

KONİKLER

HİPERBOL

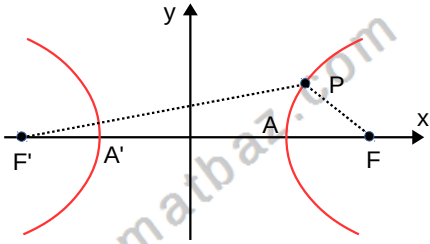
HİPERBOL

Düzlemde sabit F ve F' gibi iki noktaya uzaklıkları farkı 2a gibi sabit bir sayıya eşit olan noktalar kümesine hiperbol denir.

Şekilde $|PF'| - |PF| = |TF'| - |TF| = 2a$

Burada sabit F ile F' noktalarına **hiperbolün odakları**, odakların orta noktasına **hiperbolün merkezi** denir. (simetri merkezi)

Hiperbol odaklarından geçen eksene göre simetriktir. (**Asal eksen**, AA' doğrusu). Hiperbolün merkezinden geçen ve asal eksene dik olan eksene **yedek eksen** denir.



Merkezi orjin ve eksenleri koordinat eksenleri olan hiperbole merkezil hiperbol denir. (A ve A' hiperbolün köşeleridir)

Odakları x ekseninde olan (asal ekseni x eksenindedir) merkezil hiperbolde

Asal (büyük) eksen uzunluğu : 2a
Yedek (küçük) eksen uzunluğu : 2b
($c^2 = a^2 + b^2$)

Örnek...1 :

Şekilde odakları F ve F' olan merkezil hiperbolde

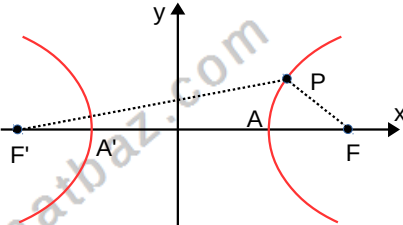
$$|PF'| = 18br,$$

$$|PF| = 6br$$

$$|AF| = 3br \text{ ise}$$

$$|AO| = ?,$$

$$|FA'| = ?, |FO| = ?$$



6,3,9

Hiperbolün Denklemi:

Odaklar F(c,0) ve F'(-c,0) ve odakları x ekseninde olan (asal ekseni x eksenidir) merkezil hiperbolde asal eksen uzunluğu 2a ve yedek eksen uzunluğu 2b ise denklem

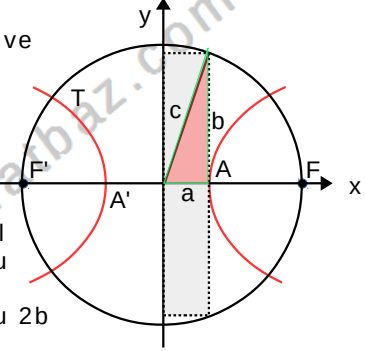
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ olarak elde edilir.}$$

Burada $a^2 + b^2 = c^2$ eşitliği geçerlidir.

Hiperbolün odaklarını birleştiren doğru parçası ile hiperbolün kesişim noktaları hiperbolün köşeleridir.

Şekildeki hiperbolün köşe koordinatları A(a,0) ve A'(-a,0) noktalarıdır.

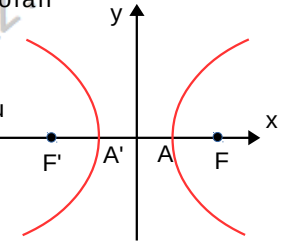
Not a=b ise hiperbole ikizkenar hiperbol denir



Örnek...2 :

Şekilde odaklarından biri F(5,0) ve köşelerinden biri A(4,0) olan merkezil hiperbolün

- a) odaklar arası uzaklığı
- b) yedek eksen uzunluğu
- c) asal eksen uzunluğu
- d) köşe koordinatları
- e) denklemi nedir?



a)10 b) 6 c)8 d) $(\pm 4,0)$ e) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Örnek...3 :

Asal ekseni x eksenini asal eksen uzunluğu 16 birim ve yedek eksen uzunluğu 12 birim olan merkezil hiperbolün simetri ekseni x eksenini ise odak koordinatlarını bulunuz?

$$F(\pm 10,0)$$

KONİKLER

HİPERBOL

Örnek...4 :

Yedek eksen uzunluğu 6 birim ve odaklarından biri $F(10,0)$ olan merkezli hiperbolün asal eksen uzunluğunu bulunuz?

$$2\sqrt{91}$$

Örnek...5 :

$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ denklemiyle verilen hiperbolün

- a) Merkez koordinatlarını
 - b) köşelerini
 - c) asal eksen uzunluğunu
 - d) yedek eksen uzunluğunu
 - e) odak koordinatlarını
 - f) grafiğini bulunuz.
- a)(0,0) b) $(\pm 12,0)$ c)24 d)10 e) $(\pm 13,0)$

Örnek...6 :

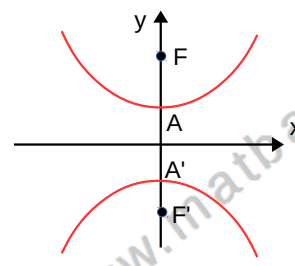
Asal eksen uzunluğu 10 ve odaklarından biri $F(6,0)$ olan merkezli hiperbolün denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$$

Örnek...7 :

Asal eksen uzunluğu 24 birim ve odaklarından biri $F(-13,0)$ olan merkezli hiperbolün denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$$



Odakları y ekseninde olan (asal eksen y eksenindedir) merkezli hiperbolde asal eksen uzunluğu $2a$ ve yedek eksen uzunluğu $2b$ ise denklem $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

olarak elde edilir.

