PERMÜTASYON (SIRALAMA)

r, n ∈ N ve r ⩽ n olmak koşulu ile, n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı her sıralı r'lisine A kümesinin r'li permütasyonu denir.

n elemanlı bir kümenin r'li permütasyonları (sıralamaları) sayısı P(n,r) ile gösterilir.

$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$ dir.

Not

Sıralama kavramı taşıyan ifadeler saymanın temel ilkesi ya da permütasyondur.
Permütasyonun tanımından anlaşılabileceği gibi, birbirinden farklı dizilişler permütasyonla çözülebilir.

Permütasyonla çözülebilen her problem saymanın temel ilkesi ile çözülebilir.

Örnek...1 :
P(n,4) = 30 . P(n,2) eşitliğini sağlayan n kaçtır?

8

Örnek...2 :
A ={1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

120

Örnek...3 :
5 kişi, 5 görev yerinde kaç değişik biçimde görevlendirilebilir?

120

Örnek...4 :
Batuhan, Buğra,İlker, Meltem ve Alitamer 5 kişilik bir sıraya.

a) Kaç farklı biçimde oturabilirler?

b) Batuhan ile Meltem yan yana olmak üzere kaçdeğişik biçimde oturabilirler?

120, 48

Örnek...5 :
6 kişi belli ikisi yan yana olmamak üzere kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

480

Örnek...6 :
{11,3,5,7,9} kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 7 elemanı bulunur?

36

Örnek...7 :
Farklı 4 matematik, 5 fizik ve 3 kimya kitabı bir rafa

a) Kaç farklı biçimde

12!

b) Matematik kitapları yan yana olmak üzere

9!.4!

c) Aynı tür kitaplar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde sıralanabilir?

$4!.5!.(3!)^2$

Örnek...8 :

4 kız ve 4 erkek aynı cinsiyetten iki kişi yan yana olmamak üzere uzun bir masada yemek yiyeceklerdir. Kaç farklı biçimde oturabilirler?

$(4!)^2.2!$

Örnek...9 :

A ={1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların kaç tanesinde 3 rakamı 5 rakamının solunda bulunur?

60

Örnek...10 :

Selin ile Merve'nin de aralarında bulunduğu n kişi düz bir sıraya oturacaklardır. Selin ile Merve'nin yan yana olmadığı 480 farklı dizilim olduğuna göre, n kaçtır?

6

TEKRARLI (YİNELEMELİ) PERMÜTASYON

n tane nesneden bazılarının yer değiştirmesi, değişik bir sıralanma oluşturmayabilir.

n nesnenin n_1 tanesi 1. çeşitten, n_2 tanesi 2.çeşitten, n_3 tanesi 3. çeşitten n_k tanesi de k. çeşitten olsun.
$n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ olmak üzere bu n nesnenin permütasyonlarının (dizilişlerinin) sayısı $\dfrac{n!}{n_1!.n_2!...n_k!}$ dir.

Örneğin ADA kelimesinin harflerinin yerleri değişmesi sonucu 6 farklı sıralama yerine 3 farklı sıralama elde edilir.

Örnek...1 :

Özdeş 3 mavi , 4 kırmızı ve 5 yeşil kalem bir sırada yan yana kaç farklı biçimde dizilir?

$\dfrac{12!}{3!.4!.5!}$

Örnek...2 :

"MATEMATİK" sözcüğündeki harfler yer değiştirildiğinde, anlamlı ya da anlamsız 9 harfli kaç değişik yazılış olur?

$\dfrac{9!}{2!.2!.2!}$

Örnek...3 :

8,7,7,6,6,3 rakamları ile 6 ile başlayıp 3 ile biten
a) 6 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
b) 5 basamaklı kaç sayı yazılabilir?

a) 24 b)12

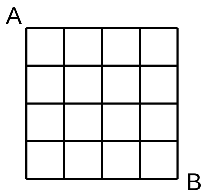
Örnek...4 :

BEMBEYAZ kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek yazılabilen anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kelimelerin kaç tanesinde B harflerini E harfleri takip eder? (Araya başka harf girmiyor)

360

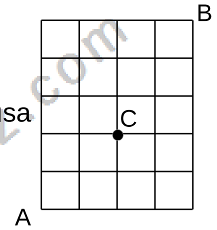
Örnek...5 :

Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, , B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



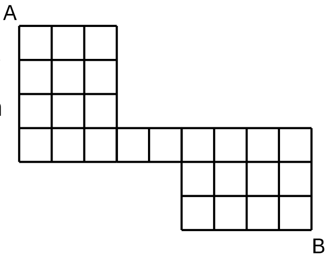
70

ii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, C'ye uğramak koşuluyla, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



60

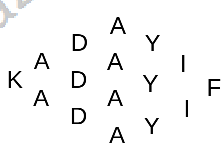
İii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A'dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



a) 24 b)1225

Örnek...6 :

Soldaki k harfinden başlayıp komşu harfleri takip ederek sağdaki f harfiyle bitecek şekilde "kadayıf" kelimesi kaç farklı şekilde okunabilir?



20

Örnek...7 :

32002423 sayısının rakamlarının yeri değiştirilerek 8 basamaklı
a) kaç sayı

b) kaç farklı tek sayı yazılabilir?

c) kaç farklı çift sayı yazılır?

a)1260 b)600 c)660

Örnek...8 :

Bir para 8 kez atıldığında üçünün tura olduğu kaç farklı durum vardır?

56

Örnek...9 :

5 özdeş oyuncak üç çocuğa
a) kaç farklı biçimde verilebilir?

b) her çocuk en az bir oyuncak alacaksa kaç farklı biçimde verilebilir?

a)21 b)6

Örnek...10 :

Bir pastanede 5 çeşit pasta bulunmaktadır 10 tane pasta almak isteyen biri her çeşitten en az bir tane almak koşuluyla kaç farklı seçim yapar

126

Örnek...11 :

Rakamları toplamı 8 olan kaç farklı 3 basamaklı sayı vardır?

36

Örnek...12 :

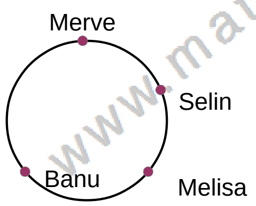
1,2,3,4,5,6,7 rakamlarıyla yazılacak 7 basamaklı rakam tekrarsız sayıların kaç tanesinde çift sayılar soldan sağa artan sıradadır.

840

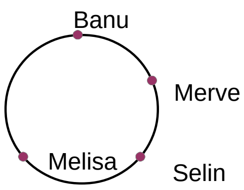
DÖNEL (DAİRESEL) SIRALAMA:

Aşağıda bir masada kağıt oynayan dört kişi için iki farklı oturma düzeni verilmiştir İnceleyiniz.

A



B



Yukarıdaki iki durumda da bir dönme yönü seçilirse (saat yönü gibi) sıralamaların farklı olmadığı ortaya çıkar. Dolayısıyla basit bir kapalı eğri, örneğin bir çember üzerinde bulunan n tane nesnenin dönel sıralamalarının sayısını bulmak için nesnelerin bir tanesini sabitler diğer nesnelerin yerlerini değiştiririz

Özetle n nesne çembersel bir eğri etrafına

$P(n-1,n-1)=(n-1)!$ sayıda sıralanır

Örnek...1 :

4 erkek, 4 kadın yuvarlak masa etrafında
a) Hiçbir koşula bağlı olmadan,

b) Belli iki kadın yan yana olmak üzere

c) Kadınlar bir arada olmak üzere

d) Bir kadın bir erkek olmak üzere kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

a)7! b)2.6! c)$(4!)^2$ d) 144

Örnek...2 :

3 çocuklu 5 kişilik bir aile yuvarlak bir masa etrafına
a) koşulsuz

b) anne ve baba yan yana gelecek şekilde

c) sadece en küçük çocuk anne ve baba arasında olacak şekilde kaç farklı biçimde oturabilir

a)7! b)1440 c) 240

Not: Anahtar, boncuk gibi nesnelerin dairesel sıralamasında bu sıralamaya iki yönden de bakılabildiği için sıralama yarıya düşer ($n > 2$)

Örnek...3 :

7 değişik anahtar, yuvarlak ve maskotsuz bir anahtarlığa kaç değişik biçimde takılabilir?

360

Örnek...4 :

7 değişik anahtar, yuvarlak ve maskotlu bir anahtarlığa kaç değişik biçimde takılabilir

2520