

## İNTEGRAL-6

### TRİGONOMETRİK İNTEGRALLER

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x \, dx \quad \text{İNTEGRALI}$$

#### SİNÜS VE KOSİNÜS TÜRÜNDEN POLİNOMLARIN İNTEGRALLERİ

##### DURUM 1 :

m ve n den en az biri tekse, tek kuvvet olan terim parçalanır ve diğer ifade u seçilerek değişken değiştirilir. Sıklıkla  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  özdeşliği kullanılır

Örneğin  $\int \sin^3 x \cdot \cos^8 x \, dx$  ifadesinde tek olan  $\sin^3 x = \sin^2 x \cdot \sin x$  olarak parçalanır ve  $\int \sin^2 x \cdot \sin x \cdot \cos^8 x \, dx$  olarak yazılır.

Burada  $u = \cos x$  seçilir ve  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$  özdeşliğiyle beraber  $\int \sin^2 x \cdot \cos^8 x \cdot \sin x \, dx = \int (1 - u^2) u^8 \, du$  integraline dönüştürülür ve devam edilir. Eğer iki kuvvet te tekse küçük olan parçalanır

##### Örnek...1 :

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \, dx$$

$$\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$$

##### Örnek...2 :

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^{10} x \, dx$$

$$\frac{\cos^{13} x}{13} - \frac{\cos^{11} x}{11} + c$$

##### Örnek...3 :

$$\int \sin^8 x \cdot \cos^3 x \, dx$$

$$\frac{\sin^9 x}{9} - \frac{\sin^{11} x}{11} + c$$

##### Örnek...4 :

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x \, dx$$

$$\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$$

##### DURUM 2

Derece olarak sadece çift kuvvetler varsa kosinüsün yarım açı formüllerini kullanarak derece düşürülür. Hatırlatma :  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

##### Örnek...5 :

$$\int \sin^2 x \, dx$$

$$\frac{1}{4}(2x - \sin 2x) + c$$

## İNTEGRAL-6

### TRİGONOMETRİK İNTEGRALLER

#### Örnek...6 :

$$\int \cos^2 x dx$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 2x}{2} + x \right) + c$$

#### Örnek...8 :

$$\int \cos 3x \cdot \sin x dx$$

$$\frac{1}{8} (2 \cos 2x + \cos 4x) + c$$

#### Örnek...7 :

$$\int \cos^4 x dx$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{\sin 4x}{8} + \frac{3x}{2} + \sin 2x \right) + c$$

#### Örnek...9 :

$$\int \cos 4x \cdot \cos 2x dx$$

$$\frac{1}{12} (\sin 6x + 3 \cdot \sin 2x) + c$$

### DURUM 3

Bazen ters dönüşüm bağıntıları da kullanılabilir.

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) - \sin(x+y))$$

#### Örnek...10 :

$$\int \sin 3x \cdot \sin 5x dx$$

$$\frac{1}{16} (4 \cdot \sin 2x - \sin 8x) + c$$

## İNTEGRAL-6

### TRİGONOMETRİK İNTEGRALLER

#### DEĞERLENDİRME

1)  $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$

$$\frac{-1}{4}(\cos^4 x) + c$$

2)  $\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x dx$

$$\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$$

3)  $\int \cos^3 x \cdot \sin^3 x dx$

$$\frac{-1}{12}(\cos^6 x) + c$$

4)  $\int \sin^2 x \cdot \sin 2x dx$

$$\frac{\sin^4 x}{2} + c$$

5)  $\int \cos 6x \cdot \cos 4x dx$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 10x}{10} + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c$$

6)  $\int \cos 3x \cdot \sin 5x dx$

$$\frac{1}{16} (-4 \cos 4x + \cos 8x) + c$$

7)  $\int \sin^4 x dx$

$$\frac{3x}{4} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{16} + c$$