Odakların y eksen i üzerinde bulunduğuna dikkat ediniz.

Örnek...8 :

$\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{25} = 1$ denklemiyle verilen hiperbolün

- a) Merkez koordinatlarını
- b) köşelerini
- c) asal eksen uzunluğunu
- d) yedek eksen uzunluğunu
- e) odak koordinatlarını
- f) grafiğini çiziniz.

a)(0,0) b) $(0, \pm 12)$ c)24 d)10 e) $(0, \pm 13)$

Örnek...9 :

Asal eksen uzunluğu 12 ve odaklarından biri $F(0,8)$ olan merkezli hiperbolün denklemini bulunuz?

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{28} = 1$$

KONİKLER

HİPERBOL

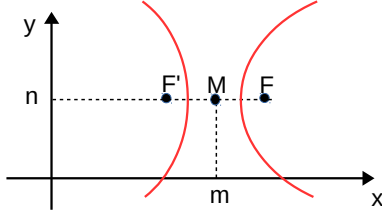
Örnek...10 :

F(0,5) ve F'(0,-5) noktalarına uzaklıkları farkı 6 birim olan noktaların geometrik yer denklemini ne olabilir?

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

Ekstra Bölümler

Merkezi M(m,n) olan Hiperbolün Denklemi:



Asal eksen uzunluğu 2a (simetri eksenini x eksenini) ve yedek eksen uzunluğu 2b olan merkezli hiperbolün merkezi orjinden M(a,b) noktasına kaydırılırsa oluşan hiperbolde

a) denklem $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$

b) doğrultmanı $x = \frac{\mp a^2}{c} + m$ doğrusu

c) odaklar F'(m-c,n) ve F(m+c,n) noktalarıdır.

d) Hiperbolün simetri eksenini FF' doğrusudur

(Asal eksen ve yedek eksen uzunlukları değişmez)

Örnek...11 :

$$\frac{(x-4)^2}{625} - \frac{(y+5)^2}{49} = 1 \text{ denkleminde verilen}$$

hiperbolün

- Merkez koordinatlarını
- köşelerini
- asal eksen uzunluğunu
- yedek eksen uzunluğunu
- odak koordinatlarını
- doğrultman doğrularını bulunuz.
- grafiğini çiziniz

a)(0,0) b) (0,±12) c)24 d)10 e) (0,±13)

Örnek...12 :

$$\frac{(y+5)^2}{25} - \frac{(x-4)^2}{16} = 1 \text{ denkleminde verilen}$$

hiperbolün

- Merkez koordinatlarını
- asal eksen uzunluğunu
- yedek eksen uzunluğunu
- odak koordinatlarını
- grafiğini çiziniz.

a)(4,-5) b)10 c)8 d) (4,-5±√41)

Örnek...13 :

Koordinat düzleminde A(3,2) ve B(3,12) noktalarına uzaklıkları farkı 8 birim olan noktaların geometrik yer denklemini ne olabilir?

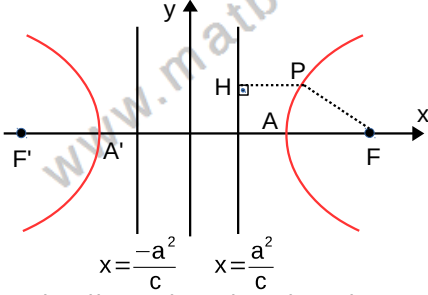
$$\frac{(y-7)^2}{16} - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$$

KONİKLER

HİPERBOL

UYARI Hiperbolün ikinci tanımı:

Düzlemde sabit bir noktaya uzaklığı sabit bir doğruya uzaklığına oranı 1 (e) den büyük noktalar kümesinin geometrik yeri hiperboldür.



Merkezil ve eksenini x eksenini , odaklarından biri F(c,0) ve asal eksen uzunluğu 2a olan hiperbolün denklemleri $x = \pm \frac{a^2}{c}$ olacak şekilde iki tane doğrultman doğrusu vardır. Burada dışmerkezlik $e = \frac{c}{a} = \frac{|PF|}{|PH|} < 1$

Örnek...14 :

Merkezi orjinde ve odaklarından biri F(8,0) olan hiperbolün dış merkezliği $\frac{4}{3}$ ise köşe koordinatlarını, doğrultman doğrularını bulunuz.

$$(\pm 6, 0) \quad x = \pm \frac{9}{2}$$

Örnek...15 :

Merkezi orjinde ve odaklarından biri F(0,4) olan doğrultman doğrultman doğrularından biri y=-2 ise hiperbolün denklemini bulunuz.

$$\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{8} = 1$$

Örnek...16 :

Köşelerinden biri A(-6,0) ve yedek eksen uzunluğu 16 birim olan merkezil hiperbolün doğrultman doğru denklemlerini bulunuz.

$$x = \pm \frac{18}{5}$$

Örnek...17 :

$25x^2 - 4y^2 = 400$ denklemiyle verilen hiperbolün doğrultman doğru denklemlerini bulunuz.

$$x = \pm \frac{8}{\sqrt{29}}$$