

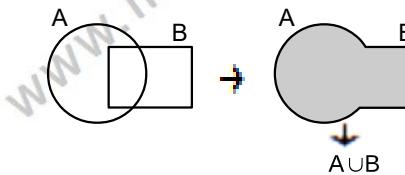
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

İKİ KÜMENİN BİRLEŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A'ya veya B'ye ait olan elemanlardan oluşan yeni kümeye A ile B' nin birleşimi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir. Bu gösterim "A birleşim B" diye okunur. Yani

$$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ veya } x \in B \} \text{ dir.}$$



Örnek...1 :

$A = \{ 2, 5, 6, 9 \}$ ve $B = \{ 3, 5, 7, 9 \}$ ise $A \cup B$ kümесini liste biçiminde yazınız.

Örnek...2 :

$A = \{ a, \{a\}, b, c, \{b, d\}, d \}$,
 $B = \{ \{a\}, \{c, d\}, c, d, x, \Delta \}$
kümeleri için $s(A \cup B)$ kaçtır?

Örnek...3 :

$A = \{ x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z} \}$,
 $B = \{ x | -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{Z} \}$
kümeleri için $A \cup B$ kümесini yazınız.

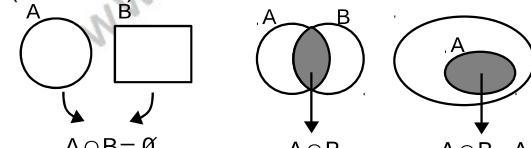
Örnek...4 :

$A = \{ x | -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R} \}$,
 $B = \{ x : -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{R} \}$
kümeleri için $A \cup B$ kümесini yazınız.

İKİ KÜMENİN KESİŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A'ya ve aynı zamanda B'ye de ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B' nin kesişimi (ara kesiti) denir ve $A \cap B$ ile gösterilir. Bu gösterim "A kesim B" diye okunur. Yani

$$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ ve } x \in B \} \text{ dir. Şemada taralı olan bölgeler kesişim (arakesit) kümeleridir.}$$



$A \cap B = \emptyset$
Kesişimi boş olan
Kümelere AYRIK
Küme denir.

Örnek...5 :

$A = \{ -2, 0, 1, 2, 3 \}$,
 $B = \{ x : 0 \leq x < 5, x \in \mathbb{Z} \}$
 $C = \{ x : 3 < x \leq 7, x \in \mathbb{Z} \}$
kümeleri için $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ ve $A \cap B \cap C$ kümelerini bulunuz.

$$A \cap B =$$

$$A \cap C =$$

$$B \cap C =$$

$$A \cap B \cap C =$$

Örnek...6 :

$A = \{ x : -2 < x < 5, x \in \mathbb{R} \}$,
 $B = \{ x : x > 3, x \in \mathbb{R} \}$ kümeleri için $A \cap B$ kümесini bulunuz.

Örnek...7 :

$A = \{ x : -4 \leq x < 6, x \in \mathbb{R} \}$
 $B = \{ x : |x| < 7, x \in \mathbb{R} \}$
 $C = \{ x : -3 < x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$
olduğuna göre, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ kümесini yazınız.

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

BİRLEŞİM VE KESİŞİMİN ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \cup \emptyset = A$ 2) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 3) **Tek kuvvet özelliği** 4) **Değişme özelliği**
 $A \cup A = A$ $A \cup B = B \cup A$
 $A \cap A = A$ $A \cap B = B \cap A$
- 5) **Birleşme özelliği**
 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- 6) **Dağılma özelliği**
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 7) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Örnek...8 :

$A = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, a, 5, 7\}$
koşullarını sağlayan B kumesinin 1 elemanlı alt kümeleri en çok kaç taneidir?

Örnek...9 :

A, B, C ve D üç kume olmak üzere,
 $A \cup [D \cup \{(B \cap A) \cup C\} \cap A]$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...10 :

A kumesinin alt kümelerinin sayısı 128, $A \cap B$ kumesinin özalt kümelerinin sayısı 15, $A \cup B$ kumesinin alt kümelerinin sayısı 512 dir.
Buna göre, B kumesinin eleman sayısı çift olan alt kume sayısı kaçtır?

Örnek...11 :

$A = \{x \mid 10 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 200, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A \cup B)$ kaçtır?

