

ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

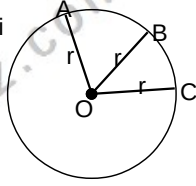
TEMEL KAVRAMLAR

Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine **çember** denir. Buradaki sabit noktaya **çemberin merkezi**, eşit uzaklığa ise **çemberin yarıçapı** denir.

Bir çemberin çizilebilmesi için merkezi ve yarıçapı bilinmelidir

O : Çemberin merkezi

r : Çemberin yarıçapı



TEĞET – KESEN – KİRİŞ

Çemberi bir noktada kesen doğruya **teğet** denir.

Çemberi farklı iki noktada kesen doğruya **kesen** denir.

Kesenin çember içinde kalan parçasına **kiriş** denir.

Çemberde en uzun kiriş merkezden geçer.

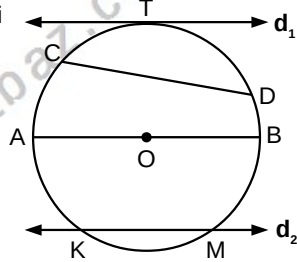
Merkezden geçen kirişe **çap** denir.

O çemberin merkezi olmak üzere,

d_1 teğet doğru.

d_2 kesen doğru.

[CD] kiriş.
[AB] çap.



Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin bir yayı denir.

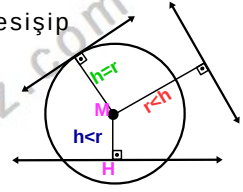
Bir yayı belirtirken, uç noktaları ve bunların arasındaki üçüncü bir nokta ile belirlenir.

\widehat{ATB} yayının ölçüsü $m(\widehat{ATB})$ biçiminde gösterilir.

Çapın böldüğü çember yayının ölçüsü 180° dir. Yani $m(\widehat{ATB}) = 180^\circ$ olur.

ÇEMBER İLE DOĞRUNUN DURUMLARI :

Çember ve doğrunun kesişip kesişmediğine karar verilirken merkezin doğruya uzaklığı ile yarıçap uzunluğu karşılaştırılır:



Durum 1) $|MH| > r$ doğru çemberi kesmez

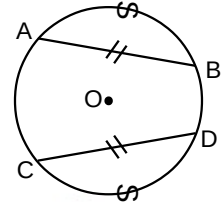
Durum 2) $|MH| = r$ doğru çember teğettir

Durum 3) $|MH| < r$ doğru çember iki noktada kesişir.

ÇEMBERDE TEĞET VE KİRİŞ ÖZELLİKLERİ

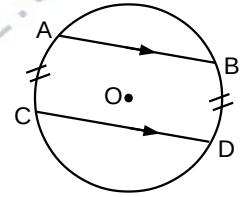
1) Eşit kirişlerin ayırdığı yayların uzunlukları ve ölçüleri eşittir.

$$|AB| = |CD|$$
$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$
$$|\widehat{AB}| = |\widehat{CD}|$$



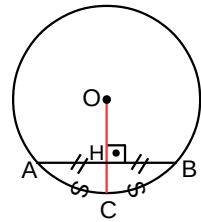
2) Paralel kirişler arasında kalan yaylar eşitir.

$$|AB| \parallel |CD|$$
$$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$$
$$|\widehat{AC}| = |\widehat{BD}|$$



3) Merkezden kirişe inilen dikme kirişi ve yayı ikiye böler.

$$[OC] \perp [AB] \text{ ise}$$
$$|AH| = |BH|$$
$$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BC})$$
$$|\widehat{AC}| = |\widehat{BC}|$$



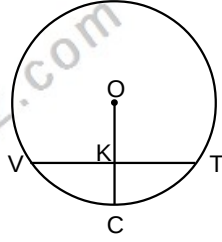
Bir çemberde kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer. (Başka bir deyişle, çemberde herhangi bir kirişin orta noktasını çemberin merkezine birleştiren doğru, kirişe dik olur.)

ÇEMBERDE VE DAİRE - 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

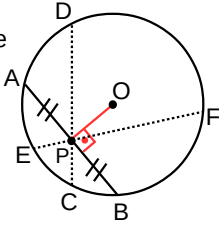
Örnek...1 :

Şekildeki O merkezli çemberde $[OC] \perp [VT]$
2. $|CK| = |KT| = 4$ br,
olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç birimdir?



