

## LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

### ÖZELLİK 1

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, \log_a 1 = 0$$

İSPAT

### Örnek...1 :

$$\log_x 1 = ?$$

0

### Örnek...2 :

$\log_{2x-3}(4a+5) = 0$  ise  $a+x$  tam sayı olarak en az kaçtır?

2

### ÖZELLİK 2

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, \log_a a = 1$$

İSPAT

### Örnek...3 :

$$\log_{20} 20 + \log_{21} 21 + \dots + \log_{57} 57 = ?$$

38

### ÖZELLİK 3

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere,}$$
$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

### Örnek...4 :

$$\log 2 + \log 5 = ?$$

1

### Örnek...5 :

$$\log_{36} 2 + \log_{36} 3 + \log_{36} 6 = ?$$

1

### Örnek...6 :

$\log 2 = a, \log 3 = b$  ise  $\log 6$  sayısının  $a$  ve  $b$  türünden eşiti nedir?

$a+b$

### Örnek...7 :

$\log 2 = m$  ve  $\log 13 = n$  ise  $\log 1040$  sayısının  $m$  ve  $n$  türünden eşiti nedir?

$3m+n+1$

### Örnek...8 :

$\log 2 = a, \log 60 = b$  ise  $\log 3$  sayısının  $a$  ve  $b$  türünden eşiti nedir?

$b-a-1$

### Örnek...9 :

$\log 2 = k$  ise  $\log 5$  sayısının  $k$  türünden eşiti nedir?

$1-k$

**LOGARİTMA-2**  
(LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ)

**Örnek...10 :**

$\log_2 31! = k$   $\log_2 32!$  ifadesinin k türünden eşiti nedir?

5+k

**Örnek...11 :**

$\log_2 \sin x + \log_2 \cos x = -1$  eşitliğini sağlayan pozitif en küçük x açısı kaç derecedir?

45°

**UYARI**

özellik 3 ün sonucu olarak  $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$

**Örnek...12 :**

$\log 2400 = a$  ve  $\log 3 = b$  ise  $\log 2$  sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

$\frac{a-b-2}{3}$

**Örnek...13 :**

$\log_2 \sqrt[7]{16} + \log_3 \sqrt[5]{9} + \log_5 \frac{1}{25} = ?$

$\frac{-36}{35}$

**Örnek...14 :**

$\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \log \frac{999}{1000} = ?$

-3

**Örnek...15 :**

$\log_{\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\dots}}}} \sqrt{56+\sqrt{56+\sqrt{56+\dots}}}$

$\frac{3}{2}$

**Örnek...16 :**

$a^n = b^x$  ise  $\frac{n}{m} = \frac{x}{y}$  olduğunu gösteriniz?  
 $a^m = b^y$

**Örnek...17 :**

$2^{x+1} = 5^{3+y}$  ise  $y-5x$  kaçtır?  
 $25^{y-2} = 4^x$

2

**ÖZELLİK 4**

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$   $x, y \in \mathbb{R}^+$   $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

**Örnek...18 :**

$\log \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)$  ifadesinin a, b ve c nin logaritmaları türünden eşiti nedir?

$\log a + \log b - \log c$

## LOGARİTMA-2 (LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ)

### Örnek...19 :

$\log \frac{m}{n \cdot \sqrt{k}}$  ifadesini  $m$ ,  $n$  ve  $k$  nin logaritmaları türünden eşiti nedir?

$$\log m - \log n - \frac{1}{2} \cdot \log k$$

### Örnek...20 :

$3\log m + 2\log n - 4\log k$  ifadesini tek bir sayının logaritması türünden yazınız.

$$\log \left( \frac{m^3 \cdot n^2}{k^4} \right)$$

### Örnek...21 :

$\log m - \log n = 2$  ise  $m$  sayısının  $n$  türünden eşiti nedir?

$$m = 100 \cdot n$$

### Örnek...22 :

$3^x = 7$  ve  $3^y = 63$  ise  $y - x$  nedir?

2

### ÖZELLİK 5 (TABAN DEĞİŞTİRME ÖZELLİĞİ)

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a} = \dots$$

### Örnek...23 :

$\log_2 3$  sayısını 3 farklı tabanda yazınız.

$$\log_2 3 = \frac{\ln 3}{\ln 2} = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\log_x 3}{\log_x 2}$$

### Örnek...24 :

$\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \dots \cdot \log_{80} 81 = ?$

4

### Örnek...25 :

$\log_{\sqrt{2}} 5 \cdot \log_{25} \sqrt[3]{49} \cdot \log_{\sqrt{7}} 256 = ?$

$\frac{80}{3}$

### UYARI 1:

Taban değiştirme özelliğinin sonucu olarak  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  yazabiliriz.

