

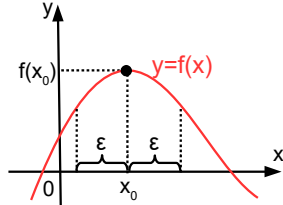
TÜREV UYGULAMALARI - 5

EKSTREMUM NOKTALARI

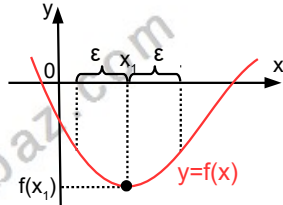
YEREL MAKSİMUM VE YEREL MİNİMUM:

$f: A \rightarrow B$, $y=f(x)$ sürekli fonksiyonu verilsin. $X_0 \in (a,b)$ olmak üzere f fonksiyonu $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon)$ aralığında en büyük değerini x_0 noktasında alıyorsa fonksiyonun bu noktada yerel maksimumu vardır denir. Şekli inceleyiniz.

Yandaki şekilde x_0 içine alan bir aralıkta $f(x_0)$ değerinden daha büyük bir görüntüye sahip değer bulunmadığından $f(x_0)$ değeri yerel maksimum ve x_0 noktası yerel maksimum noktasının apsisi.



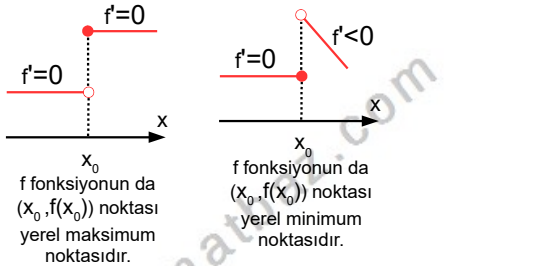
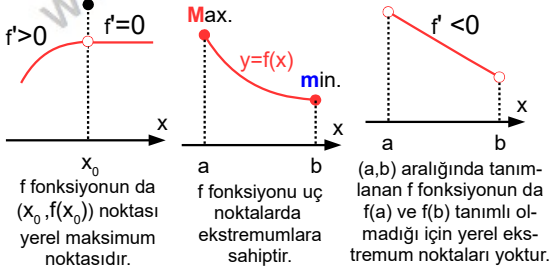
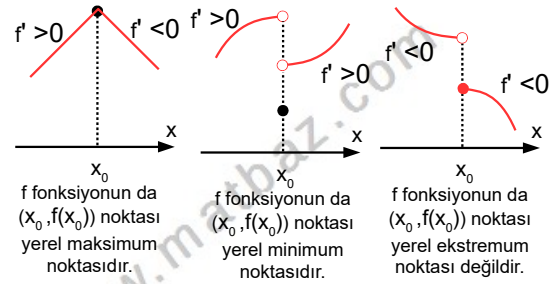
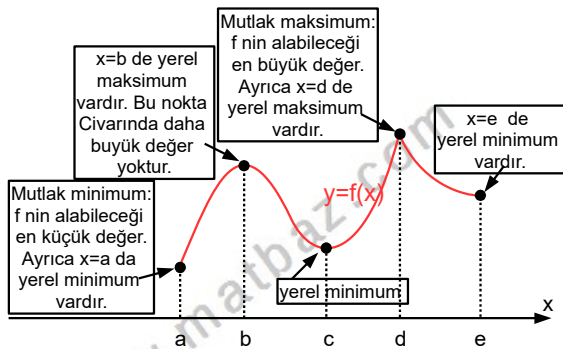
Benzer bir düşünceyle $x_1 \in (a,b)$ olmak üzere $y=f(x)$ fonksiyonu $(x_1 - \epsilon, x_1 + \epsilon)$ aralığında en küçük değerini x_1 noktasında alıyorsa fonksiyonun bu noktada yerel minimumu vardır denir. Şekli inceleyiniz.



Yerel maksimum veya yerel minimuma kısaca yerel ekstremum denir.

Özetlersek $x=x_0$ apsisini içide bulunduran en az bir açık aralıkta diğer tüm x değerleri için $f(x_0) \leq f(x)$ oluyorsa $x=x_0$ yerel minimum noktasının apsisi; $f(x_0) \geq f(x)$ oluyorsa $x=x_0$ yerel maksimum noktasının apsisi olur.

Şekli inceleyiniz.



TEOREM 1 : SÜREKLİ FONKSİYONLAR İÇİN EKSTREMUM DEĞER TEOREMİ

$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ sürekli bir fonksiyon ise f fonksiyonu A da maksimum ve minimum değerlerine sahiptir.

TEOREM 2

Eğer f fonksiyonu c gibi bir noktada ekstremum değerine sahip ve yine bu noktada türevlenebiliyorsa $f'(c)=0$ olur.

TÜREV UYGULAMALARI – 5

EKSTREMUM NOKTALARI

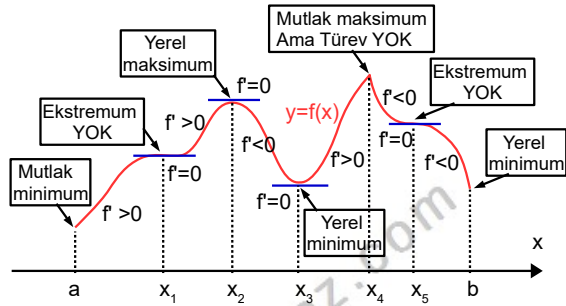
UYARI:

Bir fonksiyonun bir noktada türevinin 0 olması fonksiyonun o noktada ekstremuma sahip olmasını gerektirmez.