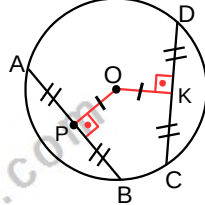
5) Çemberin iç bölgesinde alınan bir P noktasından geçen en kısa kiriş, orta noktası P olan kiriştir.

$[OP] \perp [AB]$ dir.



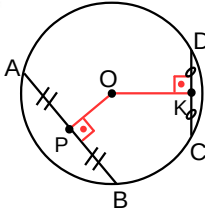
Çemberin merkezine eşit uzaklıkta duran kirişlerin uzunlukları da eşittir.

$|AK| = |CD|$ dir.



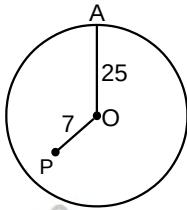
Çemberin iki kirişinden merkeze yakın olanın boyu daha büyüktür.

$|OP| < |OK| \Leftrightarrow |AB| > |CD|$ Dir.



Örnek...2 :

O merkezli çemberin yarıçapı 25 birimdir.
 $|OP| = 7$ br olduğuna göre, P noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

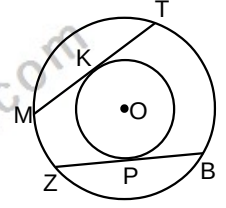


Örnek...3 :

Yarıçap uzunluğu 41 birim olan bir çemberin merkezinden 40 birim uzaklıktaki en kısa kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

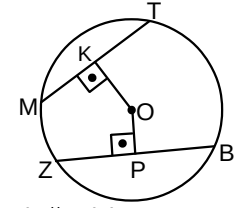
Örnek...4 :

O merkezli iki çember şekildeki gibidir. K ve P teğet noktaları
 $|MT| = 5x + 1$ br
 $|BP| = x + 11$ br olduğuna göre, $|MK|$ kaç birimdir?



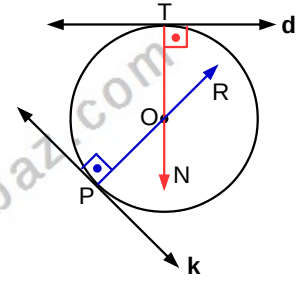
Örnek...5 :

O çemberin merkezi,
 $[OK] \perp [MT]$
 $[OP] \perp [BZ]$
 $|MT| = 5x + 3$ br
 $|BP| = x + 11$ br
 $|OP| < |OK|$ olduğuna göre, x in alacağı en büyük tamsayı değeri kaçtır?



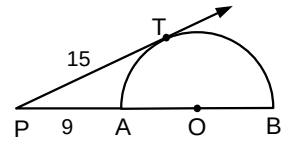
6) Teğet noktalarından çizilen dikmeler çemberin merkezinden geçer.

d ve k çemberin teğet doğrularıdır.
 $[TN] \perp d$ ve
 $[PR] \perp k$ ise
 $[TN] \cap [PR] = \{O\}$



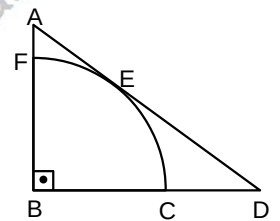
Örnek...6 :

O yarım çemberin merkezi ve \widehat{TPB} açısı çembere T noktasında teğettir.
 $|PT| = 15$ br
 $|PA| = 9$ br olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir



Örnek...7 :

ABD dik üçgenine, B merkezli çeyrek çember E noktasında teğettir.
 $|AE| = 3$ br
 $|DE| = 12$ br olduğuna göre, çeyrek çemberin yarıçapı kaç birimdir?



ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

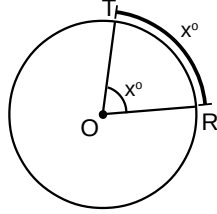
ÇEMBERDE AÇI

Çember üzerindeki açılar köşe noktasının bulunduğu yere göre isimlendirilirler.

