

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 1

### SAYI KÜMELERİ

#### RAKAM

Sayıları ifade etmek için kullandığımız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 sembollerine **rakam** denir .

#### Örnek...1 :

a, b ve c birbirlerinden farklı birer rakamdır.  
 $a.b+9.b-c$

en çok kaçtır?

#### Örnek...2 :

“Herhangi bir doğal sayının rakamlarının tersten yazılışı ile oluşan yeni sayı ilk sayıya eşit ise bu şekildeki sayılara palindrom sayı denir.”

Buna göre, aşağıdaki sayılardan kaç tanesi palindromdur?

123 404 6006 258825 111

#### Örnek...3 :

45 basamaklı 99.....9 sayısı, 234 ile çarpıldığında, elde edilen sayının rakamları toplamı kaçtır?

#### Örnek...4 :

n doğal sayı olmak üzere  $2^{(2^n)}+1$  biçimindeki sayılara Fermat asal sayıları denir. En çok iki basamaklı Fermat asallarının toplamı kaçtır?

#### UYARI

Rakamların çokluk belirtmek için bir arada (veya tek başlarına) kullanılmalarıyla sayılar elde edilir.  
**Bazı sayılar aynı zamanda rakamdır.**

## SAYI KÜMELERİ

#### DOĞAL SAYILAR

$N=\{0,1,2,3,\dots,n,\dots\}$   
kümese doğal sayılar kümesi denir.

#### Örnek...5 :

a ve b farklı doğal sayılar olmak üzere,  
 $a+b=12$  ise a.b nin en büyük ve en küçük değerleri çarpımı kaçtır?

#### Örnek...6 :

a, b, c doğal sayılar olmak üzere,  
 $a.b=24$  ve  $a.c=36$   
ise  $a+b+c$  nin toplamı kaç farklı değer alır?

#### Örnek...7 :

1 den 99 a kadar olan tamsayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak  
 $a = 123\dots91011\dots9899$   
şeklinde 189 basamaklı bir a sayısı oluşturuluyor.  
Buna göre, a nın sağdan 126. rakamı kaçtır?

#### UYARI

Doğal sayıların iki alt kümesi asal sayılar  $A=\{2,3,5,7,11,\dots\}$  ve sayma sayıları  $S=\{1,2,3,\dots\}$  kümesi sıklıkla karşımıza çıkar.

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 1

### SAYI KÜMELERİ

#### Örnek...8 :

a ve b doğal sayıları için  $5a+b=17$  olduğuna göre,

- a ve b asal sayıdır.
- a çiftse b de çifttir.
- a ve b nin her ikisinde pozitiftir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri daima doğrudur?

#### TAM SAYILAR

$Z=\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, z, \dots\}$   
kümese tam sayılar kümesi denir.

#### UYARI

$Z$  kümesinin  
 $Z_C=\{x:x=2k, k \in Z\}=\{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$  ve  
 $Z_T=\{x:x=2k+1, k \in Z\}=\{\dots, -1, 1, 3, \dots\}$   
alt kümeleri sıklıkla karşımıza çıkar.

#### Örnek...9 :

x tek bir tamsayı ise kaç tanesi daima çifttir?

- $x+1$
- $x-1$
- $8x+6$
- $x^2+1$
- $x^2+x^3$

#### Örnek...10 :

$$12-6:3+2.5-7.3+1=?$$

#### Örnek...11 :

$$a-\{[a-3(b-2a)-(a-3b)]+a-2(2b-a)\}=?$$

#### Örnek...12 :

a, b, c tam sayılar olmak üzere,  
 $a.b=60$  ,  $a.c=48$  ise  $a+b+c$  nin toplamı en az kaç olur?

#### Örnek...13 :

A ve B farklı rakamlar ve AB ve BA iki basamaklı sayılar olmak üzere,  
 $AB+BA+BB+AA$  toplamı en az ve en çok kaçtır?

#### Örnek...14 :

Herbiri en az iki basamaklı 8 sayının her birinin birler basamağındaki rakam sayısal değer olarak 3 azaltılır, onlar basamağındaki rakam sayısal değer olarak 2 arttırılırsa sonuç nasıl değişir?

