

TÜREV - 2

KURALLAR-1

TÜREV KURALLARI :

Takip eden türev kurallarının hepsi türevin limit tanımı kullanılarak bulunmuştur. Biz bunlardan sadece ilk ikisinin ispatını vereceğiz.

SABİT FONKSİYONUN TÜREVİ

$$f(x)=c \in \mathbb{R} \text{ ise } f'(x)=0 \text{ olur.}$$

İSPAT

$$f'(x)=\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{c-c}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{0}{h} \right) = 0$$

Örnek...1 :

$$f(x)=-7 \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...2 :

$$f(x)=-3\frac{\pi}{2} \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...3 :

$$f(x)=\sin^2 x + \cos^2 x \text{ ise } f'(x)=?$$

KUVVET FONKSİYONUN TÜREVİ

$$f(x)=x^n \text{ ise } f'(x)=n \cdot x^{n-1}$$

İSPAT

Örnek...4 :

$$f(x)=x \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...5 :

$$f(x)=x^3 \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...6 :

$$f(x)=\frac{1}{x} \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...7 :

$$f(x)=\sqrt{x} \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...8 :

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \text{ ise } f'(x)=?$$

UYARI

f türevlenebilen bir fonksiyon ve $c \in \mathbb{R}$ ise $(c \cdot f)' = c \cdot f'$ olur.

TÜREV - 2

KURALLAR-1

Örnek...9 :

$$f(x)=9x^3 \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...10 :

$$f(x)=\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2} \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...11 :

$$f(x)=\frac{12}{\sqrt[3]{x}} \text{ ise } f'(x)=?$$

TOPLAM VEYA FARKIN TÜREVİ

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon ise $f \oplus g$ de f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve $(f \oplus g)' = f' \oplus g'$

Örnek...12 :

$$f(x)=x^3+x^2 \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...13 :

$$f(x)=3x^7-2x^6 \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...14 :

$$f(x)=6x^3-7x^2+\frac{1}{x} \text{ ise } f'(1)=?$$

Örnek...15 :

$$f(x)=ax^b+bx^a \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...16 :

$$f(x)=(x^3+x^2)(4x-3) \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...17 :

$$f(x)=\frac{4x^3-3x^2-6x+5}{x^2} \text{ ise } f'(x)=?$$

Örnek...18 :

f(x) polinom fonksiyon ve
 $f(x)+f'(x)=2x^2-3x+2 \text{ ise } f(0)=?$

TÜREV - 2

KURALLAR-1

Örnek...19 :

$$f(x) = \sum_{k=0}^{30} (-x)^{1+k} \text{ ise } f'(1) = ?$$

Örnek...20 :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{30} \left(\frac{1}{x}\right)^i \text{ ise } f'(1) = ?$$

Örnek...21 :

$$f(x) = \sum_{n=0}^2 \left(\frac{x^n}{n!}\right) \text{ ise } f'(1) = ?$$

ÇARPIMIN TÜREVİ

f ve g iki fonksiyon olmak üzere, $f \cdot g$ fonksiyonu da f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Örnek...22 :

$$f(x) = x^2(4x-3) \text{ ise } f'(x) = ?$$

Örnek...23 :

$$f(x) = (x^2 - x) \cdot (x^2 + 1) \text{ ise } f'(-1) = ?$$

Örnek...24 :

$$f(x) = (x^2 + 2x + 4) \cdot (x - 2) \text{ ise } f'(10) = ?$$

Örnek...25 :

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \text{ ise } f'(4) = ?$$

TÜREV - 2

KURALLAR-1

Örnek...26 :

$$f(x) = \sum_{k=1}^{14} \log(x^{2k} + 1) \text{ ise } f'(0) = ?$$

Örnek...29 :

$$f(x) = \frac{3x^5 - 5x^3 + 1}{x^3 - 1} \text{ ise } f'(0) = ?$$

BÖLÜMÜN TÜREVİ

f ve g iki fonksiyon olmak üzere $\frac{f}{g}$ de f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Örnek...27 :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 + x} \text{ ise } f'(x) = ?$$

Örnek...30 :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} \text{ ise } f'(1) = ?$$

Örnek...28 :

$$f(x) = \frac{3x-1}{x+5} \text{ ve } f^{-1}(x) = h(x) \text{ ise } h'(x) = ?$$

TÜREV - 2

KURALLAR-1

DEĞERLENDİRME

1) $f(x) = \sin^2 2x - \cos^2 2x + \cos 4x$ ise $f'(x) = ?$

2) $f(x) = \sum_{k=0}^3 (x)^{-k+2}$ ise $f'(1) = ?$

3) $f(x) = \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})$ ise $f'(64) = ?$

4) $f(x)$ polinom fonksiyon ve $f(x) \cdot f'(x) = 2x^3 - x^2 + 10x + 2$ ise bu polinomun sabit terimi katsayılar toplamından kaç fazladır?

5) $f(x) = (x^3 + x^2)(4x - 3)$ ise $f'(1) = ?$

6) $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-10)$ ise $f'(4) = ?$

TÜREV - 2

KURALLAR-1

7) $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x^2 + 1}$ ise $f'(1) = ?$

c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2}$ ise $(f^{-1})'(x) = ?$

8) $x > 0$, $f(x) = \frac{\sum_{k=1}^5 x^{2k}}{\sum_{k=1}^5 x^{2k-1}}$ olduğuna göre $f'(1) = ?$

9) Fonksiyonların önce terslerini sonra türevlerini bulunuz

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 5$ ise $(f^{-1})'(x) = ?$

b) $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$, $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ ise $(f^{-1})'(1) = ?$