

## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### BELİRLİ İNTEGRAL KURALLARI

$$1. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$2. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$3. \int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$$

$$4. \int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$5. \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \quad c < b$$

$$6. (b-a) \cdot \min(f(x)) < \int_a^b f(x)dx = 0 < (b-a) \cdot \max(f(x))$$

7.  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon ve  $\frac{d}{dx}(F(x)) = f(x)$  ise  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  olur.

#### Örnek...1 :

$$\int_2^3 f(x)dx = 4 \text{ ve } \int_3^7 f(x)dx = 9 \text{ ise } \int_2^7 f(x)dx = ?$$

#### Örnek...2 :

Uygun koşullarda  $\int_2^5 f(x)dx = 4$  ve  $\int_4^7 f(x)dx = 9$  ve  $\int_2^7 f(x) = 21$  ise  $\int_4^5 f(x) = ?$

#### Örnek...3 :

$$\int_1^2 x dx = ?$$

#### Örnek...4 :

$$\int_{-1}^0 (x^3 + 5x^2 - 7x + 4)dx = ?$$

#### Örnek...5 :

$$\int_0^2 \left(3x^2 + \frac{x}{3}\right)dx = ?$$

#### UYARI

Değişken değiştirme yapıldığında yeni değişkene göre sınırlar tekrar hesaplanırsa eski değişkene dönülmeden integral hesaplanabilir

#### Örnek...6 :

$$\int_2^3 (x-2)^2 dx = ?$$

#### Örnek...7 :

$$\int_0^1 (x^2 + 5x + 1)^2 (2x + 5) dx = ?$$

## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### Örnek...8 :

$$\int_{-2}^2 x^5 + x^3 dx = ?$$

#### Örnek...9 :

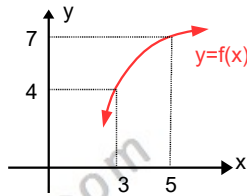
$$\int_{-3}^3 \frac{x^{15}}{1+x^4} dx = ?$$

#### Örnek...10 :

$$\int_0^1 x \cdot \ln(x^2 + 1) dx = ?$$

#### Örnek...11 :

Grafiği verilen  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiğine göre  $\int_3^5 (f(x) + x \cdot f'(x)) dx = ?$



#### Örnek...12 :

$$\int_2^3 f(x) dx = 5 \text{ ise } \int_2^3 (7 - f(x)) dx = ?$$

#### Örnek...13 :

$$\int_0^2 f(4x) dx = 60 \text{ ise } \int_0^8 (1 - f(x)) dx = ?$$

#### Örnek...14 :

$\int_1^{256} \frac{\sqrt[6]{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}} dx$  integralinde  $x=u^{12}$  dönüşümü yaparak tekrar integrali yazınız ( $u>0$ )

## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### Örnek...15 :

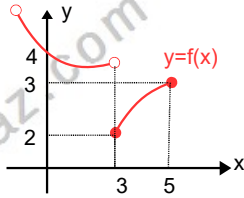
$y=f(x)$  fonkiyonu reel sayılarda türevli ve  $x=2$  noktasındaki teğeti  $x$  eksenine pozitif yönde  $45^\circ$  lik açı yapıyorsa ve  $x=3$  ekstremum noktalarından birinin apisi ise

$$\int_2^3 \frac{x \cdot f''(x) - f'(x)}{x^2} dx = ?$$

#### Örnek...16 :

$y=f(x)$  fonkiyonunun grafiği şekildeki gibidir

$$\int_3^5 f(x) + x \cdot f'(x) dx = ?$$



#### Örnek...17 :

$\int_0^t (x^2 - 4x - 5) dx$  integralinin alacağı sonuç en küçük değer kaçtır?

## ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN İNTEGRALI

İntegrandında parçalı fonksiyon veya mutlak değerli fonksiyon içeren integraller integralin alındığı sınırlar içerisinde kritik nokta içeriyorsa göre parçalanarak integralleri alınır.

