

KONİKLER

ELİPS

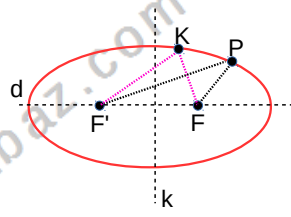
ELİPS

Düzlemde sabit F ve F' gibi iki noktaya uzaklıkları toplamı $2a$ gibi sabit bir sayıya eşit olan noktalar kümesine elips denir.

Şekilde $|KF| + |KF'| = |PF| + |PF'| = 2a$

Burada sabit F ile F' noktalarına **elipsin odakları**, odakların orta noktasına **elipsin merkezi** denir.

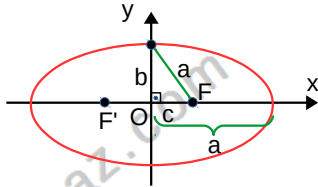
Elips odaklarından geçen eksene göre simetriktir. (**Asal** {büyük} eksen, d doğrusu). Elipsin merkezinden geçen ve asal eksene dik olan eksene **yedek** {küçük} eksen denir. (k doğrusu)



Merkezi orjin ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipse merkezli elips denir.

Odakları x ekseninde olan (asal eksen x eksenindedir) merkezli elipse

Asal (büyük) eksen uzunluğu : $2a$
Yedek (küçük) eksen uzunluğu : $2b$
Odaklar $F(c,0)$ ve $F'(-c,0)$
ve $b^2 + c^2 = a^2$



Örnek...1 :

Şekilde odakları F ve F' olan elipste

$$|KF| = 6br, |KF'| = 12br$$

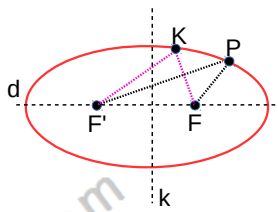
$$|FF'| = 4br \text{ ve } |PF| = 4br \text{ ise}$$

a) $|PF'|$ kaç birimdir

b) asal eksen uzunluğu kaç birimdir?

c) yedek eksen uzunluğu kaç birimdir?

a) 14 b) 18 c) $2\sqrt{77}$

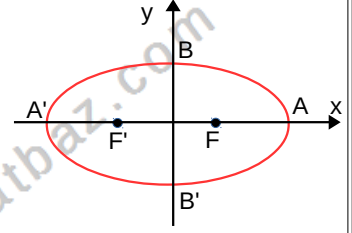


Elipsin Denklemi:

Odakları x ekseninde olan (asal eksen x eksenidir) merkezli elipste, asal eksen uzunluğu $2a$ ve yedek eksen uzunluğu $2b$ ise denklem

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ olarak elde edilir.}$$

Elipsin eksenleri ile kesişim noktaları olan noktalara köşe koordinatları denir. Şekildeki elipse te köşeler $A(a,0)$, $A'(-a,0)$, $B(0,b)$ ve $B'(0,-b)$ noktalarıdır.

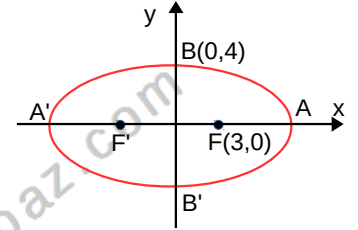


Örnek...2 :

Şekilde odaklarından biri $F(3,0)$ ve köşelerinden biri $B(0,4)$ olan merkezli elipsin

- odaklar arası uzaklık
- yedek eksen uzunluğu
- asal eksen uzunluğu
- köşe koordinatları
- denklemi nedir?

a) 6 b) 8 c) 10 d) $(0, \pm 4)$ $(\pm 5, 0)$ e) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$



Örnek...3 :

Asal eksen x eksen üzerinde ve asal eksen uzunluğu 60 birim, yedek eksen uzunluğu 36 birim olan merkezli elipsin odak koordinatlarını bulunuz?

$F(\pm 24, 0)$

KONİKLER

ELİPS

Örnek...4 :

Yedek eksen uzunluğu 6 birim ve odaklarından biri F(3,0) olan merkezli elipsin elipsin asal eksen uzunluğunu bulunuz?

$$6\sqrt{2}$$

Örnek...5 :

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ denkleminde verilen elipsin

- a) merkez koordinatlarını
 - b) köşelerini
 - c) asal eksen uzunluğunu
 - d) yedek eksen uzunluğunu
 - e) odak koordinatlarını bulunuz
 - f) grafiğini çiziniz
- a) M(0,0) b) $(\pm 10, 0)$ c) 20
d) 12 e) $(\pm 8, 0)$

Örnek...6 :

Asal eksen uzunluğu 10 ve odaklarından biri F(-4,0) olan merkezli elipsin denklemini bulunuz?

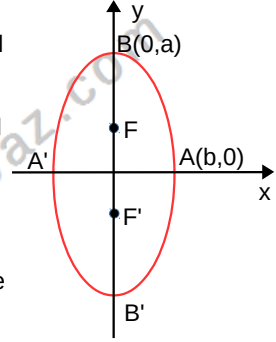
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Örnek...7 :

Asal eksen uzunluğu 50 birim ve odaklarından biri F(-7,0) olan merkezli elipsin denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{576} = 1$$

Odakları y ekseninde olan (asal eksen y eksenindedir) merkezli elipste asal eksen uzunluğu 2a ve yedek eksen uzunluğu 2b ise denklem $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ olarak elde edilir.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Odakların üzerinde bulunduğu eksen asal eksendir.

