

MANTIK – 2

AÇIK ÖNERMELER -NİCELEYİCİLER

AÇIK ÖNERMELER

İçerisinde değişken olan ve değişkenin değerlerine göre doğru ya da yanlış olabilen önermelere açık önerme denir.

Açık önermeler değişkenine göre $P(x), q(a), k(x,y)$ biçimleriyle gösterilebilirler.

Denklemler ve eşitsizlikler açık önermelerdir

Örnek...1 :

$P(x)$: “x bir tamsayı ve $x^2 \leq 10$ ” önermesi $x=-1,3$ için doğru $x=5$ için yanlıştır.

Doğruluk Kümesi : Açık önermeyi doğru yapan değerlerin kümesine doğruluk kümesi denir.
Bir a değeri , $p(x)$ açık önermesinin doğruluk kümesinin elemanı ise $p(a) \equiv 1$,değil ise $p(a) \equiv 0$ dır.

Örnek...2 :

$P(x)$: “x bir tamsayı ve $x^2 \leq 10$ ” önermesinin doğruluk kümesi D ise bu kümeyi bulunuz.

Örnek...3 :

$P(x)$: x bir tamsayı , $(x-2)(x-1)(2x+3)=0$ önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

Örnek...4 :

$P(x,y)$: x,y birer doğal sayı , $3x+2y=30$ önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

Örnek...5 :

$P(x,y)$: x,y birer doğal sayı , $x+5y=20$ önermesi için $P(10,k) \equiv 1$ ise k kaçtır?

NİCELEYİCİLER

Kesin olarak doğru veya yanlış hüküm içeren ifadeler önerme denir.
Matematikte “bazı”, “her”, “bir tek” gibi niceleyicilerle de yapılan önermeler de vardır.

Örnek...6 :

p:” Bazı doğal sayılar asaldır.”
q:” Her reel sayının karesi 0'dan büyüktür”

“Bazı” niceleyicisi ile yapılan önermelerin doğruluğunu gösterebilmek için en az bir doğru örnek gösterilebilmesi ; “her” niceleyicisi ile yapılan önermelerin doğru olmadığını gösterebilmek için bir tane yanlış örnek göstermek yeterlidir.

Örnek...7 :

p: Bazı Doğal sayılar tektir.
q: her reel sayı çifttir.
r: her sayı 15'e kalansız olarak bölünebilir.
önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz

MANTIK – 2

AÇIK ÖNERMELER -NİCELEYİCİLER

Matematikte varlıksal niceleyici denen bazı sözcüğü sembolü ile $\exists$; evrensel niceleyici denilen her sözcüğü ise $\forall$ sembolü ile ; bir tek niceleyicisi ise $\exists!$ veya $\exists^*$ sembolü ile belirtilirler.

Bazı niceleyicisinin olumsuzu her niceleyicisi ; her niceleyicisinin olumsuzu ise bazı niceleyicisidir.

Örnek...8 :

p: “Bazı sayılar asaldır” , önermesinin olumsuzu
p' : “Her sayı asal değildir” , önermesidir.

Her bütün ve tamamı sözcükleri aynı anlamda kullanılabilmektedir

Verilen bir önermeyi q(x) ve bu önermenin olumsuzunu q'(x) ile gösteriyorsak
q(x) : “ $\exists x : p(x)$ ” önermesinin olumsuzu
q'(x) : “ $\forall x : p(x)$ değil” önermesidir.

Örnek...9 :

Önermelerin doğruluk değerini bulunuz

p:” Bazı doğal sayılar asaldır.”

q:” Her tamsayı 5'e kalansız bölünür.”

n: “Bazı günler tatilse her doğal sayı asaldır.”

r: $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x \leq 0$

t: $(\exists x \in \mathbb{R} : 4^x \leq 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{R} : 2x > 1)$

m: $(\forall x \in \mathbb{R} : 2x \leq 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R} : x > 1)$

DEĞERLENDİRME

1) t: $(\exists x \in \mathbb{N} : x^x > 1)$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz

2) t: $(\forall x \in \mathbb{Z} : 4^x \neq 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{N} : 2-x < 3)$ önermesinin karşıt tersi nedir?

n bir doğal sayı olmak üzere, açık önermelerin doğruluk değerini belirtiniz.

3) $\forall n > 3, p(n) : n! > 3^n$

4) $\forall n > 0, p(n) : 7^n - 1$ sayısı 2 ile bölünebilir.

5) $\forall n > 0, p(n) : n^3 - n$ sayısı 3 ile bölünebilir.