

LOGARİTMA – 3

(ÜSTLÜ- LOGARİTMALİ DENKLEMLER)

ÜSLÜ DENKLEMLER

$$1) [f(x)]^n = [f(x)]^m \Leftrightarrow n=m$$

Örnek...1 :

$$64^{4x-3} = 512^{x-2} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

0

Örnek...2 :

$$6 \cdot 2^{x-3} + 3 \cdot 2^{x-2} - 2^x = 2048 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

12

$$[f(x)]^n = [g(x)]^n \Leftrightarrow f(x) = g(x) \text{ (n tek)}$$
$$[f(x)]^n = [g(x)]^n \Leftrightarrow |f(x)| = |g(x)| \text{ (n çift)}$$

Örnek...3 :

$$(5x+1)^{43} = (2x+8)^{43} \text{ ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

$\frac{7}{3}$

Örnek...4 :

$$(2x-1)^2 = (x-5)^2 \text{ ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

-4 veya 2

Örnek...5 :

$$(x-2)^6 = x^3 \text{ ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

1 veya 4

$$[f(x)]^{[g(x)]} = 1 \text{ için 3 durum mümkündür.}$$

i) $f(x)=1$ ve $g(x)$ her reel değeri alabilir

ii) $f(x)=-1$ ise $g(x)$ çift tam sayı

iii) $g(x)=0$ ise $f(x) \neq 0$ yeterlidir.

Örnek...6 :

$$(x-2)^{x^2-16} = 1 \text{ ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

$\{-4, 3, 4\}$

Örnek...7 :

$$(x-3)^{x^2-9} = 1 \text{ ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

$\{-3, 4\}$

LOGARİTMALİ DENKLEMLER

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, b \in \mathbb{R} \quad f(x) > 0, g(x) > 0$ iki fonksiyon olmak üzere,

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

UYARI

Herhangi bir logaritmali denklemi genellemedeki bağıntıları kullanarak çözmeden önce mutlaka tanım kümelerini belirtmek gerekir. Toplam veya fark ifadelerinden çarpım veya bölüme dönüşen ifadeler ilk halleriyle tanımlı olmak zorundadır.

Örnek...8 :

$$\log_2(3x+1)=4$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

{5}

Örnek...9 :

$$\log_{(2-x)}(4)=2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

{0}

Örnek...10 :

$$\log_{x^2}(x^2-x+1)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

{ }

Örnek...11 :

$$\log_{18}(x-4)+\log_{18}(x+3)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

{6}

Örnek...12 :

$$\log_3(2x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(3x+2)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\emptyset$

Örnek...13 :

$$\log(x^2)+\log(3x)=\log 30$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\left\{ \sqrt[3]{10} \right\}$

Örnek...14 :

$$\log_3^2(5x+1)-\log_3(5x+1)=20$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\left\{ \frac{-16}{81}, \frac{242}{5} \right\}$

Örnek...15 :

$$\log(x+y)=\log x+\log y$$

ise y nin x türünden eşiti nedir?

$$y=\frac{x}{x-1}$$

Örnek...16 :

$$\log_x(2x+8)=2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

{4}

LOGARİTMA – 3
(ÜSTLÜ- LOGARİTMALI DENKLEMLER)

Örnek...17 :

$$\log_2(a) + \log_4(a) + \log_8(a) + \dots + \log_{32}(a) = \frac{137}{15}$$

ise a kaçtır?

16

Örnek...18 :

$$\log_2(a) \cdot \log_4(a) \cdot \log_8(a) \dots \log_{32}(a) = \frac{4}{15}$$

ise a kaçtır?

4

Örnek...19 :

$\log(x+3) - \log x = \log(2x-1) - \log 2x$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Ø

Örnek...20 :

$5^{\log_2 2} + 2^{\log_2 25} = 272$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$\{\sqrt[4]{5}\}$

Örnek...21 :

$$5^{2x} + 20 = 9.5^x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\{1, \log_5 4\}$

Örnek...22 :

$$2^{\ln x^2} + 2^{\ln x} - 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$\{1\}$

UYARI

$(f(x))^a = g(x)^b$ türünden ifadelerde her iki tarafın logaritması alınarak çözüme gidilebilir.

Örnek...23 :

$x^{\log_3 x} = 9x$ ise x kaç olabilir?

$\left\{\frac{1}{3}, 9\right\}$

Örnek...24 :

$x^{\log_5 x} = x$ ise x kaç olabilir?

$\{1, 5\}$

LOGARİTMA – 3
(ÜSTLÜ- LOGARİTMALI DENKLEMLER)

DEĞERLENDİRME

1) $49^{4-2x}=343^{x-2}$ ise x kaçtır?

2

2) $(x+1)^{2048}=(2x+3)^{1024}$ ise x kaç olabilir?

$\{-2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

3) $\log_{5-x}(25)=2$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\{0\}$

4) $\log_2(x+1)-\log_2(3x-2)=1$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\{1\}$

5) $\log^2(x+2)-4\log(x+2)=60$
denkleminin kökleri çarpımı yapıldığında elde edilen sayının tam kısmı kaç basamaklıdır?

11

6) $16^{\log x^2}=x$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\left\{4, \frac{1}{4}\right\}$

7) $e^x-4=12 \cdot e^{-x}$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\{\ln 6\}$

8) $\ln^2 x + \ln x^2 = 48$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\{e^6, e^{-8}\}$

9) $(x+3)^{\log_2(x+3)}=16$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\left\{\frac{-11}{4}, 1\right\}$