

DİZİLER-2

ARİTMETİK DİZİ

TOPLAM SEMBOLÜ

$1+r+r^2+\dots+r^N = \sum_{k=0}^N r^k$ biçiminde kısaca toplam sembolü kullanılarak da (\sum) gösterilebilir.

$\sum_{k=a}^b x_k$ ifadesinde k sayısına indis, a sayısına alt sınır, b sayısına üst sınır denir. x_k sayıları, k'nin a tamsayısından başlayıp birer artarak son olarak b değerini almasıyla son bulan toplamı yapılacak olan terimlerdir.

Örnek...1 :

$\sum_{k=-2}^3 (2k+1)$ toplamının değeri kaçtır?

Örnek...2 :

$\sum_{k=1}^{20} k \cdot (-1)^k$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...3 :

$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{k^2+k}$ işleminin sonucu kaçtır?

ARİTMETİK DİZİ

Bir (a_n) dizisinin rastgele ardışık terimleri arasındaki fark sabit sayı ise, bu diziyeye aritmetik dizi denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+ a_{n+1} - a_n = r$ ise, (a_n) ortak farkı r olan aritmetik dizidir.

Örnek...4 :

$(a_n) = (2, 8, 14, 20, \dots, 6n-4, \dots)$ dizisi ortak farkı 6 olan bir aritmetik dizidir.

Örnek...5 :

Aşağıda genel terimi verilen diziler aritmetik midir?

a) $x_n = (2n+1)/3$ b) $a_n = 1/n$ c) $c_n = n!$

ARİTMETİK DİZİNİN ÖZELLİKLERİ

a_n ortak farkı r olan bir aritmetik dizi olsun

Özellik1

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1 \\ a_2 &= a_1 + r \\ a_3 &= a_2 + r = a_1 + 2r \\ a_4 &= a_1 + 3r \\ &\vdots \\ a_n &= a_1 + (n-1)r \end{aligned}$$

Örnek...6 :

İlk terimi 8 ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin 50. terimi kaçtır?

DİZİLER-2

ARİTMETİK DİZİ

Örnek...7 :

İlk terimi 10 olan bir aritmetik dizinin 27. terimi 62 ise ortak farkı kaçtır?

Örnek...8 :

Ortak farkı 26 olan bir aritmetik dizinin 14. terimi 350 ise ilk terimi kaçtır?

Özellik2

$a_n = a_1 + (n-1)r$ ise $\frac{a_n - a_1}{n-1} = r$ veya daha genel olarak $\frac{a_x - a_y}{x-y} = r$

Örnek...9 :

Birinci terimi 5, ortak farkı 4 olan aritmetik dizinin
a) genel terimini b) 5. terimini bulalım.

Örnek...10 :

Birinci terimi 2 ve ikinci terimi $\frac{7}{2}$ olan aritmetik dizinin
a) ortak farkını b) 10. terimini c) genel terimini bulunuz.

Örnek...11 :

İlk terimi -2, ortak farkı 4 olan bir aritmetik dizinin kaçınıcı terimi 14 tür?

Örnek...12 :

Dördüncü terimi 14, onuncu terimi 38 olan bir aritmetik dizinin ikinci terimi nedir?

Örnek...13 :

Bir aritmetik dizinin a. terimi b, b. terimi a ise 4. terimi nedir?

Örnek...14 :

5 ile 80 arasına bu terimler hariç 19 tane daha sayı yerleştirilerek artan bir sonlu aritmetik dizi elde ediliyor. Bu dizinin ortak farkı nedir?

Örnek...15 :

İlk terimi 9, ortak farkı 2 ve son terimi 27 olan sonlu bir aritmetik dizinin terim sayısı kaçtır?

DİZİLER-2

ARİTMETİK DİZİ

Özellik3

Bir aritmetik dizide $a_p = \frac{a_{p-k} + a_{p+k}}{2}$

yani aritmetik bir dizide bir terim kendisine eşit uzaklıktaki terimlerin aritmetik ortalamasıdır.

