

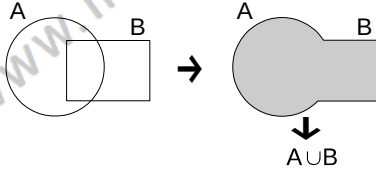
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

İKİ KÜMENİN BİRLEŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya veya B' ye ait olan elemanlardan oluşan yeni kümeye A ile B' nin birleşimi denir ve **$A \cup B$** ile gösterilir. Bu gösterim “A birleşim B” diye okunur. Yani

$$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ veya } x \in B \} \text{ dir.}$$



Örnek...1 :

$A = \{ 2, 5, 6, 9 \}$ ve $B = \{ 3, 5, 7, 9 \}$ ise $A \cup B$ kümesini liste biçiminde yazınız.

Örnek...2 :

$A = \{ a, \{a\}, b, c, \{b, d\}, d \}$,
 $B = \{ \{a\}, \{c, d\}, c, d, x, \Delta \}$
kümeleri için $s(A \cup B)$ kaçtır?

Örnek...3 :

$A = \{ x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z} \}$,
 $B = \{ x : -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{Z} \}$
kümeleri için $A \cup B$ kümesini yazınız.

Örnek...4 :

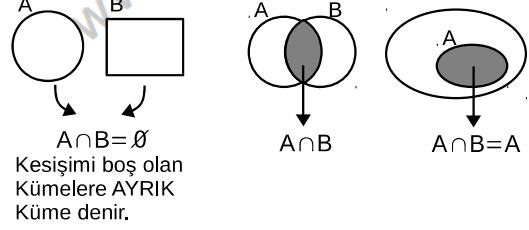
$A = \{ x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R} \}$,
 $B = \{ x : -4 < x \leq 2, x \in \mathbb{R} \}$
kümeleri için $A \cup B$ kümesini yazınız.

İKİ KÜMENİN KESİŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya ve aynı zamanda B' ye de ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B' nin kesişimi (ara kesiti) denir ve **$A \cap B$** ile gösterilir. Bu gösterim “A kesişim B” diye okunur. Yani

$$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ ve } x \in B \} \text{ dir.}$$

Şemada taralı olan bölgeler kesişim (arakesit) kümeleridir.



Örnek...5 :

$A = \{ -2, 0, 1, 2, 3 \}$,
 $B = \{ x : 0 \leq x < 5, x \in \mathbb{Z} \}$
 $C = \{ x : 3 < x \leq 7, x \in \mathbb{Z} \}$
kümeleri için $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ ve $A \cap B \cap C$ kümelerini bulunuz.

$$A \cap B =$$

$$A \cap C =$$

$$B \cap C =$$

$$A \cap B \cap C =$$

Örnek...6 :

$A = \{ x : -2 < x < 5, x \in \mathbb{R} \}$,
 $B = \{ x : x > 3, x \in \mathbb{R} \}$ kümeleri için $A \cap B$ kümesini bulunuz.

Örnek...7 :

$A = \{ x : -4 \leq x < 6, x \in \mathbb{R} \}$
 $B = \{ x : |x| < 7, x \in \mathbb{R} \}$
 $C = \{ x : -3 < x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$
olduğuna göre, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ kümesini yazınız.

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

BİRLEŞİM VE KESİŞİMİN ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \cup \emptyset = A$ 2) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 3) **Tek kuvvet özeliği** 4) **Değişme özeliği**
 $A \cup A = A$ $A \cup B = B \cup A$
 $A \cap A = A$ $A \cap B = B \cap A$
- 5) **Birleşme özeliği**
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 6) **Dağılma özeliği**
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 7) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Örnek...8 :

$A = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, a, 5, 7\}$
koşullarını sağlayan B kümesinin 1 elemanlı alt kümeleri en çok kaç tanedir?

Örnek...9 :

A, B, C ve D üç küme olmak üzere,
 $A \cup [\{D \cup ((B \cap A) \cup C)\} \cap A]$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...10 :

A kümesinin alt kümelerinin sayısı 128, $A \cap B$ kümesinin özalt kümelerinin sayısı 15, $A \cup B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 512 dir. Buna göre, B kümesinin eleman sayısı çift olan alt küme sayısı kaçtır?

Örnek...11 :

$A = \{x \mid 10 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 200, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A \cup B)$ kaçtır?

Örnek...12 :

$s(A \cap B) = 10$, $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre, $s(A \cap (B \cup C))$ en çok kaç olabilir?

