

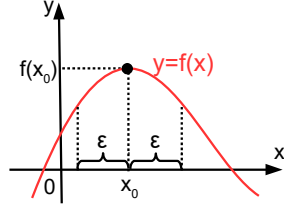
## TÜREV - 5

### EKSTREMUM NOKTALARI

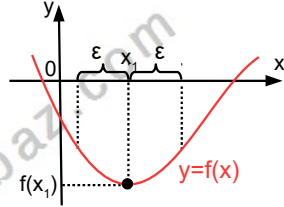
#### YEREL MAKSİMUM VE YEREL MİNİMUM:

$f: A \rightarrow B$ ,  $y=f(x)$  sürekli fonksiyonu verilsin.  $X_0 \in (a,b)$  olmak üzere  $f$  fonksiyonu  $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon)$  aralığında en büyük değerini  $x_0$  noktasında alıyorsa fonksiyonun bu noktada yerel maksimumu vardır denir. Şekli inceleyiniz.

Yandaki şekilde  $x_0$  içine alan bir aralıkta  $f(x_0)$  değerinden daha büyük bir görüntüye sahip değer bulunmadığından  $f(x_0)$  değeri yerel maksimum ve  $x_0$  noktası yerel maksimum noktasının apsisi.



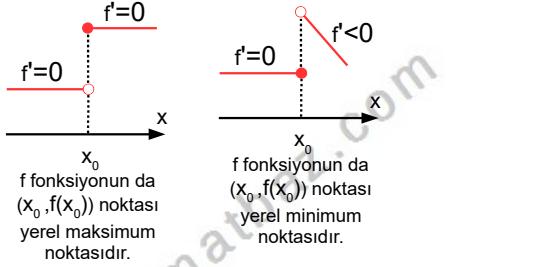
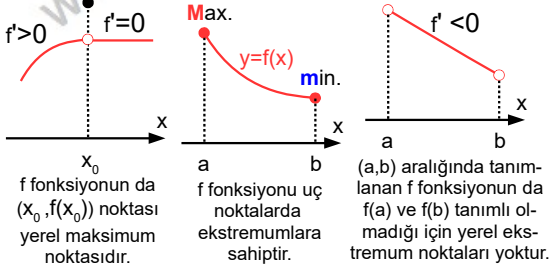
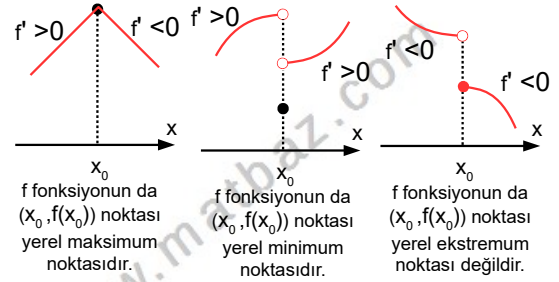
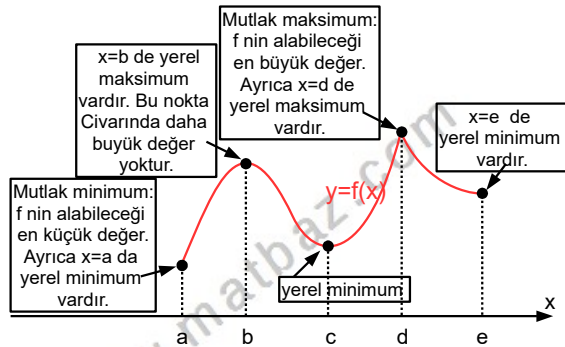
Benzer bir düşünceyle  $x_1 \in (a,b)$  olmak üzere  $y=f(x)$  fonksiyonu  $(x_1 - \epsilon, x_1 + \epsilon)$  aralığında en küçük değerini  $x_1$  noktasında alıyorsa fonksiyonun bu noktada yerel minimumu vardır denir. Şekli inceleyiniz.



Yerel maksimum veya yerel minimuma kısaca yerel ekstremum denir.

Özetlersek  $x=x_0$  apsisini içide bulunduran en az bir açık aralıkta diğer tüm  $x$  değerleri için  $f(x_0) \leq f(x)$  oluyorsa  $x=x_0$  yerel minimum noktasının apsisi;  $f(x_0) \geq f(x)$  oluyorsa  $x=x_0$  yerel maksimum noktasının apsisi olur.

Şekli inceleyiniz.



#### TEOREM 1 : SÜREKLİ FONKSİYONLAR İÇİN EKSTREMUM DEĞER TEOREMİ

$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)$  sürekli bir fonksiyon ise  $f$  fonksiyonu  $A$  da maksimum ve minimum değerlerine sahiptir.

#### TEOREM 2

Eğer  $f$  fonksiyonu  $c$  gibi bir noktada ekstremum değerine sahip ve yine bu noktada türevlenebiliyorsa  $f'(c)=0$  olur.

## TÜREV - 5

### EKSTREMUM NOKTALARI

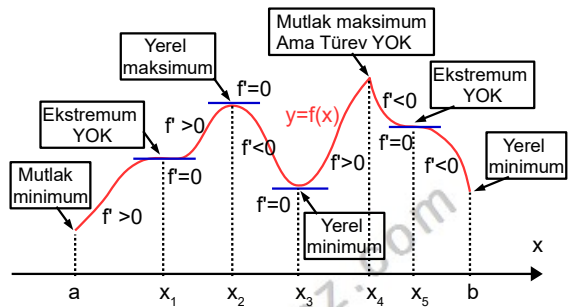
#### UYARI:

Bir fonksiyonun bir noktada türevinin 0 olması fonksiyonun o noktada ekstremuma sahip olmasını gerektirmez.