1. MERKEZ AÇI

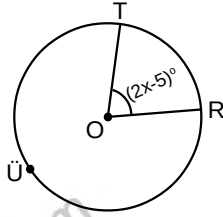
Köşe noktası merkezde olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir. (iki yarıçap arasındaki açı.)

$$m(\widehat{TOR}) = m(\widehat{TR}) = x^\circ$$



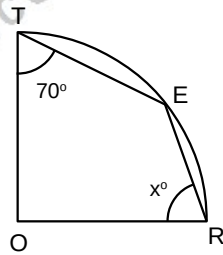
Örnek...8 :

O merkezli çemberde
 $m(\widehat{TOR}) = (2x - 5)^\circ$,
 $m(\widehat{TÜR}) = (12x - 55)^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{TOR})$ kaç derecedir?



Örnek...9 :

O merkezli çeyrek çemberde, E çember üzerinde bir nokta ve
 $m(\widehat{ETO}) = 70^\circ$,
olduğuna göre,
 $m(\widehat{ERO}) = x^\circ$ kaç derecedir?



2. ÇEVRE AÇI

Köşesi çemberin üzerinde olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

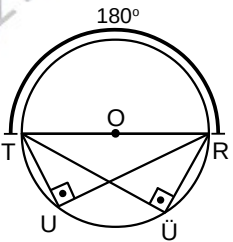
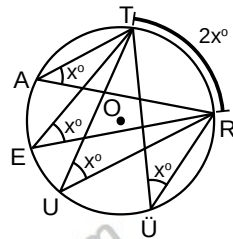
$$m(\widehat{TAR}) = \frac{m(\widehat{TR})}{2} = x^\circ$$

$$m(\widehat{TER}) = m(\widehat{TUR}) = m(\widehat{TÜR}) = x^\circ$$

Özel olarak;
O çemberin merkezi ve [TR] çap olmak üzere,

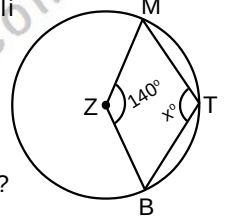
$$m(\widehat{TUR}) = m(\widehat{TÜR}) = \frac{m(\widehat{TR})}{2} = 90^\circ$$

Yani, çapı gören çevre açısı 90° dir.



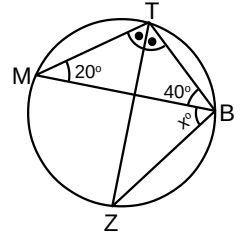
Örnek...10 :

MTBZ dörtgeni Z merkezli çemberin içindedir. M, T, B çember üzerinde noktalar ve
 $m(\widehat{MZB}) = 140^\circ$,
olduğuna göre,
 $m(\widehat{MTB}) = x^\circ$ kaç derecedir?



Örnek...11 :

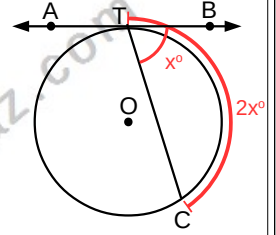
MTB üçgeninin çevrel çemberi çizilmiştir.
 $m(\widehat{MTZ}) = m(\widehat{BTZ})$,
 $m(\widehat{TMB}) = 20^\circ$,
 $m(\widehat{TBM}) = 40^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{MBZ}) = x^\circ$ kaç derecedir?



3. TEĞET KIRIŞ AÇI

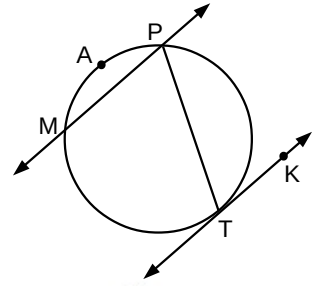
Köşesi çember üzerinde, bir kolu teğet, bir kolu kiriş olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısıdır.

$$m(\widehat{BTC}) = \frac{m(\widehat{TC})}{2} = x^\circ$$



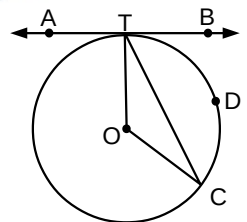
Örnek...12 :

Yandaki çemberde TK teğet ve MP kesen doğrulardır. TK // MP ve
 $m(\widehat{MAP}) = 100^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{PTK})$ kaç derecedir?