Örnek...8 :

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$ Denkleminde verilen elipsin

- a) merkez koordinatlarını
- b) köşelerini
- c) asal eksen uzunluğunu
- d) yedek eksen uzunluğunu
- e) odak koordinatlarını bulunuz
- f) grafiğini çiziniz.

- a) M(0,0) b) $(\pm 5, 0)$ c) 26
d) 10 e) $(0, \pm 12)$

Örnek...9 :

Asal eksen uzunluğu 24 ve odaklarından biri F(0,6) olan merkezli elipsin denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{108} + \frac{y^2}{144} = 1$$

ELIPS

Örnek...10 :

F(0,5) ve F'(0,-5) noktalarına uzaklıkları toplamı 24 birim olan noktaların geometrik yer denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{119} + \frac{y^2}{144} = 1$$

Örnek...11 :

Köşelerinden ikisi $P(0,6)$ ve $L(2,0)$ olan merkezli elipsin denklemini bulunuz?

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$$

Örnek...12 :

$$\frac{(x-4)^2}{625} + \frac{(y+5)^2}{49} = 1$$
 denklemiyle verilen elipsin

- Merkez koordinatlarını
- asal eksen uzunluğunu
- yedek eksen uzunluğunu
- odak koordinatlarını
- grafiğini çiziniz

a) M(4,-5) b) 50 c) 14 d) (28,-5) (-20,-5)

Örnek...13 :

$$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-7)^2}{25} = 1$$
 denklemiyle verilen elipsin

- a) Merkez koordinatlarını
b) asal eksen uzunluğunu
c) yedek eksen uzunluğunu
d) odak koordinatlarını

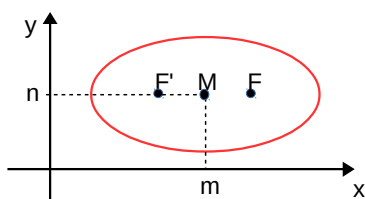
a) $M(3,7)$ b) 10 c) 8 d) $(3,10)$ $(3,4)$

Örnek...14 :

$x^2+4y^2=32$ elipsinin $K(a,2)$ noktasındaki
teğet ve normal denklemlerini bulunuz. ($0 < p$)
 $x+2y=8, 2y-x=8$

Ekstra Bölümler

ELİPSİN ÖTELENMESİ



Asal eksen
uzunluğu $2a$
(simetri
ekseni x
ekseni) ve
yedek eksen
uzunluğu $2b$
olan

merkezil elipsin merkezi orjinden $M(a,b)$ noktasına kaydırılırsa oluşan elipste

a) denklem $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$

b) doğrultmanı $x = \frac{-a^2}{c} + m$ doğrusu

c) odaklar $F'(m-c, n)$ ve $F(m+c, n)$ noktalarıdır.

d) Elipsin simetri eksenini FF' doğrusudur (Asal eksen ve yedek eksen uzunlukları değişmez)

KONİKLER

ELİPS

Örnek...15 :

Koordinat düzleminde A(3,5) ve B(3,9) noktalarına uzaklıkları toplamı 12 birim olan noktaların geometrik yer denklemini yazınız

$$\frac{(x-3)^2}{32} + \frac{(y-7)^2}{36} = 1$$

Örnek...16 :

Parametrik denklemleri $x=5.\cos t$, $y=3.\sin t$ olarak verilen eğrinin denklemini nedir?

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Örnek...18 :

Merkezi orjinde ve odaklarından biri F(0,6) olan elipsin doğrultman doğrularından biri $y=-24$ ise elipsin asal eksen uzunluğu kaçtır?

24

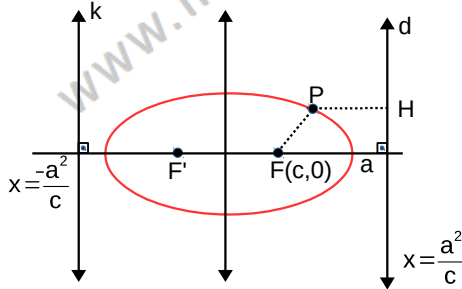
Örnek...19 :

Köşelerinden ikisi A(-6,0) ve B(0,7) olan merkezli elipsin doğrultman doğru denklemlerini bulunuz.

$$y = \frac{\pm 49}{\sqrt{13}}$$

UYARI : Elipsin ikinci tanımı

Düzlemde sabit bir noktaya uzaklığı sabit bir doğruya uzaklığına oranı 1 (e) den küçük noktalar kümesinin geometrik yeri elipstir.



Merkezli ve eksenleri x eksenine , odaklarından biri F(c,0) ve asal eksen uzunluğu 2a olan elipsin denklemleri

$x = \pm \frac{a^2}{c}$ olacak şekilde iki tane

doğrultman doğrusu vardır. (şekilde k ve d doğruları elipsin doğrultmanlarıdır)

Burada dışmerkezlilik $e = \frac{c}{a} = \frac{|PF|}{|PH|} < 1$

Örnek...17 :

Merkezi orjinde ve odaklarından biri F(8,0) olan elipsin dış merkezliği $\frac{2}{3}$ ise köşe koordinatlarını bulunuz.

$$(0, \pm 4\sqrt{5}) \quad (\pm 12, 0)$$

Örnek...20 :

$25x^2 + 4y^2 = 400$ denkleminde verilen elipsin doğrultman doğru denklemlerini bulunuz.

$$y = \frac{\pm 50}{\sqrt{21}}$$