### Örnek...26 :

$\frac{1}{\log_2 70} + \frac{1}{\log_5 70} + \frac{1}{\log_7 70} = ?$

1

### Örnek...27 :

$\log_p x = 4$ ,  $\log_m x = 5$  ise  $\log_{p \cdot m} x = ?$

$\frac{20}{9}$

## LOGARİTMA-2 (LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ)

### UYARI 2

Taban değiştirme özelliğinin sonucu olarak  $\log_a b = \frac{1}{n} \log_a b$  yazabiliriz. Bu ifade daha önceki özelliklerle birleřtirerek daha genel  $\log_a b^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$  ifadesi yazılabilir.

### Örnek...28 :

$$\log_p r = 2 \text{ ise } \log_{p^2} r^3 + \log_{p^3} r^4 + \log_{\frac{1}{p^5}} \left( \frac{1}{r^2} \right) = ?$$

$$\frac{97}{15}$$

### Örnek...29 :

$$\log_{32} 128 + \log_{0,25} 0,125 = ?$$

$$\frac{29}{10}$$

### Örnek...30 :

$$\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[4]{y^7} \text{ ise } \log_x y = ?$$

$$\frac{12}{35}$$

### Örnek...31 :

$$\log 7 = x \text{ ve } \log 11 = y \text{ ise } \log_{11} 49 \text{ x ve y türünden nedir?}$$

$$\frac{2 \cdot x}{y}$$

### Örnek...32 :

$$\log 3 = x \text{ ve } \log 7 = y \text{ ise } \log_{12} 6 \text{ x ve y türünden nedir?}$$

$$\frac{y+x}{2 \cdot y-x}$$

### Örnek...33 :

$$\log_3 5 = x \text{ ve } \log_5 7 = y \text{ ise } \log_7 3 \text{ x ve y türünden nedir?}$$

$$\frac{1}{x \cdot y}$$

### Örnek...34 :

$$\log_3 5 = x \text{ ise } \log_5 675 \text{ x türünden nedir?}$$

$$\frac{3+2 \cdot x}{x}$$

**LOGARİTMA-2**  
(LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ)

**Örnek...35 :**

$\log_3 30=m$  ve  $\log_3 25=n$  ise  $\log_6 450$  m ve n türünden nedir?

$$\frac{2 \cdot m + n + 2}{2 \cdot m - n}$$

**Örnek...38 :**

$$e^{\ln 9} + 3^{2 + \log_3 5} = ?$$

54

**Örnek...39 :**

$$e^{2 \ln 5} + 9^{1 + \log_3 4} = ?$$

169

**ÖZELLİK 6**

i)  $a^{\log_a b} = b$

ii)  $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

**Örnek...36 :**

$$3^{\log_3 4} + 6^{\log_6 7} = ?$$

11

**Örnek...37 :**

$$7^{\log_7 5} + 25^{\log_5 2} + \sqrt{7^{\log_7 16}} = ?$$

13

**LOGARİTMA-2**  
(LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ)

**DEĞERLENDİRME**

1)  $\ln \tan x + \ln \cot x = ?$

0

2)  $\log_2 \sec x + \log_2 \operatorname{cosec} x = \frac{1}{2}$  eşitliğini sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

Ø

3)  $\log 13 = a$ ,  $\log 2 = b$  ise  $\log 1352$  sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

3.b+2.a

4)  $\log_{36} 2 \cdot \log_{36} 3 = p$  ise  $\log_{36}^2 2 + \log_{36}^2 3$  ifadesinin p türünden eşiti nedir?

$\frac{1}{4} - 2.p$

5)  $\frac{1}{4} \log m + \frac{2}{3} \log n - \log k$  ifadesini tek bir sayının logaritması türünden yazınız

$\log \left( \frac{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[3]{n^2}}{k} \right)$

6)  $\log 3 = a$  ve  $\log 18 = y$  ise  $\log_{72} 12$  a ve y türünden nedir?

$\frac{2.y-3.a}{3.y-4.a}$

7)  $\sqrt{\log^2 3 + \log 90} = \log x$  ise x kaçtır?

30

8)  $\log_{(\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2} \dots)} (\sqrt[5]{x^2}) = ?$

$\frac{2}{35}$

9)  $\log 3 = x$ ,  $\log 4 = n$  ise  $\log_{20} 30$  sayısını x ve n cinsinden ifade ediniz?

$\frac{2+2.x}{2+n}$

10)  $e^{2 \ln(2x-3)} = 4$  x kaç olabilir?

$\frac{5}{2}$