Örnek...13 :

$A_x = \{x \text{ in asal bölenleri}\}$ ve
 $B_x = \{x \text{ in bir basamaklı bölenleri}\}$ ise

- a) $A_{42} \cup B_{30}$ kümesini elemanları ile yazınız.
- b) $s(B_{120}) - s(A_{96})$ değeri kaçtır?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

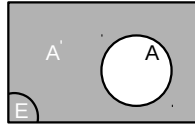
EVRENSEL KÜME

Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye **evrensel küme** denir. Evrensel kümeyi genellikle E ile gösteririz.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

$A \subset E$ olmak üzere, E evrensel kümesinde olup, A da bulunmayan elemanların kümesine A kümesinin **tümleyeni** denir ve A' veya A^t ile gösterilir.

$A' = \{x : x \notin A \text{ ve } x \in E\}$ yazılır.



Örnek...14 :

$E = \{x : -4 < x < 7, x \in \mathbb{Z}\}$ evrensel kümesindeki $A = \{x : x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesi için A' kümesini liste yöntemi ile yazınız.

Örnek...15 :

$E = \{x : x, \text{ Rakam}\}$
 $A = \{x : x, \text{ Asal rakam}\}$
 $B = \{x : x, \text{ tek rakam}\}$ ise $A', B', (A \cup B)'$ kümelerini yazınız.

EVRENSEL KÜME VE TÜMLEYEN ÖZELLİKLERİ

1) $E' = \emptyset$	2) $\emptyset' = E$
3) $(A')' = A$	4) $A \cap E = A$
5) $A \cup E = E$	6) $A \cup A' = E$
7) $A \cap A' = \emptyset$	8) $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$
9) $A \subset E$ olmak üzere, $s(A) + s(A') = s(E)$ dir.	
10) De Morgan Kuralları: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	

Örnek...16 :

$s(A') = 8, s(E) = 21, s(B') = 15$ olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ toplamı kaçtır?

Örnek...17 :

A, B, C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,
 $s(A) + s(B') = 13$
 $s(B) + s(A') = 5$ ve $s(C') = 3$ ise $s(C)$ kaçtır?

Örnek...18 :

E evrensel kümesi sesli harflerimiz olmak üzere, $A = \{a, e, i\}$ ise A' kümesinin alt kümelerinin kaçında A' dan daha fazla sayıda eleman vardır?

Örnek...19 :

$A, B \subset E$ olmak üzere, $B' \subset A'$ olduğuna göre, $A \cap B$ nin eşiği nedir?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

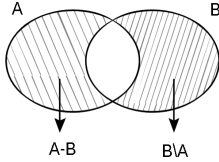
Örnek...20 :

$A \subset E$ olmak üzere, $s(A)=7-2x$ ve $s(A')=2x+3$ olduğuna göre, E evrensel kümesinin asal sayıda eleman içeren kaç alt kümesi vardır?

İKİ KÜMENİN FARKI

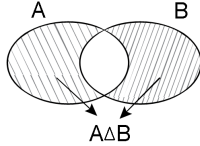
$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere A' da bulunan fakat B' de bulunmayan elemanların kümesine A fark B kümesi denir ve $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir. Yani

$A - B = \{x : x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ dir. Fark kümesinin Venn şeması ise



SİMETRİK FARK

$(A-B) \cup (B-A)$ kümesine simetrik fark denir ve $A \Delta B$ ile gösterilir. Yani $A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ dir.



FARK İŞLEMİNİN ÖZELLİKLER

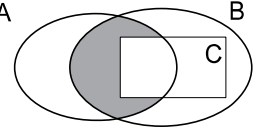
1) $A - B = A \cap B'$	2) $E - A = A'$
3) $A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset$	4) $A - B = A - (A \cap B)$
5) $(A - B)' = A' \cup B$	6) $(A - B) \cup B = A \cup B$
7) $A - A = \emptyset$	8) $\emptyset - A = \emptyset$
9) $A - E = \emptyset$	10) $A - \emptyset = A$
11) $A \neq B$ için $A - B \neq B - A$	
12) $A = B$ için $A - B = B - A = \emptyset$	
13) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$	
14) $(A \cap B) - (C \cap B) = (A \cap B) - C = A \cap B \cap C'$	
15) $s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$	

Örnek...21 :

$A = \{3, 5, 7, 8, 9, 10\}$,
 $B = \{-2, 4, 5, 7, 9\}$
kümeleri için $A - B$, $B - A$ ve $A \Delta B$ kümelerini yazınız.