#### Örnek...15 :

Ardışık 5 tam sayının toplamı  $-245$  ise en büyük sayı kaçtır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 1

### SAYI KÜMELERİ

#### DEĞERLENDİRME – 1

- 1) Sayı doğrusunda işaretlenmiş a, b, c, d sayılarının toplamı 67 dir. Bu sayılardan en küçüğü a olmak üzere, a'nın diğer sayılarına uzaklıkları toplamı 31 ise a kaçtır?
- 2) n bir doğal sayı olmak üzere, 1 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı x, 7 dan n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y ile gösteriliyor.  $x + y = 251$  olduğuna göre, x in değeri kaçtır?
- 3) Bir öğrenciden verilen bir x sayısını 45 ile çarpması istenmiş ve öğrenci cevabı 15 930 bulmuştur. Fakat işlemi kontrol ederken verilen x sayısının 2 olan onlar basamağını 5 görmüş olduğunun farkına varan bu öğrencinin bulması gereken doğru sonucu kaçtır?
- 4) a ve b doğal sayılar olmak üzere,  $a.b=60$  ise a+b nin en büyük ve en küçük değerleri toplamı kaçtır?
- 5) Üç basamaklı 9ab sayısı iki basamaklı ab sayısının 61 katıdır. Buna göre, a +b toplamı kaçtır?

- 6) abc üç basamaklı sayısı rakamları toplamının x katı, bca 3 basamaklı sayısı rakamları toplamının y katı ise cab 3 basamaklı sayısı rakamları toplamının kaç katıdır?
- 7) a, b, c tam sayılar olmak üzere,  
 $a.b < 0$  ,  $a.c > 0$  ,  $b^2.c > 0$   
ise a, b, c nin işaretleri sırasıyla nedir?
- 8)  $1-2+3-4+\dots-2014=?$
- 9) a, b, c negatif tam sayılar olmak üzere,  
 $5a=6b$  ,  $3a=7c$  ise a+b+c nin toplamı en çok kaç olur?
- 10) İki basamaklı ve birbirinden farklı üç tek sayının toplamı kaç farklı değer alır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 1

### SAYI KÜMELERİ

#### RASYONEL SAYI

a ve b tamsayılar ve  $b \neq 0$  koşuluyla  $q = \frac{a}{b}$  sayısına rasyonel sayı denir. Rasyonel sayılar kümesi  $\mathbb{Q}$  ile gösterilir ve  $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$  biçiminde yazılır.

#### KESİR ÇEŞİTLERİ

İşaretlerine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya eşit olan kesirlere **bileşik kesir** denir. Pay mutlak değer olarak paydadan küçükse kesir **basit kesir**dir.

#### Örnek...1 :

$\frac{a}{7}$  kesri basit kesir ise a'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

#### Örnek...2 :

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x-2}}$$

kesrini tanımsız yapan x değerleri toplamı kaçtır?

#### HATIRLATMA

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ise  $a \cdot d = b \cdot c$  dir. Burada  $\frac{a}{b}$  ve  $\frac{c}{d}$  kesrine **denk kesirler** de denir

#### Örnek...3 :

$$\frac{x-2}{5} = \frac{x+1}{3} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

#### RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

$$1) \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{b \cdot d}$$

$$2) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$3) \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

#### Örnek...4 :

$$\frac{1}{2} - (1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}) = ?$$

#### Örnek...5 :

$$(1 - \frac{1}{5}) \cdot (1 - \frac{1}{6}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{400}) = ?$$

#### Örnek...6 :

$A = \frac{1}{9} + \frac{7}{13} + \frac{11}{7}$  ve  $B = \frac{17}{9} + \frac{32}{13} - \frac{4}{7}$  ise B'nin A türünden eşiti nedir?

#### HATIRLATMA

x bir tamsayı ve  $\frac{a}{b}$  bir kesir olmak üzere,  $x + \frac{a}{b}$  ifadesine bir **tamsayılı kesir** denir ve bu  $x \frac{a}{b}$  ile gösterilir. Örneğin;  $2\frac{4}{7} = 2 + \frac{4}{7} = \frac{18}{7}$  ve  $-5\frac{2}{3} = -(5 + \frac{2}{3}) = -\frac{17}{3}$  olur.