#### KRİTİK NOKTA

$x_0$ ,  $f$  fonksiyonun tanım kümesinin bir elemanı ve  $f'(x_0)=0$  oluyorsa veya  $f'(x_0)$  yoksa  $x=x_0$  kritik nokta adını alır. Sınırlı bir aralıkta tanımlı noktalar için sınır değerleri de ekstremum için mutlaka araştırılmalıdır.

Genel olarak  $y=f(x)$  fonksiyonu ekstremum değerlerini uç noktalarda veya kritik noktalarda alır.



#### Örnek...1 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3-3x+2$  fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

#### Örnek...2 :

$f(x)=y=3x^4-16x^3+24x^2$  fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

#### Örnek...3 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=\frac{x}{3-4x}$  fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

#### Örnek...4 :

$f(x)=y=x^5+4x^2+ax-3$  fonksiyonun  $x=2$  de ekstremumu varsa  $a$  ne olmalıdır?

#### Örnek...5 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3+mx^2+nx-2$  fonksiyonu  $x=0$  da maksimum,  $x=1$  de minimum değerine sahipse  $(m,n)$  ikilisini bulunuz?

## TÜREV - 5

### EKSTREMUM NOKTALARI

#### Örnek...6 :

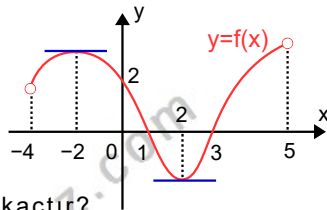
$f: [3,2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=3x^2-24$  fonksiyonunun maksimum değerini bulunuz?

#### Örnek...7 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3-3x^2+6x+2$  veriliyor.  
 $y=f'(x)$  fonksiyonunun minimum değerini bulunuz?

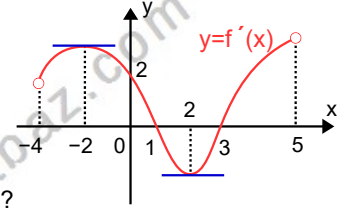
#### Örnek...8 :

Grafik  $y=f(x)$  fonksiyonuna aittir. Buna göre fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerinin çarpımı kaçtır?



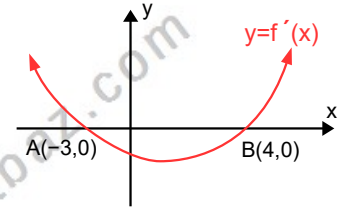
#### Örnek...9 :

Grafik  $y=f'(x)$  fonksiyonuna aittir. Buna göre fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerini belirtiniz?



#### Örnek...10 :

Türevinin grafiği şekildeki gibi olan  $y=f(x)$  fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi nedir?



#### Örnek...11 :

$y=f(x)=x^3-3x^2+n$  fonksiyonunun grafiği x eksenini 3 noktada kesiyorsa m nin kaç farklı tamsayı değeri vardır?

## TÜREV - 5

### EKSTREMUM NOKTALARI

#### Örnek...12 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3-3x^2+mx+n$  fonksiyonun tersi varsa en küçük  $m$  tamsayısı kaçtır?

#### Örnek...13 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=|x|$  fonksiyonunun yerel ekstremum değeri nedir?

#### Örnek...14 :

$f: [-2,4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x|x^2-1|+2x$  fonksiyonunun mutlak maksimum ve minimum değerleri nedir?

#### Örnek...15 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x+1$  fonksiyonu ve  $y=k$  fonksiyonu hangi  $k$  değerleri için 3 farklı noktada kesişir?

#### Örnek...16 :

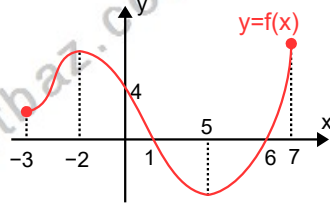
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^3+x^2+mx+3$  eğrisine  $y=-3$  doğrusuna paralel olacak şekilde iki teğet çizilebiliyorsa  $m$  kaçtır?

## TÜREV - 5

### EKSTREMUM NOKTALARI

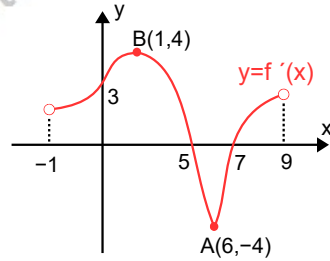
#### DEĞERLENDİRME

- 1)  $y=f(x)$  fonksiyonu veriliyor.  $f(x)$  fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının absislerini belirleyiniz.



- 2)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^5-4x^2+mx+2$  fonksiyonu  $x=1$  de ekstremuma sahipse  $m$  kaçtır?

- 3)  $y=f(x)$  fonksiyonu veriliyor.  $f(x)$  fonksiyonunun yerel minimum noktasının absisini belirleyiniz.



- 4)  $f: [-2,3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=y=x^2+8x+1$  fonksiyonun mutlak maksimum ve mutlak minimum noktalarını bulunuz?

- 5)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x|x|$  fonksiyonunun yerel ekstremum değeri var mıdır?

- 6)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=mx^3-3x^2+x+n$  fonksiyonun tersi yoksa  $m$  kaçtır?

- 7)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=\frac{x^2+mx+2}{x+3}$  yerel ekstremum değerleri çarpımı 4 ise  $m$  kaçtır?