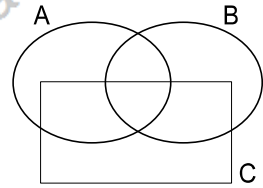
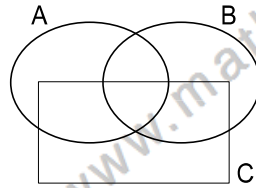
Örnek...22 :

A , B ve C kümelerinin yanda verilen şemasında taralı bölgenin sembolik yazımı nedir?



Örnek...23 :

$(A - B) - C$ ve $A - (B \cup C)$ kümelerini aşağıdaki şemalar üzerinde belirtiniz.



Örnek...24 :

$A = \{x : -3 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ve
 $B = \{x : 1 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ise $B - A$ kümesini yazınız.

Örnek...25 :

$A - B = \{1, 2\}$ ve $A \cup B = \{a, b, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olduğuna göre, B kümesini liste biçiminde yazınız.

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

Örnek...26 :

$s(A \cup B) = 34$, $s(B - A) = 11$ ve $s(A \cap B') = 18$ olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Örnek...27 :

$s(A) + s(B) = 24$, $s(A \cup B) = 19$ ve $s(A - B) = 3$ olduğuna göre, $s(B - A)$ kaçtır?

Örnek...28 :

$A = \{\text{Sınıftaki gözlüksüz öğrenciler}\}$
 $B = \{\text{Sınıftaki esmer öğrenciler}\}$
 $C = \{\text{Sınıftaki erkek öğrenciler}\}$
 $D = \{\text{Sınıftaki kız öğrenciler}\}$
olduğuna göre, $(A \cup D) - (A \cup B)$ kümesi hangi öğrencilerden oluşur?

Örnek...29 :

$s(A - B) = 6$ ve $s(A) = 10$ ise $A \cap B$ kümesinin en çok 1 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

Örnek...30 :

A kümesinin alt kümelerinden 16 tanesi B kümesinin alt kümesi değildir.

$s(A \cup B) = 13$, $s(A' \cap B) = 6$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

Örnek...31 :

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $(A \cup B)' \cup (B - A)$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

Örnek...32 :

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $(A - B)' - [A' \cap B']$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

DEĞERLENDİRME – 1

- 1) Aşağıda verilen cümlelerdeki noktalı yerleri doğru bir şekilde doldurunuz.
- a) Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye küme denir.
- b) E evrensel kümesinde olup, A' da bulunmayan elemanların kümesine A kümesinin denir ve veya ile gösterilir.
- c) A' ya veya B' ye ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B' nin denir ve ile gösterilir.
- d) A ve B' ye ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B' nin (.....) denir ve ile gösterilir.
- e) A kümesi ile A' kümesinin birleşimi küme oluşturur.
- f) A' da bulunan ancak B' de bulunmayan elemanların kümesine A B kümesi denir ve veya ile gösterilir.

Kullanacağınız kelime listesi

kesişimi	birleşimi	fark	$A - B$	A'
tümleyeni	arakesiti	$A \cap B$	$A \setminus B$	
evrensel	evrensel	A'	$A \cup B$	

2)

Küme İfadesi	Sembolik gösterimi
A ve B' nin ortak elemanlarını içerir.	$A \cap B$
A veya B' nin elemanlarını içerir.	
A' da bulunan, B' de bulunmayan elemanları içerir.	
B' de bulunan, A' da bulunmayan elemanları içerir.	
Evrensel kümede olup A kümesinde olmayan elemanları içerir.	
Birleşim kümesinin arakesit elemanları dışındaki elemanları içerir.	

- 3) Aşağıdaki tabloda noktalı yerleri uygun şekilde doldurunuz.