Örnek...12 :

$s(A \cap B) = 10$, $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre,
 $s(A \cap (B \cup C))$ en çok kaç olabilir?

Örnek...13 :

$A_x = \{x \text{ in asal bölenleri}\}$ ve
 $B_x = \{x \text{ in bir basamaklı bölenleri}\}$ ise

- a) $A_{42} \cup B_{30}$ kumesini elemanları ile yazınız.
b) $s(B_{120}) - s(A_{96})$ değeri kaçtır?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

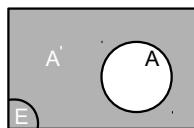
EVRENSEL KÜME

Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye **evrensel küme** denir. Evrensel kümeyi genellikle E ile gösteririz.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

$A \subset E$ olmak üzere, E evrensel kümelerinde olup, A da bulunmayan elemanların kümese A kümescinin **tümleyeni** denir ve A' veya A^t ile gösterilir.

$A' = \{x : x \notin A \text{ ve } x \notin E\}$ yazılır.



Örnek...14 :

$E = \{x : -4 < x < 7, x \in Z\}$ evrensel kümescindeki $A = \{x : x < 3, x \in Z\}$ kümesci için A' kümescini liste yöntemi ile yazınız.

Örnek...15 :

$E = \{x : x, \text{ Rakam}\}$
 $A = \{x : x, \text{ Asal rakam}\}$
 $B = \{x : x, \text{ tek rakam}\}$ ise A' , B' , $(A \cup B)'$ kümelerini yazınız.

EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN ÖZELLİKLERİ

1) $E' = \emptyset$	2) $\emptyset' = E$
3) $(A')' = A$	4) $A \cap E = A$
5) $A \cup E = E$	6) $A \cup A' = E$
7) $A \cap A' = \emptyset$	8) $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$
9) $A \subset E$ olmak üzere, $s(A) + s(A') = s(E)$ dir.	
10) De Morgan Kuralları: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	

Örnek...16 :

$s(A') = 8$, $s(E) = 21$, $s(B') = 15$ olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ toplamı kaçtır?

Örnek...17 :

A, B, C kümeleri E evrensel kümescinin alt kümeleri olmak üzere,
 $s(A) + s(B') = 13$
 $s(B) + s(A') = 5$ ve $s(C') = 3$ ise $s(C)$ kaçtır?

Örnek...18 :

E evrensel kümesci sesli harflerimiz olmak üzere, $A = \{a, e, i\}$ ise A' kümescinin alt kümelerinin kaçında A' dan daha fazla sayıda eleman vardır?

Örnek...19 :

$A, B \subset E$ olmak üzere, $B' \subset A'$ olduğuna göre, $A \cap B$ ının eşiti nedir?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

Örnek...26 :

$s(A \cup B) = 34$, $s(B - A) = 11$ ve $s(A \cap B') = 18$ olduğuna göre, $A \cap B$ kümelerinin eleman sayısı kaçtır?

Örnek...27 :

$s(A) + s(B) = 24$, $s(A \cup B) = 19$ ve $s(A - B) = 3$ olduğuna göre, $s(B - A)$ kaçtır?

Örnek...28 :

$A = \{\text{Sınıftaki gözlüksüz öğrenciler}\}$
 $B = \{\text{Sınıftaki esmer öğrenciler}\}$
 $C = \{\text{Sınıftaki erkek öğrenciler}\}$
 $D = \{\text{Sınıftaki kız öğrenciler}\}$
olduğuna göre, $(A \cup D) - (A \cup B)$ kümesi hangi öğrencilerden oluşur?

Örnek...29 :

$s(A - B) = 6$ ve $s(A) = 10$ ise $A \cap B$ kümelerinin en çok 1 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

Örnek...30 :

A kümelerinin alt kümelerinden 16 tanesi B kümelerinin alt kümeleri değildir.
 $s(A \cup B) = 13$, $s(A' \cap B) = 6$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

Örnek...31 :

A ve B , E evrensel kümelerin alt kümeleri olmak üzere $(A \cup B)' \cup (B - A)$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

Örnek...32 :

A ve B , E evrensel kümelerin alt kümeleri olmak üzere $(A - B)' - [A' \cap B']$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

Sembolik Mantık Kümeler İlişkisi

Kümelerle yapılan işlemler ve sembolik mantıkta kullanılan sembol, gösterim ve bunlarla ifade edilen işlemleri aşağıdaki tablodaki şekilde ilişkilendirebiliriz

Sembolik Mantık	Kümeler
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' = E$
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' = \emptyset$

Örnek...33 :

$q \wedge (r \vee s) \equiv (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$ ifadesini kümelerle ilişkilendirerek ifade ediniz.