Örnek...13 :

AB çembere T noktasında teğettir.
 $m(\widehat{TOC}) = 6 \cdot x^\circ$, $m(\widehat{BTC}) = x + 34^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{TC})$ yayının ölçüsü kaç derecedir?

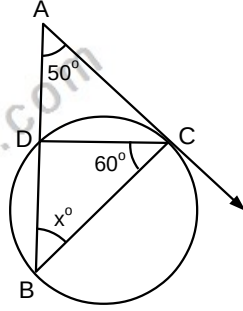


ÇEMBERDE VE DAİRE - 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

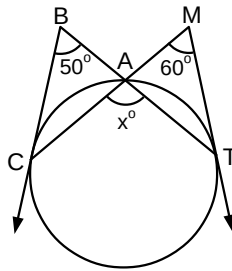
Örnek...14 :

[AC ışını C noktasında çembere teğettir.
 $m(\widehat{BAC})=50^\circ$
 $m(\widehat{BCD})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{ABC})=x$ kaç derecedir?



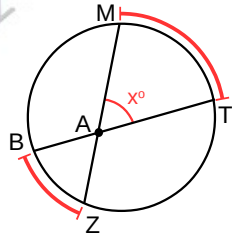
Örnek...15 :

C ve T noktaları çembere teğet değme noktalarıdır.
 $m(\widehat{CBT})=50^\circ$
 $m(\widehat{TMC})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{CAT})=x$ kaç derecedir?



4. İÇ AÇI

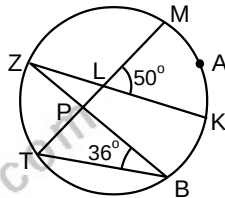
Köşesi çemberin iç bölgesinde olan açıdır. Çember içinde kesişen iki kirişin oluşturduğu açı da denebilir. Ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısıdır.



$$m(\widehat{MAT})=x^\circ=\frac{m(\widehat{MT})+m(\widehat{BZ})}{2}$$

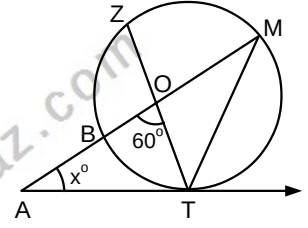
Örnek...16 :

Yandaki şekilde verilenlere göre,
 $m(\widehat{KLM})=50^\circ$
 $m(\widehat{TBZ})=36^\circ$
 olduğuna göre,
 $m\widehat{MAK}$ yayının ölçüsü kaç derecedir?



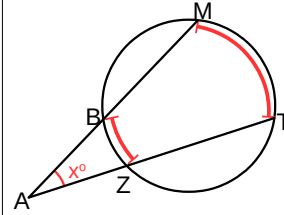
Örnek...17 :

[AT çembere T noktasında teğettir.
 $m(\widehat{MZ})=m(\widehat{BZ})$
 $m(\widehat{AOT})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{TAM})=x$ kaç derecedir?

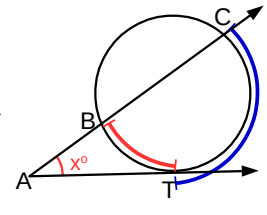


5. DIŞ AÇI

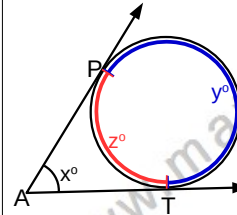
Başlangıç noktası çemberin dışında, kolları teğet veya kesen olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısıdır.



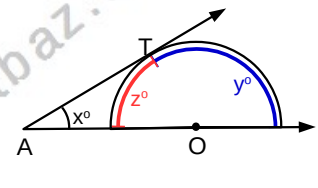
$$x^\circ=\frac{m(\widehat{MT})-m(\widehat{BZ})}{2}$$



[AT teğet ve [AC kesen ise
 $x^\circ=\frac{m(\widehat{CT})-m(\widehat{BT})}{2}$



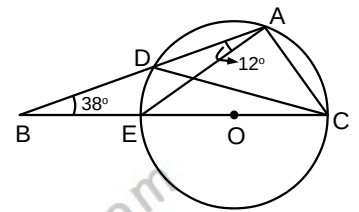
$$x^\circ=\frac{y-z}{2} \text{ ve } x^\circ+z^\circ=180^\circ$$



$$x^\circ=\frac{y-z}{2} \text{ ve } x^\circ+z^\circ=90^\circ$$

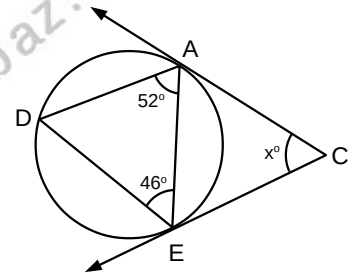
Örnek...18 :

