

## DİZİLER-3

### GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

#### GEOMETRİK DİZİ

Bir  $(a_n)$  dizisinin ardışık terimleri arasındaki oranı aynı sabit sayı ise, bu diziye geometrik dizi denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ ,  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$  ise,  $(a_n)$  ortak çarpanı  $r$  olan geometrik dizidir.

#### Örnek...1 :

$(a_n) = (2 \cdot 3^n)$  dizisinin geometrik dizi olup olmadığını inceleyelim.

#### GEOMETRİK DİZİNİN ÖZELLİKLERİ

$(a_n)$  ortak farkı  $r$  olan bir aritmetik dizi olsun

özellik 1

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + 3r$$

⋮

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

#### Örnek...2 :

$(a_n) = (2, 10, 50, \dots)$  geometrik dizisinde 5. terim kaçtır ?

#### Örnek...3 :

İlk terimi 3, ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin 6. terimi kaçtır?

#### Örnek...4 :

Pozitif terimli ve ilk terimi  $\frac{1}{250}$  olan bir geometrik dizinin 7. terimi  $\frac{125}{2}$  ise ortak çarpanı kaçtır?

#### Örnek...5 :

Ortak çarpanı  $\frac{1}{2}$  olan bir geometrik dizinin 8. terimi 512 ise ilk terimi kaçtır?

#### Özellik 2

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ ise } \frac{a_n}{a_1} = r^{n-1} \text{ veya daha genel}$$

$$\text{olarak } \frac{a_x}{a_y} = r^{x-y}$$

#### Örnek...6 :

Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinin ilk terimi  $\frac{1}{2}$  ve ortak çarpanı  $\sqrt[5]{2}$  olan dizinin 16. terimini bulalım.

#### Örnek...7 :

Bir  $(a_n)$  pozitif terimli geometrik dizide,  $a_2 = 4$  ve  $a_7 = 128$  olduğuna göre, a)5. terimi b) genel terimini bulunuz.

## DİZİLER-3

### GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

#### Örnek...8 :

2/3 ile 1/48 arasına bu sayılar hariç 4 sayı yerleştirilerek 6 terimli azalan bir geometrik dizi elde ediliyor. Bu dizinin 2. terimi kaçtır?

#### Özellik 3

Bir geometrik dizide  $a_p^2 = a_{p-k} \cdot a_{p+k}$  yani geometrik bir dizide bir terim kendisine eşit uzaklıktaki terimlerin geometrik ortalamasıdır.

#### Örnek...9 :

Onuncu terimi 8 olan bir geometrik dizinin 7. ve 13. terimleri çarpımı kaçtır?

#### Örnek...10 :

Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi  $x-1, x, x+3$  ise göre  $x$  kaçtır?

#### Özellik 4

Sonlu bir geometrik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki herhangi iki terimin çarpımı aynı sabit sayıya eşittir.

$(a_n)$  sonlu geometrik dizi olsun.

$(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = \dots = a_k \cdot a_{n-k+1} = \dots$

#### Örnek...11 :

Üçüncü terimi 20 olan bir geometrik dizinin ilk 5 terimi çarpımı kaçtır?

#### Örnek...12 :

Bir geometrik dizide,  $a_{37} \cdot a_{43} = A$  olduğuna göre,  $a_{40}$  ,  $A$  türünden nedir? ( $A \geq 0$ )

#### Örnek...13 :

Bir geometrik dizinin ardışık üç teriminin toplamı 26, çarpımı 216 dır. Bu üç terimden en küçük olanı nedir?

#### Örnek...14 :

Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinde  $a_7 = \log_5 125$  ,  $a_{17} = 1 + \log_5 2$  ise  $a_{12}$  kaç olabilir?

## DİZİLER-3

### GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

#### Örnek...15 :

Bir geometrik dizinin ardışık altı terimi sırasıyla  $x, y, 60, 1/3, z, t$  olduğuna göre,  $x.y.z.t$  çarpımının değeri kaçtır?

#### Örnek...16 :

$(a, 2a-2, b-4)$  sonlu dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi olduğuna göre,  $a.b$  nin değeri kaç olur?

#### Özellik 5

$(x_n)$  geometrik dizi ise ,bu geometrik dizinin ilk  $n$  terim toplamı  $S_n = x_1 \cdot \left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$   
Burada  $r \geq 1$  için toplam sınırsız olarak büyür.  $0 < r < 1$  ise toplam bir gerçek sayıya yaklaşır.

#### Örnek...17 :

Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinde,  $a_1 = 4$  ve ortak çarpan 2 ise ilk on terim toplamını bulunuz.

#### Örnek...18 :

Bir pozitif terimli  $(a_n)$  geometrik dizisinde,  $a_4 = 3$  ,  $a_6 = 147$  ise ilk 4 terim toplamını bulunuz.

#### Örnek...19 :

İlk  $n$  terim toplamı  $S_n = 1 - 2^{-n}$  olan bir geometrik dizinin beşinci terimi kaç olur?

#### Özellik 6

$(a_n)$  geometrik dizi ise ,bu geometrik ilk  $n$  terim çarpımı  $\prod_{n=1}^n a_n = \sqrt[n]{a_n \cdot a_1^n}$

#### Örnek...20 :

Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinde,  $a_1 = 2$  ve ortak çarpan 8 ise ilk altı terim çarpımını bulunuz.

#### Örnek...21 :

Email yoluyla yayılan bir bilgisayar virüsü başlangıçta bir miktar kullanıcıya yollanıyor. Virüs bulaştığı kişinin listesinde kayıtlı 2 kişi ye kendini mail yoluyla bulaştırmaktadır. Belli bir anda virüsün bulaştığı kişi sayısı 10235 kişi olduğuna göre, virüs başlangıçta kaç kişiye bulaştırılmıştır? (farklı kişilerden aynı kişilere mail gitmediği varsayılacaktır)

## DİZİLER-3

### GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

#### DEĞERLENDİRME

1)  $(x_n) = \left( \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right)$  ise  $a_3$  kaçtır?

2) Bir geometrik dizinin terimleri için

$a_8 + a_{13} = 162$  ,  $a_4 + a_9 = 2$  ise bu dizinin ortak çarpan kaçtır?

3) Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinin ilk terimi 1 ve ortak çarpanı  $\sqrt[8]{2}$  olan dizinin 65. terimi kaçtır?

4) Bir  $(a_n)$  geometrik dizisinin ilk terimi  $1/256$  ve ortak çarpanı 2 ise bu dizinin ilk 20 terimi çarpımı kaçtır?

5)  $(x, y, x^2 - x)$  sonlu dizisi hem aritmetik hem geometrik diziye  $x+y$  en çok kaçtır?

6) Pozitif terimli  $(a_n)$  geometrik dizisinde ilk 7 terim çarpımı  $e^{21 \ln 6}$  olduğuna göre, dizinin 4. terimi kaçtır?

7) Bir geometrik dizinin ilk 8 terim toplamının ilk 4 terim toplamına oranı 626 ise , bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?