Örnek...16 :

Onuncu terimi 15 olan bir aritmetik dizinin 9. ve 11. terimleri toplamı kaçtır?

Örnek...17 :

Üçüncü terimi 20 olan bir aritmetik dizinin ilk 5 terimi toplamı kaçtır?

Özellik4

Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki herhangi iki terimin toplamı aynı sabit sayıya eşittir. (a_n) sonlu aritmetik dizi olsun. $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$
 $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_k + a_{n-k+1} = \dots$

Örnek...18 :

(a_n) bir aritmetik dizi olsun. $a_{10} = 15$ ve $a_5 = 7$ ise $a_7 + a_8$ kaçtır?

Örnek...19 :

Bir aritmetik dizinin 10. terimi 8 olduğuna göre 1. ve 19. terimleri toplamı nedir?

Özellik5

Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı; S_n ile gösterilir ise

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \text{ dir.}$$

Örnek...20 :

Genel terimi $a_n = 5n - 2$ olan bir aritmetik dizinin ilk 20 terim toplamı nedir?

Örnek...21 :

Bir aritmetik dizinin ilk 4 teriminin toplamı 10 ve ilk 8 teriminin toplamı 68 olduğuna göre bu dizinin 10 terimi nedir?

Örnek...22 :

İlk n teriminin toplamı $n^2 + 3n$ olan bir aritmetik dizinin
a) 4. terimi? b) ortak farkı kaçtır

Örnek...23 :

Şekilde bir kısmı görülen konser alanında en ön sırada 60 oturma yeri vardır. Her sırada bir önceki sıradan 4 kişilik fazla oturma yeri bulunmaktadır. Konser alanında toplam 1960 kişilik olduğuna göre, en arka sırada kaç kişiliktir ?



DİZİLER-2

ARİTMETİK DİZİ

DEĞERLENDİRME

1) $2+5+8+\dots+302=?$

2) (a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,
 $a_2=5$ ve $a_4 + a_6 + a_8 =63$
olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

3) $(a_n)=\left(\frac{1}{2}, 1, x, y, \dots\right)$ aritmetik dizisinin ilk 5 terimi çarpımı nedir?

4) İlk n terimi toplamı $T_n= 5n - 2$ olan bir aritmetik dizinin 9. terimi kaçtır?

5) Bir aritmetik dizinin terimleri için
 $a_{13} = 26$, $a_{19} = 34$ ise göre, bu dizinin ilk 31 terimi toplamı kaçtır?

6) (a_n) aritmetik dizisinde,
 $a_4 - a_2 = 10$ ve $a_{20} = 103$
olduğuna göre, a_{11} kaçtır?

7) İlk 40 terim toplamı 1200 olan dizinin ilk terimi ortak farkından 11 küçükse dizinin 41.terimini bulunuz.

8) ilk n terim toplamı S_n olan bir aritmetik dizide,
 $S_5 - S_4 = 20$, $S_7 = 10$ ise bu dizinin ortak farkı kaçtır?

DİZİLER-2

ARİTMETİK DİZİ

- 9) Bir aritmetik dizinin terimleri için
 $a_4 + a_5 = 62$
 $a_8 + a_{10} = 134$
ise göre, bu dizinin ilk 10 terimi toplamı kaçtır?

- 10) Üç terimli bir aritmetik dizinin terimleri toplamı 3, terimlerinin karelerinin toplamı 21 olduğuna göre dizinin en küçük terimi en az kaç olabilir?

- 11) (a_n) bir aritmetik dizi olsun. $a_8 = 12$ ve $a_{15} = 54$ ise bu dizinin ilk n terimi toplamı kaçtır?

- 12) $\sum_{k=0}^{90} \cos^2 k$ işleminin sonucu kaçtır?

- 13) $\sum_{k=0}^{20} \frac{k}{(k+1)!}$ işleminin sonucu kaçtır?

- 14) $\sum_{k=0}^{63} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$ işleminin sonucu kaçtır?