O merkezli çemberde
 $m(\widehat{ABC})=38^\circ$
 $m(\widehat{BAE})=12^\circ$
 olduğuna göre,
 \widehat{ACD} açısının ölçüsü kaç derecedir?



Örnek...19 :

[CA ve [CE ışınları çembere teğettir.
 $m(\widehat{DAE})=52^\circ$
 $m(\widehat{DEA})=46^\circ$ olduğuna göre,
 $m(\widehat{ACE})=x$ kaç derecedir?



ÜÇGENİN ÇEVREL

ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

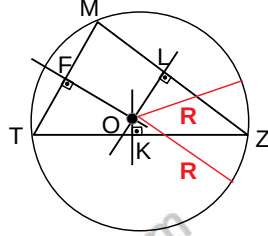
ÇEMBERİ

Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına kenar orta dikme denir.

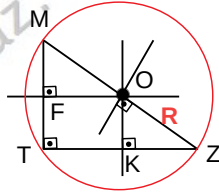
Bir üçgende kenar orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu nokta çevrel çemberin merkezidir. (Üçgenin köşelerinden geçen çember) Çevrel çemberin merkezi üçgenin açı çeşidine göre farklı bölgelere ait olabilir.

Durum 1 Dar açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin içindedir.

[OF] \perp [MT],
[OL] \perp [MZ],
[OK] \perp [ZT],
|MF|=|TF|,
|TK|=|KZ|,
|ZL|=|LM|

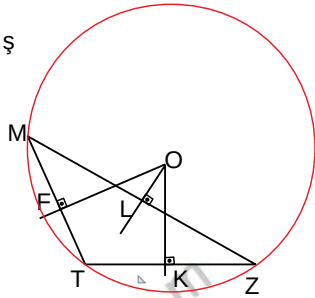


Durum 2 Dik açılı üçgende kenar orta dikmeler hipotenüs üzerinde kesişir.



Durum 3 Geniş açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin dış bölgesindedir.

Şekillerde O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır. (çevrel çemberin merkezidir)



SİNÜS TEOREMİ

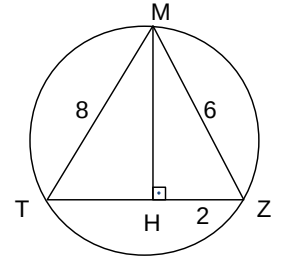
Bir ABC üçgeninde , herhangi bir kenar uzunluğunun karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir.

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ Burada 2R çevrel çemberin çapıdır

İspat

Örnek...20 :

MTZ bir üçgendir.
|HZ|=2br |MZ|=6br,
|MT|=8br olduğuna göre
MTZ üçgeninin
köşelerinden geçen
çemberin yarıçapı kaç
birimdir?

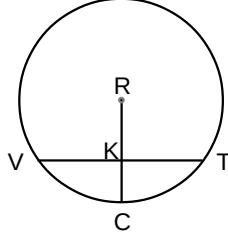


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

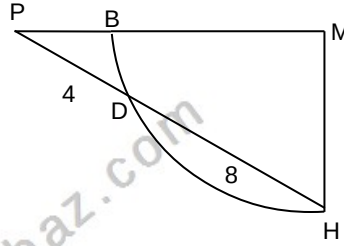
TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

DEĞERLENDİRME – 1

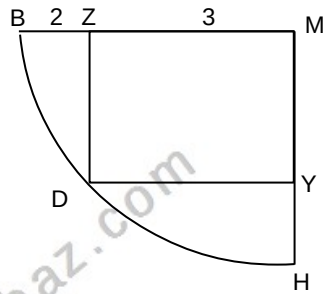
- 1) Şekildeki R merkezli çemberde $[RC] \perp [VT]$.
2. $|CK| = |KT| = 4br$,
olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç birimdir?



