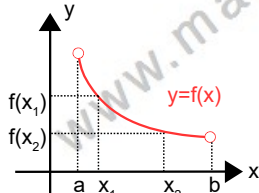


## TÜREV -4

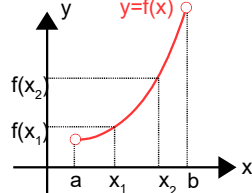
### ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

#### TÜREV VE ARTANLIK AZALANLIK

$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $y=f(x)$  olsun  
her  $x_1 < x_2$  için  $f(x_1) < f(x_2)$  oluyorsa  $f$  fonksiyonu **artan**  
her  $x_1 < x_2$  için  $f(x_1) > f(x_2)$  oluyorsa  $f$  fonksiyonu **azalan** fonksiyondur.



Her  $x_1 < x_2$  ve  $f(x_2) < f(x_1)$  olduğundan  $f(x)$  azalandır



Her  $x_1 < x_2$  ve  $f(x_1) < f(x_2)$  olduğundan  $f(x)$  artandır

#### TEOREM

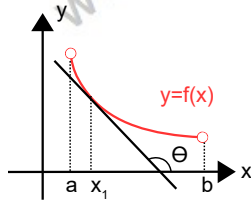
$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $y=f(x)$  olsun. Türevli  $y=f(x)$  fonksiyonunda

$\forall x\in(a,b)\subset A$ ,  $f'(x) > 0$  ise  $f$  fonksiyonu  $(a,b)$  aralığında artan;

$\forall x\in(a,b)\subset A$ ,  $f'(x) < 0$  ise  $f$  fonksiyonu  $(a,b)$  aralığında azalan bir fonksiyondur.

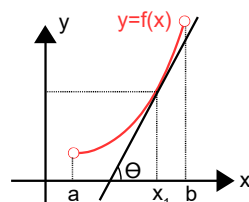
Geometrik yorum: Verilen aralıkta çizilen teğet doğruların eğim açıları ürevin işaretidir

Azalan fonksiyon



$$m = \tan\theta = f'(x_1) < 0$$

Artan fonksiyon



$$m = \tan\theta = f'(x_1) > 0$$

Özet olarak bir fonksiyonun artanlığı ve azanlığı araştırılırken fonksiyonun türevinin işaretine göre yorum yapılır.

**İspat**  $x_0 \in (a,b)$  ve  $f'(x_0) > 0$  olsun. Bu durumda  $f'(x_0^+) > 0$  olur. Yani

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

limitinin değeri de pozitiftir.  $h > 0$  olduğundan

$$f(x_0+h) - f(x_0) > 0 \text{ veya } f(x_0+h) > f(x_0)$$

olmalıdır.  $f'(x_0^-) > 0$  olduğu durumu da siz gösteriniz

#### Örnek...1 :

$f(x)=2x+1$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

#### Örnek...2 :

$f(x)=x^2+4x$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

#### Örnek...3 :

$f(x)=x^3-x$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

#### Örnek...4 :

$f(x)=x^3$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

## TÜREV -4

### ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

#### Örnek...5 :

$f(x)=\frac{x^3}{3}-mx^2+4x+2$  fonksiyonunun daima artan olması için  $m$  nasıl seçilmelidir ?

#### Örnek...6 :

$y=f(x)$  fonksiyonu  $(-5,-1)$  aralığında negatif tanımlı artan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

a)  $y=f^2(x)$

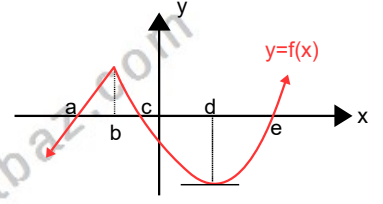
b)  $y=\frac{1}{f(x)}$

c)  $y=x.f(x)$

d)  $y=f(x^3)$

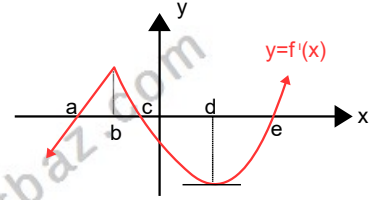
#### Örnek...7 :

Grafığı verilen  $y=f(x)$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



#### Örnek...8 :

Türevinin grafiği verilen  $y=f(x)$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



## TÜREV -4

### ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

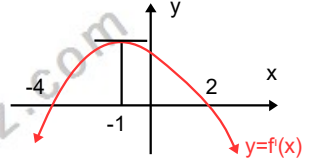
#### DEĞERLENDİRME

- 1)  $y=f(x)=-x^2-3x+1$  fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık nedir?

- 2)  $y=e^{x^2-x+2}$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

- 3)  $f(x)=\frac{x^3}{3}-mx^2+mx+2$  fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir ?

- 4) Türevinin grafiği verilen  $y=f(x)$  fonksiyonunun artan olduğu en geniş açık  $(a,b)$  ise  $a^b$  kaçtır



- 5)  $y=f(x)$  fonksiyonu  $(-2,2)$  aralığında pozitif tanımlı azalan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

a)  $y=f^3(x)$

b)  $y=f(-x)$

c)  $\frac{1}{f(x)}$