KRİTİK NOKTA

x_0 , f fonksiyonun tanım kümesinin bir elemanı ve $f'(x_0)=0$ oluyorsa veya $f'(x_0)$ yoksa $x=x_0$ kritik nokta adını alır. Sınırlı bir aralıkta tanımlı noktalar için sınır değerleri de ekstremum için mutlaka araştırılmalıdır.

Genel olarak $y=f(x)$ fonksiyonu ekstremum değerlerini uç noktalarda veya kritik noktalarda alır.



Örnek...1 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3-3x+2$ fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

Örnek...2 :

$f(x)=y=3x^4-16x^3+24x^2$ fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

Örnek...3 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=\frac{x}{3-4x}$ fonksiyonun ekstremum noktalarını bulunuz?

Örnek...4 :

$f(x)=y=x^5+4x^2+ax-3$ fonksiyonun $x=2$ de ekstremumu varsa a ne olmalıdır?

Örnek...5 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3+mx^2+nx-2$ fonksiyonu $x=0$ da maksimum, $x=1$ de minimum değerine sahipse (m,n) ikilisini bulunuz?

TÜREV UYGULAMALARI – 5

EKSTREMUM NOKTALARI

Örnek...6 :

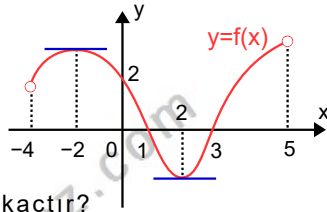
$f: [3,2] \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=3x^2-24$ fonksiyonunun maksimum değerini bulunuz?

Örnek...7 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3-3x^2+6x+2$ veriliyor.
 $y=f'(x)$ fonksiyonunun minimum değerini bulunuz?

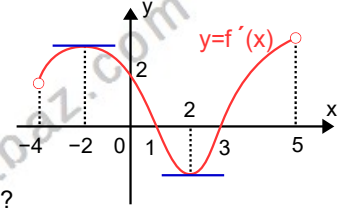
Örnek...8 :

Grafik $y=f(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerinin çarpımı kaçtır?



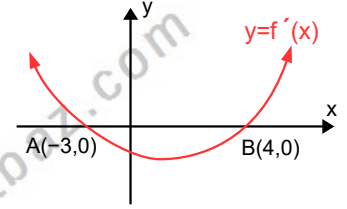
Örnek...9 :

Grafik $y=f'(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerini belirtiniz?



Örnek...10 :

Türevinin grafiği şekildeki gibi olan $y=f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi nedir?



Örnek...11 :

$y=f(x)=x^3-3x^2+n$ fonksiyonunun grafiği x eksenini 3 noktada kesiyorsa m nin kaç farklı tamsayı değeri vardır?

TÜREV UYGULAMALARI – 5

EKSTREMUM NOKTALARI

Örnek...12 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3-3x^2+mx+n$ fonksiyonun tersi varsa en küçük m tamsayısı kaçtır?

Örnek...13 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=|x|$ fonksiyonunun yerel ekstremum değeri nedir?

Örnek...14 :

$f:[-2,4]\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x|x^2-1|+2x$ fonksiyonunun mutlak maksimum ve minimum değerleri nedir?

Örnek...15 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x+1$ fonksiyonu ve $y=k$ fonksiyonu hangi k değerleri için 3 farklı noktada kesişir?

Örnek...16 :

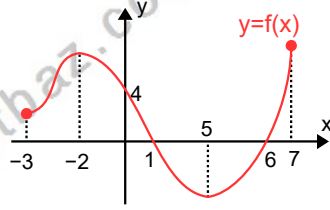
$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)=x^3+x^2+mx+3$ eğrisine $y=-3$ doğrusuna paralel olacak şekilde iki teğet çizilebiliyorsa m kaçtır?

TÜREV UYGULAMALARI – 5

EKSTREMUM NOKTALARI

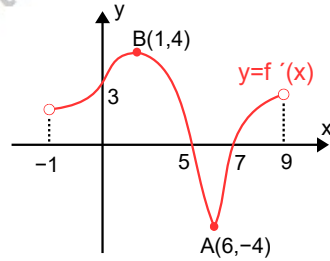
DEĞERLENDİRME

- 1) $y=f(x)$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsilerini belirleyiniz.



- 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=x^5-4x^2+mx+2$ fonksiyonu $x=1$ de ekstremuma sahipse m kaçtır?

- 3) $y=f(x)$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisini belirleyiniz.



- 4) $f: [-2,3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=y=x^2+8x+1$ fonksiyonun mutlak maksimum ve mutlak minimum noktalarını bulunuz?

- 5) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=x|x|$ fonksiyonunun yerel ekstremum değeri var mıdır?

- 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=mx^3-3x^2+x+n$ fonksiyonun tersi yoksa m kaçtır?

- 7) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=\frac{x^2+mx+2}{x+3}$ yerel ekstremum değerleri çarpımı 4 ise m kaçtır?