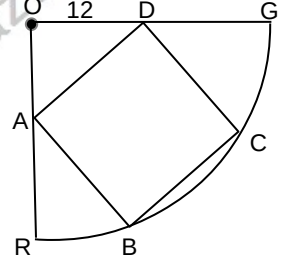
- 2) Şekildeki M merkezli çeyrek çemberde $|PD| = 4br$,
 $|DH| = 8br$
olduğuna göre $|PB|$, kaç birimdir?



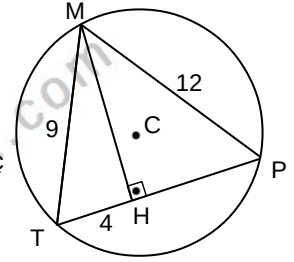
- 3) Şekildeki M merkezli çemberde DYMZ dikdörtgendir.
 $|ZM| = 3br$,
 $|BZ| = 2br$
ise $|YH|$ kaç birimdir?



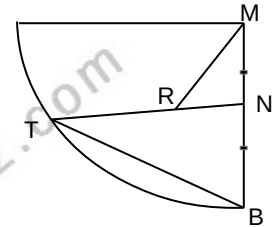
- 4) Şekildeki O çeyrek çemberin merkezidir. ABCD kare ve $|OD| = 12br$ olduğuna göre, $|DG|$ kaç birimdir?



- 5) Şekilde C çemberin merkezi, $|TH| = 4br$,
 $|MT| = 9br$,
 $|MP| = 12br$
olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?



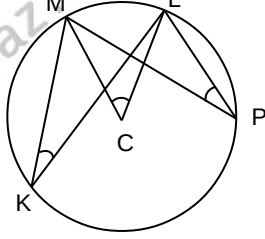
- 6) Şekildeki M çeyrek çemberin merkezidir.
2. $|RN| = |TR|$,
 $|TB| = 18br$,
 $|MR| = 8br$
olduğuna göre, $|NB|$ kaç birimdir?



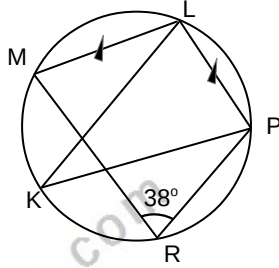
ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

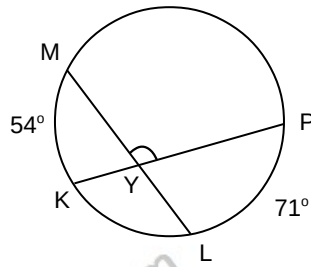
- 7) C merkezli çemberde $m(\widehat{MKL})=27^\circ$,
 $m(\widehat{MCL})+m(\widehat{MPL})$
toplamı kaç
derecedir?



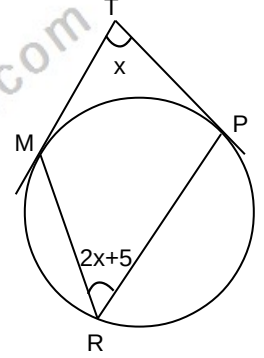
- 8) Şekildeki çemberde
 $m(\widehat{MRP})=38^\circ$,
 $|ML|=|LP|$,
 $m(\widehat{LKP})+m(\widehat{ML})$
kaç derecedir?



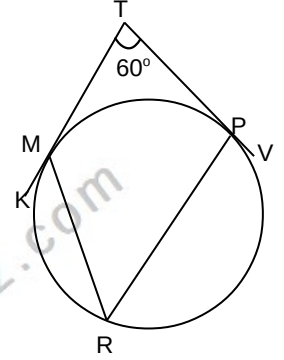
- 9) Şekildeki çemberde
 $m(\widehat{LP})=71^\circ$,
 $m(\widehat{MK})=54^\circ$,
 $m(\widehat{MYP})$ kaç
derecedir?



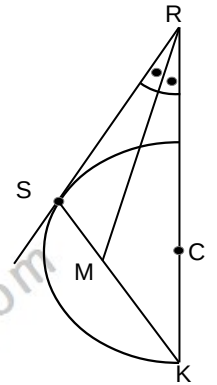
- 10) Şekildeki çemberde T
noktasından çizilen
teğetler çembere M ve
P noktalarında
değmektedir.
 $m(\widehat{MTP})=x$,
 $m(\widehat{MRP})=2x+5$ ise
 $m(\widehat{MP})$ kaç derecedir?



