

LİMİT – 3

$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİ

LİMİT HESABINDA BELİRSİZLİK DURUMLARI

$y=f(x)$ fonksiyonu için bazen $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

değeri bulunurken x yerine a yazdığımızda

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \infty^0$ durumları ile

karşılaşabiliriz. Sonuç olarak $f(x)$ fonksiyonunda $x \rightarrow a$ veya $x \rightarrow \infty$ için hesaplanan limit yukarıdaki ifadelerden biri oluyorsa, bir belirsizlik durumu vardır denir. Belirsizlik giderilerek limit var ise bulunabilir.

Limit hesaplandığında ortaya çıkan sayıların gerçek 0 ve gerçek 1 olmayabileceğine dikkat ediniz.

$\frac{0}{0}$ BİÇİMİNDEKİ BELİRSİZLİKLER

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ belirsizliği giderilirken

a) kesrin pay ve paydasında $(x-a)$ çarpanı sadeleştirilebilir

b) pay ve payda 1 ile genişletilebilir (!!)

c) değişken değiştirilebilir

Son durumda ifadeler düzenlenir, sadeleştirme yapılır ve limit alınır.

Örnek...1 :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = ?$$

Örnek...2 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1} = ?$$

Örnek...3 :

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)^2}{x^2 - 36} = ?$$

Örnek...4 :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^3 - 27} = ?$$

Örnek...5 :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{y^2 - h^2}{h^6 - y^6} = ?$$

Örnek...6 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt[3]{x} - 1)} = ?$$

Yol gösterme: $x=t^6$ değişken değiştirmesi yapabilirsiniz.

LİMİT – 3

$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİ

UYARI

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \in \mathbb{R}$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ oluyorsa

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ olmalıdır. Buradaki bölümün

limit değeri belirsizlik kaldırıldıktan sonra bulunmuştur.

Örnek...7 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + 2}{x - 1} = k \in \mathbb{R} \text{ ise } a + k = ?$$

Örnek...8 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + mx + n}{x - 1} = n \in \mathbb{R} \text{ ise } (m, n) \text{ ikilisini}$$

bulunuz.

Örnek...9 :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 + mx + 3} = \frac{1}{2} \text{ ise } m = ?$$

LİMİT – 3

$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİ

DEĞERLENDİRME – 1

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 4} = ?$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{8}{7}} \frac{49x^2 - 64}{6x^5 - 3x^3 - 8x + 9} = ?$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 8x + 15} = ?$

4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + 3x + 2}{x + 2} = k \in \mathbb{R}$ ise $a + k = ?$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 + mx + 1} = r \neq 0$ ise $m = ?$

6) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x^3 - 1} = ?$