$A \cup \emptyset = \dots\dots\dots$	$A \cap A = \dots\dots\dots$
$A \cup A = \dots\dots\dots$	$A \cap \emptyset = \dots\dots\dots$
$\emptyset' = \dots\dots\dots$	$(A')' = \dots\dots\dots$
$A \cap A' = \dots\dots\dots$	$A \cup E = \dots\dots\dots$
$E' = \dots\dots\dots$	$E - A = \dots\dots\dots$
$(A \cup B)' = \dots\dots\dots$	$A \cup A' = \dots\dots\dots$
$A \cap E = \dots\dots\dots$	$(A \cap B)' = \dots\dots\dots$
$A \cap B' = \dots\dots\dots$	$(A - B)' = \dots\dots\dots$
$(A - B) - C = A \dots\dots (B \dots\dots C)'$	
$s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B) = \dots\dots\dots$	
$(A - B) \cup (B - A) = \dots\dots\dots$	
$s(A) + s(B) - s(A \cap B) = \dots\dots\dots$	

- 4) Aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

.... :	$A' = (A - B) \cup (B - A)$
.... :	$s(A \cup B) = s(A) + s(A \cap B) - s(B)$
.... :	$(A' \cup B)' = A - B$
.... :	$E - A = A'$
.... :	$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) + s(A \cap B) + s(A \cap C) + s(B \cap C) - s(A \cap B \cap C)$
.... :	$A - B = A - C$ ise $B = C$

- 5) $K = \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$, $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ve $R = \{2, 4, 6\}$ olduğuna göre, aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

	LİSTE YÖNTEMİ	alt küme sayısı
KUP		
$K \cap R$		
$K \cup (P \cap R)$		
$(P \cap R) \cup (K \cap R)$		

KÜMELER – 2

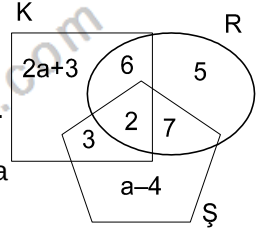
KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 2

- 1) $K = \{1, 3, 5, 7, 11\}$,
 $L = \{x: x < 10, x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}^+\}$,
 $M = \{x: x^2 \leq 32, x \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre, $M \setminus (K \cap L)$ kümesinin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.
- 2) $s(A) = 9$, $s(B) = 15$ ve $s(A \cup B) = 18$ olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
- 3) A kümesinin alt küme sayısı 1024 ve $s(A \cup B) = 26$ olduğuna göre, $s(B)$ nin en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaçtır?
- 4) $A = (-7, 3]$, $B = (6, 11)$ ve $C = [3, 6)$ kümeleri aralık olarak veriliyor. Aşağıda verilen küme işlemlerini yapınız.

$A \cup C =$	$(A \cup C) \cap B =$
$B \cup C =$	$A \cap C =$
$A^c =$	$(A \cup C)^c =$

- 5) Yandaki şemada verilen K ve R sayılar bulundukları bölgedeki eleman sayılarını göstermektedir.



$s(K \cup R) = 43$ olduğuna göre, Ş kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- 6) K ve M kümeleri için $K \not\subset M$ ve $M \not\subset K$ olmak üzere, $s(K \cup M) = 13$ ve $s(K \cap M) = 6$ olduğuna göre, K kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?

- 7) $A = \{x : 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarının kaç tanesi, 3 ve 5 ile tam bölünebilir?

- 8) $A = \{x : 18 < x \leq 105, x \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarının kaç tanesi, 6 veya 9 ile tam bölünebilir?

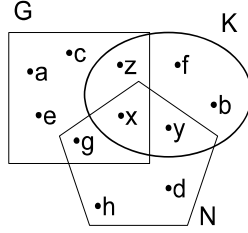
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 3

- 1) $A \cap B = \{2, 5, 11\}$ ve $A \cap C = \{2, 3, 7\}$ olmak üzere, $A \cap (B \cup C)$ kümesinin elemanlarını ortak özellik yöntemiyle yazınız.

- 2) Venn şeması ile verilenlere göre, $(G \cup K) \cap (G \cup N)$ kümesinin elemanlarını liste biçiminde yazınız.



- 3) $s(A) = 3a+4$
 $s(A \cap B) = 2a-3$
 $s(B) = 8$
 $s(A \cup B) = 5a-1$ olduğuna göre, a'nın değeri kaçtır?

- 4) $A = \{x \mid 24 < x \leq 156, x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid 36 \leq x < 144, x = 6k, k \in \mathbb{Z}\}$ olduğuna, $s(A \cup B)$ değeri kaçtır?

- 5) $\frac{s(A \cup B)}{7} = \frac{s(A \cap B)}{2} = \frac{s(A)}{5}$ ve $s(B) = 12$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- 6) $2 \cdot s(A \cap B) = 3 \cdot s(A \cap C) = s(B \cap C)$
 $s(A) + s(B) + s(C) = 53$
 $s(A \cap B \cap C) = 3$, $s(A \cup B \cup C) = 34$ olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

- 7) $A = \{x \mid 25 < x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 10 < x < 170, x = 4k, k \in \mathbb{N}\}$
 $s(A - B)$ kaçtır?