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığındaki bulunan sonlu sayıdaki  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  sayıları için süreksiz ise bu noktalara göre integral parçalanır.

$$\text{Yani } \int_a^b f(x) dx = \int_a^{a_1} f(x) dx + \int_{a_1}^{a_2} f(x) dx + \dots + \int_{a_{n-1}}^{a_n} f(x) dx$$

Bu parçalamayı genelde parçalı fonksiyonda veya mutlak değerli fonksiyonun kritik noktasında ihtiyaç duyarsak yaparız

#### Örnek...18 :

$$f(x) = \begin{cases} (e)^{x^2} & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases} \text{ ise } \int_{-4}^{-2} f(x) dx$$

#### Örnek...19 :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 2 \\ x^3 & 2 < x < 3 \\ x+1 & x \geq 3 \end{cases} \text{ fonksiyonu için } \int_0^5 f(x) dx$$

#### Örnek...20 :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 0 \\ 3x^2 & x < 0 \end{cases} \text{ ise } \int_{-1}^3 f(x) dx$$

## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### Örnek...21 :

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & x \geq 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases} \text{ ise } \int_{-3}^1 f(x+2) dx$$

#### Örnek...22 :

$$\int_0^4 |x+2| dx$$

#### Örnek...23 :

$$\int_0^2 x^3 |x-1| dx$$

#### Örnek...24 :

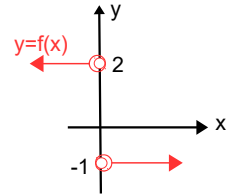
$$\int_{-1}^1 (2x-3)|x| dx$$

#### Örnek...25 :

$$\int_0^1 \frac{x^2-4}{|x-2|} dx$$

#### Örnek...26 :

Reel sayılarda sürekli olan  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği veriliyor.  $f(3)-f(2)=?$



## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### DEĞERLENDİRME

1)  $\int_2^3 f(x)dx = 10$  ve  $\int_2^3 g(x)dx = 8$  ise  
 $\left(\int_2^3 (4.f(x) + 3g(x))dx\right) \cdot \left(\int_2^3 (5.f(x) - 4g(x))dx\right)$

2)  $\int_{-1}^{15} f(x)dx = 10$ , ve  $\int_{-1}^{15} g(x)dx = 8$  ise  
 $\left(\int_{-1}^{15} f(x) + g(x)dx\right) \cdot \left(\int_{-1}^{15} f(x) - g(x)dx\right)$

3)  $\int_2^3 f(x)dx = -3$  ve  $\int_3^7 f(x)dx = 5$  ise  $\int_7^2 f(x)dx = ?$

4)  $\int_1^2 f(x)dx = 6$  ve  $\int_1^2 (5 - 3.f(x))dx = ?$

5)  $\int_1^2 \left(\sum_{n=0}^2 \frac{x^n}{n!}\right) = ?$

6)  $\int_{-3}^{-4} \frac{1}{(x+5)^4} dx = ?$

7)  $\int_{-2}^2 (x^{15} + \sin^9 x) dx = ?$

8)  $\int_0^{12} f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 36$  ise  $\int_0^2 (x+3 - 4.f(2x)) dx = ?$

## İNTEGRAL-4

### BELİRLİ İNTEGRAL

9)  $\int_1^4 f(\sqrt{x}) \frac{dx}{\sqrt{x}} = 3$  ise  $\int_{\sqrt{2}}^2 5x \cdot f\left(\frac{x^2}{2}\right) dx = ?$

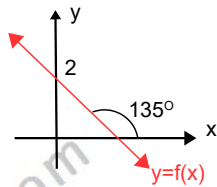
10)  $\int_1^{64} \left( \frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$  integralinde  $x=u^6$  dönüşümü yaparak tekrar integrali yazınız

11)  $y=f(x)$  fonksiyonu reel sayılarda türevli ve  $x=1$  noktasındaki teğeti  $x$  eksenine paralel ve  $x=5$  deki teğeti  $y-3x+2=0$  doğrusuna dikse =?  
 $\int_1^5 \frac{f''(x)}{x} dx + \int_5^1 \frac{f'(x)}{x^2} dx$

12)  $y=f(x)$  fonksiyonu n grafiği

şekildeki gibidir

$\int_3^5 f(x) + x \cdot f'(x) dx$  integralinin değerini bulunuz



13)  $f(x) = \begin{cases} 1+x & x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 3 \\ x-1 & x > 3 \end{cases}$  fonksiyonu için  $\int_0^4 f(x) dx$

14)  $f(x) = \begin{cases} 1+2x & x \geq 4 \\ 3x & x < 4 \end{cases}$  fonksiyonu için  $\int_{-1}^3 f(x+3) dx$

15)  $\int_1^4 |x-2| dx$

16)  $\int_{-1}^3 x \cdot |x-2| dx$