Örnek...34 :

$(p \wedge q)' = p' \wedge q'$ ifadesini kümelerle ilişkilendirerek ifade ediniz.

Kümeler konusuna katkıları için araştırınız
Georg Cantor

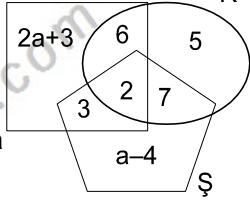
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 2

- 1) $K = \{1, 3, 5, 7, 11\}$,
 $L = \{x : x < 10, x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}^+\}$,
 $M = \{x : x^2 \leq 32, x \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre, $M \setminus (K \cap L)$ kumesinin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.
- 2) $s(A) = 9$, $s(B) = 15$ ve $s(A \cup B) = 18$ olduğuna göre, $A \cap B$ kumesinin eleman sayısı kaçtır?
- 3) A kumesinin alt kume sayısı 1024 ve $s(A \cup B) = 26$ olduğuna göre, $s(B)$ nin en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaçtır?
- 4) $A = (-7, 3]$, $B = (6, 11)$ ve $C = [3, 6)$ kümeleri aralık olarak veriliyor. Aşağıda verilen kume işlemlerini yapınız.

$A \cup C =$	$(A \cup C) \cap B =$
$B \cup C =$	$A \cap C =$
$A^t =$	$(A \cup C)^t =$

- 5) Yandaki şemada verilen K sayıları bulunduğu bölgedeki eleman sayılarını göstermektedir.
- 
- $s(K \cup R) = 43$ olduğuna göre, S kumesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?
- 6) K ve M kümeleri için $K \not\subset M$ ve $M \not\subset K$ olmak üzere, $s(K \cup M) = 13$ ve $s(K \cap M) = 6$ olduğuna göre, K kumesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?
- 7) $A = \{x : 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kumesinin elemanlarının kaç tanesi, 3 ve 5 ile tam bölünebilir?
- 8) $A = \{x : 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kumesinin elemanlarının kaç tanesi, 6 veya 9 ile tam bölünebilir?

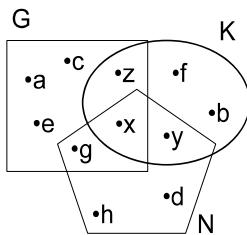
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 3

- 1) $A \cap B = \{2, 5, 11\}$ ve $A \cap C = \{2, 3, 7\}$ olmak üzere, $A \cap (B \cup C)$ kümesinin elemanlarını ortak özellik yöntemiyle yazınız.

- 2) Venn şeması ile verilenlere göre, $(G \cup K) \cap (G \cup N)$ kümesinin elemanlarını liste biçiminde yazınız.



- 3) $s(A) = 3a+4$
 $s(A \cap B) = 2a-3$
 $s(B) = 8$
 $s(A \cup B) = 5a-1$ olduğuna göre, a nin değeri kaçtır?

- 4) $A = \{x \mid 24 < x \leq 156, x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid 36 \leq x < 144, x = 6k, k \in \mathbb{Z}\}$ olduğuna , $s(A \cup B)$ değeri kaçtır?

- 5) $\frac{s(A \cup B)}{7} = \frac{s(A \cap B)}{2} = \frac{s(A)}{5}$ ve $s(B)=12$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- 6) $2 \cdot s(A \cap B) = 3 \cdot s(A \cap C) = s(B \cap C)$
 $s(A) + s(B) + s(C) = 53$
 $s(A \cap B \cap C) = 3$, $s(A \cup B \cup C) = 34$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

- 7) $A = \{x \mid 25 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 170, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A - B)$ kaçtır?

- 8) $B \not\subset C$ olmak üzere, $s(A \cap B)=10$,
 $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre, $s(A \cap (B \cup C))$ en az kaç olabilir?

