en az kaç ceviz vardır?

Örnek...41 :

1000 den en küçük hangi doğal sayıyı çıkarırsak elde edilen sayı 12 ve 15 e tam olarak bölünür?

Örnek...42 :

Boyu 120 metre eni 72 metre olan dikdörtgen biçimli bir arsanın etrafına eşit aralıklarla ve köşelerine birer tane gelecek şekilde ağaç dikilecektir.

Bu iş için en az kaç ağaç gerekir?

Örnek...43 :

Boyutları 8 cm,15 cm ve 20 cm olan tuğlalar kullanarak hacmi en küçük ve içi dolu bir küp yapılmak isteniyor. En az kaç tuğla kullanılır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

Örnek...44 :

EKOK(A,B)=120 ve EBOB(A,B)=6 ise A+B kaç olabilir?

Örnek...45 :

En büyük ortak böleni 24 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en az kaçtır?

Örnek...46 :

En küçük ortak katları 80 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en çok kaçtır?

Örnek...47 :

9 günde bir nöbet tutan bir kişi ilk nöbetini salı günü tutmuştur. 8. nöbetini hangi gün tutar?

Örnek...48 :

Cumartesi gününden 500 gün sonra hangi gün olur?

Örnek...49 :

5 Ocak 2016 nın Salı günü olduğu bir yılda, 27 Temmuz hangi güne rastlar?

Örnek...50 :

6 gün çalışıp 2 gün tatil yapan bir işçi, işe Salı günü başladığına göre, 11. tatil günü hangi gündür?

Örnek...51 :

6 ve 15 günde bir aynı limandan sefere çıkan iki gemi Pazar günü beraber sefere çıkmışlardır. Bundan sonra ikinci defa beraber sefere hangi gün çıkarlar?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

Örnek...52 :

6 gün çalışıp 2 gün tatil yapan bir işçi, işe Salı günü başladığına göre, 21. tatil günü hangi gündür?

Örnek...53 :

Beş günde bir nöbet tutan asker, ilk nöbetini salı günü tuttuğuna göre, 25. nöbetini hangi gün tutar?

Örnek...54 :

Herhangi bir yılın Temmuz ayında 5 tane Pazartesi günü vardır. Bunlardan üçünün tarihi tek sayı olduğuna göre, 9 Temmuz hangi gün olabilir?

DEĞERLENDİRME :

- 1) Yanda verilen bölmelerde x, y, z pozitif tam sayı olduğuna göre, $\frac{x+y+z-20}{5z}$ oranının değeri kaçtır?
- $$\begin{array}{r} x \quad y \\ - \quad | \quad 5 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \quad z \\ - \quad | \quad 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

- 2) Yandaki bölme işleminde A sayısı en çok kaçtır?
- $$\begin{array}{r} A \quad 15 \\ - \quad | \quad 2.n+2 \\ \hline n^2+n \end{array}$$

- 3) X sayısının 6 ile bölümünden kalan 5 ve bölüm Y dir. Y nin 5 ile bölümünden kalan 2 ise X in 15 ile bölümünden kalan kaçtır?

- 4) İkiye tam bölünebilen iki basamaklı doğal sayıların kaç tanesi beşe kalansız bölünebilir?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

5) Beş basamaklı $57m32$ sayısının 9 ile bölümünden kalanın 7 olması için, m kaç olmalıdır?

6) 98765 sayısının karesinin 11'e bölümünden kalan kaçtır?

7) $23x7y$ beş basamaklı sayısı 5 ve 11 ile tam bölünebildiğine göre, x in değerleri çarpımı kaçtır?

8) Dört basamaklı $45a2$ sayısının 4 ile kalansız bölünebilmesi için, a yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulunuz?

9) Dört basamaklı $58x2$ sayısı 8 ile kalansız bölünebildiğine göre, x in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

10) $356x8y$ altı basamaklı sayısı 36 ile tam bölünebildiğine göre, x lerin toplamı kaçtır?

11) Dört basamaklı $47a5$ sayısı 25 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alır?

12) $24x78y$ altı basamaklı çift sayının 45 ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, x kaçtır?

13) $478x5y$ altı basamaklı sayının 30 ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, x lerin çarpımı kaçtır?

14) $48!+49!-1$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 2

BÖLME – BÖLÜNEBİLME

15) $EKOK(A,B)=120$ ve $EBOB(A,B)=8$ ise $A+B$ kaç olabilir?

16) En büyük ortak böleni 24 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en az kaçtır?

17) En küçük ortak katları 90 olan birbirinden farklı 4 pozitif sayının toplamı en çok, en az kaçtır?

18) İNTEGRALİNTEGRALİNTEGRAL şeklindeki bir yazılışta 976461. harf nedir?

19) 1 Aralık'ın Pazar günü olduğu artık bir yılda, yeni yılın ilk günü hangi güne rastlar?

20) Perşembe günü saat 13:00' ı gösteren bir saat, 2010 saat sonra hangi gün ve saati gösterir?