- 8) $B \not\subset C$ olmak üzere, $s(A \cap B) = 10$,
 $s(A \cap C) = 18$ olduğuna göre, $s(A \cap (B \cup C))$ en az kaç olabilir?

- 9) $s(A) = 6$ ve $s(B \setminus A) = 4$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 4

- 1) $s(E)=25$, $s(A-B)=11$ ve $s(A' \cap B') = 5$ olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 2) $s(A) = 16$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \setminus B)$ kaçtır?

- 3) $s(A \cup B) = 22$ ve $s(A \setminus B) = 14$ olduğuna göre, B kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- 4) $(A \cup B)' = \emptyset$, $s(A \cup A') = 18$, $s(A \cap B) = 4$ ve $s(B-A) = 7$ olduğuna göre, $A - B$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- 5) $s(A \setminus B) = 5$, $s(B \setminus A) = 8$ ve $s(A \cap B) = 7$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

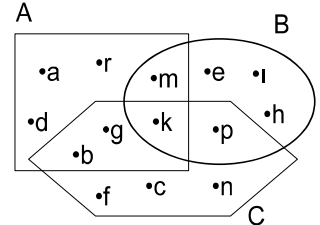
- 6) $A = \{a, b, c, d\}$
 $B = \{b, d, e, f, g, h\}$
 $C = \{c, d, g, h, x, y\}$ kümeleri veriliyor.

a) Sadece B kümesinde bulunan elemanları yazınız.

b) B ve C' de bulunup A' da bulunmayan elemanları yazınız.

c) A veya B' de bulunup C' de bulunmayan elemanları yazınız.

- 7) Şekilde verilen Venn şemasına göre, aşağıdaki tabloyu doldurunuz.



$A - C = \{d, a, r\}$	$(A \cup C) \cap B = \{ \}$
$B \setminus C = \{ \}$	$(A \cap C) \setminus B = \{ \}$
$A' - B = \{ \}$	$(C - A) - B = \{ \}$
$C \cap A' = \{ \}$	$C \setminus (A \cup B) = \{ \}$
$[(A - B) \cup (B - A)] - C = \{ \}$	

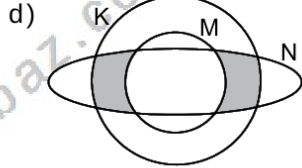
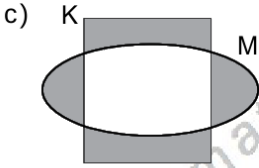
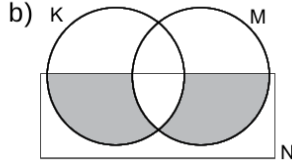
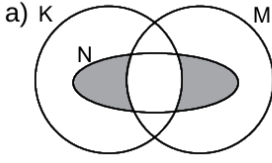
KÜMELER – 2

KÜMELERDE İŞLEMLER

DEĞERLENDİRME – 5

- 1) E evrensel küme ve $A, B \subset E$ dir.
 $s(A \cup B) = 25$ ve $s(A \cap B) = 3$
2. $s(A) = 5$, $s(B)$ ise
 $A \setminus B$ kümesi kaç elemanlıdır?

- 2) Aşağıda Venn şeması ile verilen kümelerde taralı bölgeleri ifade eden kümeleri yazınız.



- 3) $E = A \cup B$, $s[(A-B)'] = 22$, $s[(B-A)'] = 18$ ve $s(A') + s(B') = 38$ olduğuna göre, $A \cup B$ evrensel kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 4) $s(A-B)=12$, $s[(B-A)'] = 26$ ve $s(A' \cap B') = 11$ olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- 5) A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir. Buna göre $(A' \cap B')' - (A \cap B')$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

- 6) E evrensel kümesi 48 elemanlıdır.
 $s[(A \setminus B)'] = 32$, $s(B) = 18$ ve $s(B \setminus A) = 14$ olduğuna göre, $A \cup B$ nin eleman sayısı kaçtır?

- 7) A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere $\{[(A \cup \emptyset) \cup (B \cap \emptyset)] - B\} \cup A'$ ifadesinin en sade halini bulunuz ?

- 8) A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) = 5x - 8, \quad s(A') = 2x - 3,$$

$$s(B) = x - 1, \quad s(B') = 2x + 2$$

olduğuna göre, E evrensel kümesinin 1 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?