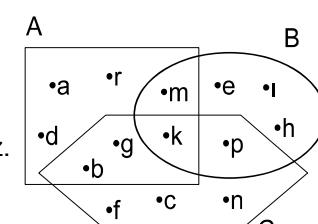
- 9) $s(A) = 6$ ve $s(B \setminus A) = 4$ olduğuna göre,
 $s(A \cup B)$ kaçtır?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 4

- 1) $s(E)=25$, $s(A-B)=11$ ve $s(A' \cap B') = 5$ olduğuna göre, B kumesinin eleman sayısı kaçtır?
- 2) $s(A) = 16$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \setminus B)$ kaçtır?
- 3) $s(A \cup B) = 22$ ve $s(A \setminus B) = 14$ olduğuna göre, B kumesinin alt kume sayısı kaçtır?
- 4) $(A \cup B)' = \emptyset$, $s(A \cup A') = 18$, $s(A \cap B) = 4$ ve $s(B-A) = 7$ olduğuna göre, A-B kumesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?
- 5) $s(A \setminus B) = 5$, $s(B \setminus A) = 8$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- 6) $A = \{a, b, c, d\}$
 $B = \{b, d, e, f, g, h\}$
 $C = \{c, d, g, h, x, y\}$ kümeleri veriliyor.
- a) Sadece B kumesinde bulunan elemanları yazınız.
- b) B ve C' de bulunup A' da bulunmayan elemanları yazınız.
- c) A veya B' de bulunup C' de bulunmayan elemanları yazınız.
- 7) Şekilde verilen Venn şemasına göre, aşağıdaki tabloyu doldurunuz.
- 
- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $A-C = \{d, a, r\}$ | $(A \cup C) \cap B = \{ \}$ |
| $B \setminus C = \{ \}$ | $(A \cap C) \setminus B = \{ \}$ |
| $A' \setminus B = \{ \}$ | $(C - A) \setminus B = \{ \}$ |
| $C \cap A' = \{ \}$ | $C \setminus (A \cup B) = \{ \}$ |
| $[(A-B) \cup (B-A)] - C = \{ \}$ | |

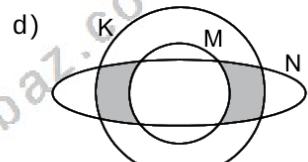
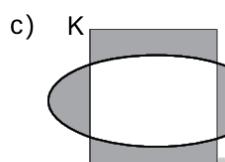
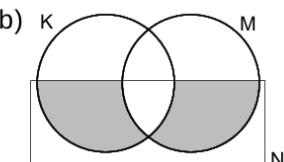
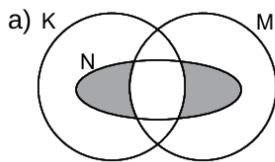
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 5

- 1) E evrensel küme ve $A, B \subset E$ dir.
 $s(A \cup B) = 25$ ve $s(A \cap B) = 3$
2. $s(A) = 5$. $s(B)$ ise
 $A \setminus B$ kümesi kaç elemanlıdır?

- 2) Aşağıda Venn şeması ile verilen kümelerde taralı bölgeleri ifade eden kümeleri yazınız.



- 3) $E = A \cup B$, $s[(A - B)'] = 22$, $s[(B - A)'] = 18$ ve $s(A') + s(B') = 38$ olduğuna göre, $A \cup B$ evrensel kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 4) $s(A - B) = 12$, $s[(B - A)'] = 26$ ve $s(A' \cap B') = 11$ olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 5) A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir. Buna göre $(A' \cap B')' - (A \cap B')$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

- 6) E evrensel kümesi 48 elemanlıdır.
 $s[(A \setminus B)'] = 32$, $s(B) = 18$ ve $s(B \setminus A) = 14$ olduğuna göre, $A \cup B$ nin eleman sayısı kaçtır?

- 7) A ve B ,E evrensel Kümesinin alt kümeleri olmak üzere $\{ [(A \cup \emptyset) \cup (B \cap \emptyset)] - B \} \cup A'$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

- 8) A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.
 $s(A) = 5x - 8$, $s(A') = 2x - 3$,
 $s(B) = x - 1$, $s(B') = 2x + 2$
olduğuna göre, E evrensel kümesinin 1 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?