

## DİZİLER-2

### ARİTMETİK DİZİ

#### TOPLAM SEMBOLÜ

$1+r+r^2+\dots+r^N=\sum_{k=0}^N r^k$  biçiminde kısaca toplam sembolü kullanılarak da  $(\sum)$  gösterilebilir.

$\sum_{k=a}^b x_k$  ifadesinde k sayısına indis, a sayısına alt sınır, b sayısına üst sınır denir.  $x_k$  sayıları, k'nin a tamsayısından başlayıp birer artarak son olarak b değerini almasıyla son bulan toplamı yapılacak olan terimlerdir.

#### Örnek...1 :

$\sum_{k=-2}^3 (2k+1)$  toplamının değeri kaçtır?

#### Örnek...2 :

$\sum_{k=1}^{20} k \cdot (-1)^k$  işleminin sonucu kaçtır?

#### Örnek...3 :

$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{k^2+k}$  işleminin sonucu kaçtır?

#### ARİTMETİK DİZİ

Bir  $(a_n)$  dizisinin rastgele ardışık terimleri arasındaki fark sabit sayı ise, bu diziyeye aritmetik dizi denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+ a_{n+1} - a_n = r$  ise,  $(a_n)$  ortak farkı r olan aritmetik dizidir.

#### Örnek...4 :

$(a_n) = (2, 8, 14, 20, \dots, 2+6n, \dots)$  dizisi ortak farkı 6 olan bir aritmetik dizidir.

#### Örnek...5 :

Aşağıda genel terimi verilen diziler aritmetik midir?

a)  $x_n = (2n+1)/3$  b)  $a_n = 1/n$  c)  $c_n = n!$

#### ARİTMETİK DİZİNİN ÖZELLİKLERİ

$a_n$  ortak farkı r olan bir aritmetik dizi olsun

özellik1

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

#### Örnek...6 :

İlk terimi 8 ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin 50. terimi kaçtır?

## DİZİLER-2

### ARİTMETİK DİZİ

#### Örnek...7 :

İlk terimi 10 olan bir aritmetik dizinin 27. terimi 62 ise ortak farkı kaçtır?

#### Örnek...8 :

Ortak farkı 26 olan bir aritmetik dizinin 14. terimi 350 ise ilk terimi kaçtır?

#### Özellik2

$a_n = a_1 + (n-1)r$  ise  $\frac{a_n - a_1}{n-1} = r$  veya daha genel olarak  $\frac{a_x - a_y}{x-y} = r$

#### Örnek...9 :

Birinci terimi 5, ortak farkı 4 olan aritmetik dizinin  
a) genel terimini b) 5. terimini bulalım.

#### Örnek...10 :

Birinci terimi 2 ve ikinci terimi  $\frac{7}{2}$  olan aritmetik dizinin  
a) ortak farkını b) 10. terimini c) genel terimini bulunuz.

#### Örnek...11 :

İlk terimi -2, ortak farkı 4 olan bir aritmetik dizinin kaçınıcı terimi 14 tür?

#### Örnek...12 :

Dördüncü terimi 14, onuncu terimi 38 olan bir aritmetik dizinin ikinci terimi nedir?

#### Örnek...13 :

Bir aritmetik dizinin a. terimi b, b. terimi a ise 4. terimi nedir?

#### Örnek...14 :

5 ile 80 arasına bu terimler hariç 19 tane daha sayı yerleştirilerek artan bir sonlu aritmetik dizi elde ediliyor. Bu dizinin ortak farkı nedir?

#### Örnek...15 :

İlk terimi 9, ortak farkı 2 ve son terimi 27 olan sonlu bir aritmetik dizinin terim sayısı kaçtır?

## DİZİLER-2

### ARİTMETİK DİZİ

#### Özellik3

Bir aritmetik dizide  $a_p = \frac{a_{p-k} + a_{p+k}}{2}$   
yani aritmetik bir dizide bir terim kendisine eşit uzaklıktaki terimlerin aritmetik ortalamasıdır.

#### Örnek...16 :

Onuncu terimi 15 olan bir aritmetik dizinin 9. ve 11. terimleri toplamı kaçtır?