#### Örnek...7 :

$$(1 - 3\frac{1}{5}) : (1 - 2\frac{1}{6}) = ?$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 1

### SAYI KÜMELERİ

#### ONDALIK AÇILIM

$\frac{x}{y}$  rasyonel sayısında x in y ile bölünmesiyle elde edilen sayıya  $\frac{x}{y}$  nin **ondalık açılımı** denir.

#### Örnek...8 :

$\frac{6}{25}$  sayısının ondalık açılımı nedir?

#### Örnek...9 :

$(0,728)^2 - (0,272)^2 = ?$

#### Örnek...10 :

$\frac{0,46}{0,23} + \frac{4,6}{0,23} + \frac{0,6}{0,03} - \frac{0,48}{0,4-1} = ?$

#### UYARI

Her rasyonel sayı bir devirli ondalık açılım olarak yazılabilir. Eğer virgölün sağında belli bir yerden sonra tekrar eden kısım var ise bu kısım üzerinde devir çizgisi konarak belirtilir. (0 için devir çizgisi yazılmaz)

Örneğin;  $\frac{7}{10} = 0,7000\dots = 0,7\bar{0} = 0,7$

$\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\bar{3}$

$\frac{19}{45} = 0,4222\dots = 0,4\bar{2}$  olarak yazılır.

#### DEVİRLİ ONDALIK SAYININ KESRE ÇEVİRİLMESİ

Sayının tamamı için  
tüm sayı – devretmeyen kısım  
devreden kadar 9 devretmeyen kadar 0  
Virgülden sonrası için

Örneğin;  $a, bcd = \frac{abcd - abc}{900}$

#### Örnek...11 :

$4,2\bar{3}$  sayısını kesre çeviriniz,

#### Örnek...12 :

$x = 3,4\bar{3}$        $y = 3,4\bar{3}$        $z = 3,434343$   
sayılarını sıralayınız?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 1

### SAYI KÜMELERİ

#### DEĞERLENDİRME – 2

1)  $\frac{a-2}{2} = \frac{3b-2}{4}$  ise  $2a-3b+4$  kaçtır?

2)  $1 - \frac{0}{2} + 3\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + 1\right) = ?$

3)  $2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\vdots}}}$

işlemi sonsuza kadar devam ediyor.  
Bu işlemin sonucu kaçtır?

4)  $\left(\frac{12}{6}\right) : \frac{\frac{12}{6}}{5} = ?$

5)  $\left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{225}\right) = ?$

6)  $x = \frac{1}{2} + \frac{7}{15} - \frac{5}{13}$  ise  $\frac{1}{2} - \frac{8}{15} - \frac{44}{13}$  sayısının x türünden eşiti nedir?

7)  $4\frac{7}{125}$  sayısının ondalık açılımı nedir?

8) x pozitif bir ondalıklı kesir olmak üzere,  $x + \frac{34}{125}$  bir tamsayı ise x sayısının virgülden sonraki kısmı nedir?

9)  $\frac{0,ab}{a,b} + \frac{a,0b}{0,a0b} = ?$

10)  $0,\bar{9} + 1,\bar{9} + 2,\bar{9} + \dots + 49,\bar{9} = ?$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 1

### SAYI KÜMELERİ

#### UYARI

$\sqrt{2}$  rasyonel değildir.

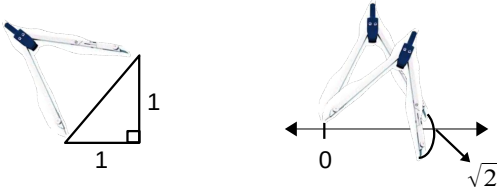
#### İSPAT :

#### Örnek...13 :

$\sqrt{253-x}$  sayısının bir rasyonel sayı belirtmesini sağlayan kaç  $x$  doğal sayı değeri vardır?

#### $\sqrt{2}$ SAYISINI SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERMEK İSTERSEK:

Dik kenarları 1 er birim olan dik üçgende hipotenüs uzunluğunda pergelimizi açar ve bu açıklığı sayı doğrusunda sivri uç 0'a gelecek şekilde bir yay çizerek bulabiliriz.



$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi=3,14\dots, e=2,7\dots$  gibi devirli ondalık açılıma sahip olmayan sayılara **irrasyonel sayı** denir.

