

TÜREV UYGULAMALARI

ASİMPTOTLAR

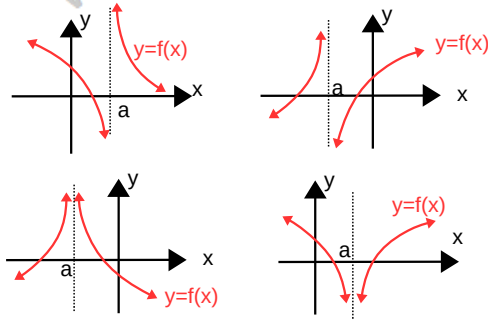
ASİMPTOTLAR

Asimptotlar fonksiyona sonsuzda teğet olan doğru veya eğrilerdir. Asimptotlar genelde kesirli ve köklü fonksiyonlarda vardır.

1. Düşey asimptot

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

eşitliklerinden biri sağlanıyorsa $x=a$ doğrusu $f(x)$ fonksiyonun bir düşey asimptotudur.



Uyarı 1

Düşey asimptotlar genelde rasyonel fonksiyonlarda paydanın kökünde karşımıza çıkar (logaritma fonksiyonun da düşey asimptotları gibi fonksiyonları hariç tutuyoruz) fakat $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ biçiminde bir fonksiyon için $Q(a)=0$ olması $x=a$ nın düşey asimptot olması için tek başına yeterli değildir. Bu noktada limitlerin en az biri $\pm\infty$ olmalıdır.

Örnek...1 :

Eğrilerin düşey asimptotlarını bulunuz.

1) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$

2) $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4}$

3) $f(x) = \ln(x-2)$

4) $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 9}$

Yok

Yatay ve Eğik Asimptotlar :

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde

$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - g(x)] = 0$ olacak şekilde bir $g(x)$ polinom fonksiyonu varsa bu polinoma derecesine göre yatay, eğik veya eğri asimptot denir.

2. Yatay Asimptot

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - c] = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - c] = 0$$

olacak şekilde sabit bir $g(x)=c$ polinomu varsa bu fonksiyona f fonksiyonun yatay asimptotu denir.

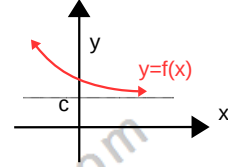
Başka bir deyişle $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x)] = c$ veya

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = c$ ise $y=c$ doğrusuna $y=f(x)$ in yatay asimptotu denir.

Şekilde $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x)] = c$

olduğundan ,

$y=c$ yatay asimptottur



Not $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ fonksiyonunda

(P ve Q birer polinom) durumları inceleyelim

1. $\text{der}P = \text{der}Q$ ise başkatsayı oranı yatay asimptottur.

2. $\text{der}P < \text{der}Q$ ise $y=0$ yatay asimptottur

3. $\text{der}P > \text{der}Q$ ise yatay asimptot yoktur. Eğri veya eğik asimptot vardır

Örnek...2 :

Eğrilerin yatay asimptotlarını varsa bulunuz.

1) $f(x) = \frac{7}{x}$

2) $f(x) = \frac{2x^2 + 73x + 4}{x^2 - x}$

3) $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^5}{x^2 - x^5 + \sqrt{2}}$

TÜREV UYGULAMALARI

ASİMPOTLAR

4) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$

yok

5) $f(x) = 53^x$

0

6) $f(x) = \log_2 \left(\frac{16x - 3x}{2x + 5} \right)$

yok

7) $f(x) = \sqrt{x^2 - x} + x$

1/2

8) $f(x) = x + \frac{3}{x}$

yok

9) $f(x) = \frac{\pi x^2 + x + 1}{e^x}$

0

Örnek...3 :

$f(x) = \frac{5x^2}{nx^2 - 3x + 2}$ fonksiyonun sadece yatay asimptotu var ise n nasıl seçilmelidir?

$n > 9/8$

Örnek...4 :

$f(x) = y$ fonksiyonunu için $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - 5] = e$ ise bu fonksiyonunun hangi tür asimptotu kesinlikle vardır?

$y = 5 + e$

Örnek...5 :

$f(x) = \frac{mx - 2}{x - n}$ fonksiyonu $A(3, -2)$ ye göre simetrikse (m, n) kaçtır?

$(-2, 3)$

TÜREV UYGULAMALARI

ASİMPTOTLAR

DEĞERLENDİRME

1) Düşey ve yatay asimptotlarını bulunuz

a) $f(x) = \frac{x+7}{x-3}$

$x=3, y=1$

b) $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+x-6}$

$y=1, x=-3, x=2$

c) $f(x) = \frac{x+2|x|}{3x-6}$

$x=2, y=1, y=-1/3$

d) $f(x) = \cot x$

$k \cdot \pi$

e) $f(x) = \frac{x}{2+\sin x}$

yok

f) $f(x) = \log(x^2-16)$

$x=-4, x=4$

g) $f(x) = 7^{-x}$

$y=0$

h) $f(x) = \frac{2x^3+3x^2+5x+4}{x^2-1}$

$x=1$

2) $f(x) = \frac{mx-2}{x-n}$ fonksiyonu $A(4,1)$ ye göre simetrikse $m+n$ kaçtır?

5