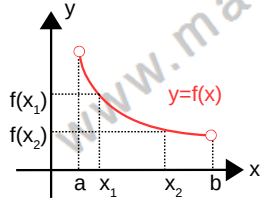


TÜREV UYGULAMALARI

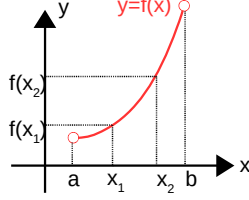
ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

TÜREV VE ARTANLIK AZALANLIK

$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) < f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu **artan**
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) > f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu **azalan** fonksiyondur.



$x_1 < x_2$ ve $f(x_2) < f(x_1)$
olduğundan $f(x)$ azalandır



$x_1 < x_2$ ve $f(x_1) < f(x_2)$
olduğundan $f(x)$ artandır

TEOREM

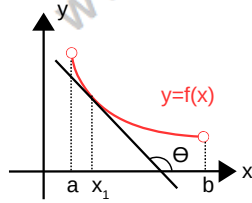
$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun. $y=f(x)$ fonksiyonunda

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) > 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında artan;

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) < 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında azalan bir fonksiyondur.

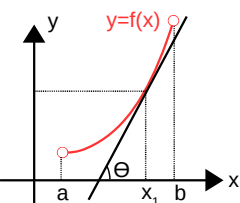
Geometrik yorum: Verilen aralıkta çizilen teğet doğruların eğim açıları ürevin işaretidir

Azalan fonksiyon



$$m = \tan \Theta = f'(x_1) < 0$$

Artan fonksiyon



$$m = \tan \Theta = f'(x_1) > 0$$

Özet olarak bir fonksiyonun artanlığı ve azanlığı araştırılırken fonksiyonun türevinin işaretine göre yorum yapılır.

İspat $x_0 \in (a, b)$ ve $f'(x_0) > 0$ olsun. Bu durumda $f'(x_0) > 0$ olur. Yani

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ limitinin değeri de pozitiftir. $h > 0$ olduğundan $f(x_0+h) - f(x_0) > 0$ veya $f(x_0+h) > f(x_0)$ olmalıdır. $f'(x_0) > 0$ olduğu durumu da siz gösteriniz

Örnek...1 :

$f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Daima artan

Örnek...2 :

$f(x) = x^2 + 4x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

$(-\infty, -2) \downarrow$, $(-2, \infty) \uparrow$

Örnek...3 :

$f(x) = x^3 - x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}) \downarrow$

Örnek...4 :

$f(x) = x^3$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Daima artan

TÜREV UYGULAMALARI

ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

Örnek...5 :

$f(x) = \frac{x^3}{3} - mx^2 + 4x + 2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir ?
[-2, 2]

Örnek...6 :

$y=f(x)$ fonksiyonu $(-5,-1)$ aralığında negatif tanımlı artan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

a) $y=f^2(x)$

↓

b) $y = \frac{1}{f(x)}$

↓

c) $y = x \cdot f(x)$

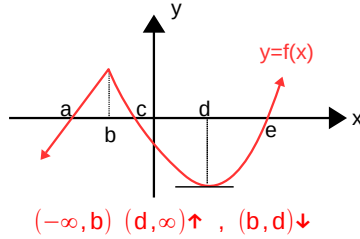
↓

d) $y = f(x^3)$

↑

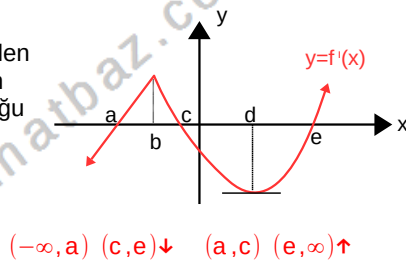
Örnek...7 :

Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



Örnek...8 :

Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



DEĞERLENDİRME

- 1) $y=f(x) = -x^2 - 3x + 1$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık nedir?

$(-\infty, -\frac{3}{2})$

- 2) $y=e^{x^2-x+1}$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

$(-\infty, \frac{1}{2}) \downarrow, (\frac{1}{2}, \infty) \uparrow$

- 3) $f(x) = \frac{x^3}{3} - mx^2 + mx + 2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir ?

[0, 1]

- 4) Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş açık (a,b) ise a^b kaçtır

