

İNTEGRAL 3

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

BELİRSİZ İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ 1 DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME METODU

$\int f(x)dx$ ifadesini hesaplayabilmek için sıklıkla türevde zincir kuralını tersine doğru işleriz.

Yani $\int f(g(x)).g'(x)dx$ integrali $\int f(u)du$ biçiminde yazılır ve integral alınarak $F(u)+C=F(g(x))+c$ olur.

Değişken değiştirme dediğimiz bu yöntemi kısaca özetlersek.

Adım1 $\int f(g(x)).g'(x)dx$ ifadesinde $u=g(x)$ ve $du=g'(x)dx$ seçilerek $\int f(u).du$ elde edilir. (türevi var olan fonksiyona u der ve du yu hesaplayıp integrali u değişkenine göre tekrar yazarız)

Adım2 u değişkenine göre integral alınır

Adım3 sonuçta u yerine yazılır.

Örnek...1 :

$$\int (x^5+x^2)(5x^4+2x) dx=?$$

$$\frac{(x^5+x^2)^2}{2}+c$$

8/3

Örnek...2 :

$$\int \frac{2x+7}{x^2+7x+121} dx$$

$$\ln|x^2+7x+121|$$

Örnek...3 :

$$\int \cos(5x+1) dx$$

$$\frac{1}{5}\sin(5x+1)+c$$

Örnek...4 :

$$\int (x^5+4x+e)^5.(5x^4-4) dx$$

$$\frac{(x^5+4x+e)^6}{6}+c$$

Örnek...5 :

$$\int 10\sin(5x^8+1)x^7 dx$$

$$-\frac{1}{4}\cos(5x^8+1)+c$$

Örnek...6 :

$$\int (3x-19)^{23} dx$$

$$\frac{1}{72}(3x-19)^{24}+c$$

Örnek...7 :

$$\int \frac{x}{\cos^2|x^2-2|} dx$$

$$\frac{1}{2}\tan(x^2-2)+c$$

Örnek...8 :

$$\int e^{x^2+\pi} 2x dx$$

$$e^{x^2+\pi}+c$$

Örnek...9 :

$$\int \frac{1}{(x+2)^{15}} dx$$

$$\frac{1}{14.(x+2)^{14}}+c$$

İNTEGRAL 3

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

Örnek...10 :

$$\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$$

$$\ln|\ln x| + c$$

Örnek...11 :

$$\int \frac{1}{\ln x^x} dx$$

$$\ln|\ln x| + c$$

Örnek...12 :

$$\int \frac{\ln x dx}{x \cdot (1 + \ln^2 x)}$$

$$\ln|1 + \ln x| + c$$

Örnek...13 :

$$\int \sqrt{x+2} dx$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{(x+2)^3} + c$$

Örnek...14 :

$$\int \sqrt{6x-23} dx$$

$$\frac{1}{9} \sqrt{(6x-23)^3} + c$$

Örnek...15 :

$$\int \frac{5x}{\sqrt{6x^2-23}} dx$$

$$\frac{5}{6} \sqrt{6x^2-23} + c$$

Örnek...16 :

$$\int \frac{2x}{\sqrt{8x+3}} dx$$

$$\frac{1}{48} \sqrt{(8x+3)^3} - 6 \cdot \sqrt{8x+3} + c$$

Örnek...17 :

$$\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$$

$$\frac{\sin^3 x}{3} + c$$

Örnek...18 :

$$\int e^{\sin 2x} \cdot \cos 2x dx$$

$$\frac{e^{\sin 2x}}{2} + c$$

İNTEGRAL 3

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

Örnek...19 :

$$\int f(x)dx = \tan x \text{ ise } \int f\left(\frac{x}{2}\right)dx = ?$$

$2 \tan x + c$

Örnek...20 :

$\int f'(x) \cdot f''(x)dx$ integralinin $f(x)$ türünden eşiti nedir?

$\frac{(f'(x))^2}{2}$

Örnek...21 :

Aşağıda verilen değişken değiştirmeleri yaparak integralleri tekrar yazınız

1) $\int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^{2x}}}dx$, $a=e^x$

$\int \frac{du}{\sqrt{16-u^2}}$

2) $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$, $x=2\sin t$

$\int \pm 1 dt$

3) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$, $x=2\tan t$

$\int \sec t dt$

4) $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$, $a=\ln x$

$\int \sqrt{a} da$

5) $\int \left(\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt[3]{3x-1} + \sqrt[4]{3x-1}} \right) dx$, $\sqrt[12]{3x-1} = t$

$\int \frac{t^{14}}{t+1} dt$

İNTEGRAL 3

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

DEĞERLENDİRME

1) $\int (4x^3-5x)(12x^2-5)dx = ?$

$$\frac{(4x^3-5x)^2}{2} + c$$

2) $\int \cos(x^6+1)(x^5)dx = ?$

$$\frac{1}{6} \sin(x^6+1) + c$$

3) $\int (3x-19)^{23} dx = ?$

$$\frac{1}{72} (3x+9)^{24} + c$$

4) $\int \frac{1}{(6x-5)^{11}} dx = ?$

$$\frac{-1}{60} \cdot \frac{1}{(6x-5)^{10}} + c$$

5) $\int \frac{e^{\ln x}}{x} dx = ?$

$$x + c$$

6) $\int \frac{x^3}{(\sqrt{9-x^2})} dx$ $x=3\sin t$ değişken değıştirmesi yapılırsa hangi integral elde edilir?

$$\int 27 \sin^3 t + c$$

7) $\int \left(\frac{\sqrt{5x+1}+x}{\sqrt[4]{5x+1}} \right) dx$ integralinde $\sqrt[4]{5x+1}=t$ değışken değıştirmesi yapılırsa hangi integral elde edilir?

$$\frac{\int (20t^4+4t^6-4t^2)}{25} dt$$