#### Örnek...17 :

Üçüncü terimi 20 olan bir aritmetik dizinin ilk 5 terimi toplamı kaçtır?

#### Özellik4

Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki herhangi iki terimin toplamı aynı sabit sayıya eşittir.  $(a_n)$  sonlu aritmetik dizi olsun.  $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$   
 $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_k + a_{n-k+1} = \dots$

#### Örnek...18 :

$(a_n)$  bir aritmetik dizi olsun.  $a_{10} = 15$  ve  $a_5 = 7$  ise  $a_7 + a_8$  kaçtır?

#### Örnek...19 :

Bir aritmetik dizinin 10. terimi 8 olduğuna göre 1. ve 19. terimleri toplamı nedir?

#### Özellik5

Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı;  $S_n$  ile gösterilir ise

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \text{ dir.}$$

#### Örnek...20 :

Genel terimi  $a_n = 5n - 2$  olan bir aritmetik dizinin ilk 20 terim toplamı nedir?

#### Örnek...21 :

Bir aritmetik dizinin ilk 4 teriminin toplamı 10 ve ilk 8 teriminin toplamı 68 olduğuna göre bu dizinin 10 terimi nedir?

#### Örnek...22 :

İlk n teriminin toplamı  $n^2 + 3n$  olan bir aritmetik dizinin  
a) 4. terimi? b) ortak farkı kaçtır

#### Örnek...23 :

Şekilde bir kısmı görülen konser alanında en ön sırada 60 oturma yeri vardır. Her sırada bir önceki sıradan 4 kişilik fazla oturma yeri bulunmaktadır. Konser alanında toplam 1960 kişilik olduğuna göre, en arka sırada kaç kişiliktir ?



## DİZİLER-2

### ARİTMETİK DİZİ

#### DEĞERLENDİRME

1)  $2+5+8+\dots+302=?$

2)  $(a_n)$  bir aritmetik dizi olmak üzere,  
 $a_2=5$  ve  $a_4 + a_6 + a_8 =63$   
olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

3)  $(a_n)=\left(\frac{1}{2}, 1, x, y, \dots\right)$  aritmetik dizisinin ilk 5 terimi çarpımı nedir?

4) İlk  $n$  terimi toplamı  $T_n= 5n - 2$  olan bir aritmetik dizinin 9. terimi kaçtır?

5) Bir aritmetik dizinin terimleri için  
 $a_{13} = 26$  ,  $a_{19} = 34$  ise göre, bu dizinin ilk 31 terimi toplamı kaçtır?

6)  $(a_n)$  aritmetik dizisinde,  
 $a_4 - a_2 = 10$  ve  $a_{20} = 103$   
olduğuna göre,  $a_{11}$  kaçtır?

7) İlk 40 terim toplamı 1200 olan dizinin ilk terimi ortak farkından 11 küçükse dizinin 41.terimini bulunuz.

8) ilk  $n$  terim toplamı  $S_n$  olan bir aritmetik dizide,  
 $S_5 - S_4 = 20$  ,  $S_7 = 10$  ise bu dizinin ortak farkı kaçtır?

## DİZİLER-2

### ARİTMETİK DİZİ

- 9) Bir aritmetik dizinin terimleri için  
 $a_4 + a_5 = 62$   
 $a_8 + a_{10} = 134$   
ise göre, bu dizinin ilk 10 terimi toplamı kaçtır?

- 10) Üç terimli bir aritmetik dizinin terimleri toplamı 3, terimlerinin karelerinin toplamı 21 olduğuna göre dizinin en küçük terimi en az kaç olabilir?

- 11)  $(a_n)$  bir aritmetik dizi olsun.  $a_8 = 12$  ve  $a_{15} = 54$  ise bu dizinin ilk  $n$  terimi toplamı kaçtır?

- 12)  $\sum_{k=0}^{90} \cos^2 k$  işleminin sonucu kaçtır?

- 13)  $\sum_{k=0}^{20} \frac{k}{(k+1)!}$  işleminin sonucu kaçtır?

- 14)  $\sum_{k=0}^{63} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$  işleminin sonucu kaçtır?