İrrasyonel sayılar kümesi  $Q^I$  ile gösterilir. Rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar kümelerinin birleşimi reel sayılar kümesini oluşturur.

$$Q \cup Q^I = \mathbb{R}$$

#### REEL SAYILAR KÜMESİ VE TOPLAMA İŞLEMİ

##### 1. KAPALILIK ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b \in \mathbb{R}$  için  $a+b \in \mathbb{R}$  dir.

##### 2. DEĞİŞME ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b \in \mathbb{R}$  için  $a+b=b+a$  dir.

##### 3. BİRLEŞME ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b, c \in \mathbb{R}$  için  $a+(b+c)=(a+b)+c$  dir.

##### 4. ETKİSİZ ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$0 \in \mathbb{R}$  ve her  $a \in \mathbb{R}$  için  $a+0=0+a=a$  ( $0$  toplamanın birim (etkisiz) elemanıdır.)

##### 5. TERS ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$0 \in \mathbb{R}$  etkisiz eleman olmak üzere, her  $a \in \mathbb{R}$  için  $a+(-a)=(-a)+a=0$  olduğundan gerçekte sayılar kümesinde her elemanın toplama işlemine göre tersi vardır.

#### REEL SAYILAR KÜMESİ VE ÇARPMA İŞLEMİ

##### 1. KAPALILIK ÖZELLİĞİ:

Her  $a, b \in \mathbb{R}$  ,  $a.b \in \mathbb{R}$

##### 2. DEĞİŞME ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b \in \mathbb{R}$  ,  $a.b=b.a$

##### 3. BİRLEŞME ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ,  $a.(b.c)=(a.b).c$

##### 4. ETKİSİZ ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$1 \in \mathbb{R}$  ve her  $a \in \mathbb{R}$  ,  $a.1=1.a=a$  ( $1$  çarpmanın birim (etkisiz) elemanıdır)

##### 5. YUTAN ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$0 \in \mathbb{R}$  ve her  $a \in \mathbb{R}$  ,  $a.0=0.a=0$  ( $0$  çarpmanın yutan elemanıdır)

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 1

### SAYI KÜMELERİ

#### 6. TERS ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$1 \in \mathbb{R}$ , etkisiz eleman olmak üzere ve her  $a \neq 0, a \in \mathbb{R}$ ,  
 $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$  olduğundan gerçekte sayılar kümesinde her elemanın çarpma işlemine göre tersi vardır.

#### 7. ÇARPMANIN TOPLAMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ :

Her  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  
 $a \cdot (b+c) = (b+c) \cdot a = a \cdot b + a \cdot c$  olduğundan gerçekte sayılar kümesinde çarpma işlemi toplama üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır.

#### SAYI DOĞRUSU

Sayı doğrusu ve gerçekte sayılar kümesinin her elemanı, bire bir eşlenebilir. Bu eşlemede her reel sayıya yalnız bir nokta, her noktaya da bir ve yalnız bir reel sayı karşılık gelir.

Gerçekte sayılarla gösterilen herhangi bir sıralı ikili de koordinat sisteminde yine bir noktaya karşılık gelebilir.

#### Örnek...14 :

Aşağıdaki önermelerin doğru veya yanlışlığını belirtiniz?

Her sayma sayısı bir tamsayıdır.	D
Her tamsayı bir doğal sayıdır.	Y
Her irrasyonel sayı bir reel sayıdır.	
Her denklemin reel sayılarda en az bir çözümü vardır.	
Gerçekte sayılar ile rasyonel sayılar kümesi bire bir eşlenebilir.	
Devirli ondalıklı sayıların bazıları irrasyonel sayıdır.	
Her reel sayı devirli ondalıklı olarak yazılabilir.	

iki rasyonel sayı arasında en az bir rasyonel sayı vardır.

Reel sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerine göre tersi tamsayı olan eleman sadece 1 dir.

#### Örnek...15 :

Reel sayılar kümesinde çarpmanın yutan elemanı  $3x-7$  ise  $2x+1$  sayısının toplamaya göre tersi nedir?

#### Örnek...16 :

$A(3)$ ,  $B(0)$ ,  $C(-2)$  noktalarını sayı doğrusunda;  $K(1,-3)$  ve  $L(5,0)$  noktalarını ise koordinat sisteminde gösteriniz.