- 11) Şekildeki çemberde
T noktasından
çizilen teğetler
çembere M ve P
noktalarında
değmektedir.
 $m(\widehat{MTP})=60^\circ$,
 $m(\widehat{KMR})+m(\widehat{RPV})$
kaç derecedir?



- 12) Şekildeki C merkezli
çemberde R noktasından
çizilen teğet çembere S
noktasında değmektedir.
[MR] ,R açısının
açıortayı ise
 $m(\widehat{SMR})=45^\circ$ olduğunu
gösteriniz.

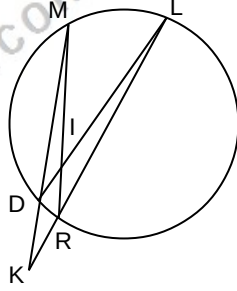


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

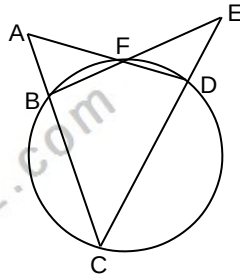
TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

DEĞERLENDİRME –2

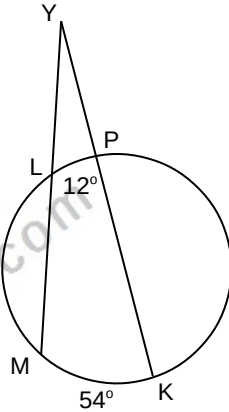
- 1) Şekildeki çemberde
 $[MR] \cap [DL] = I$,
 $m(\widehat{MD}) + m(\widehat{RL}) = 252^\circ$
 $m(\widehat{KMR}) = m(\widehat{MKR})$ olduğuna göre $m(\widehat{IRL})$ kaç derecedir?



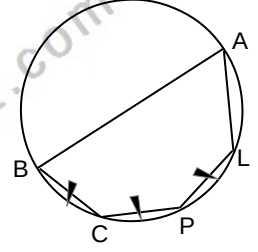
- 2) Şekildeki çemberde
 $[AD] \cap [BE] = F$
 $2m(\widehat{CAD}) = 3m(\widehat{BEC})$
 $4m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{ACE})$,
 $m(\widehat{BFD})$ kaç derecedir?



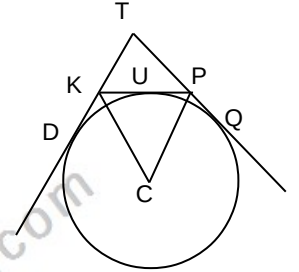
- 3) Şekildeki çemberde
 $L \in [YM], P \in [YK]$,
 $m(\widehat{LP}) = 12^\circ$,
 $m(\widehat{MK}) = 54^\circ$,
 $m(\widehat{MYK}) + m(\widehat{LM}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{KP})$ kaç derecedir?



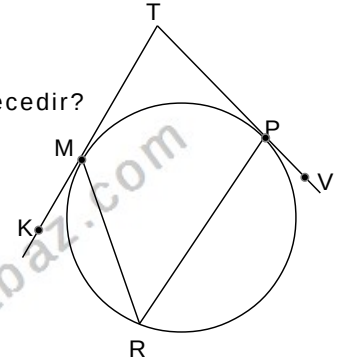
- 4) Şekildeki [AB] çaplı çemberde
 $|BC| = |CP| = |PL|$
 $m(\widehat{BCP}) - m(\widehat{PLA}) = 60^\circ$,
ise $m(\widehat{BAL})$ kaç derecedir?



- 5) Şekildeki C merkezli çember KTP üçgeninin dış teğet çemberlerinden biri, Q, U, D teğet değme noktalarıdır.
 $m(\widehat{KCP}) = 90 - \frac{m(\widehat{KTP})}{2}$
olduğunu gösteriniz



- 6) Şekildeki çemberde T noktasından çizilen teğetler çembere M ve P noktalarında değmektedir. $m(\widehat{KMR}) = x + 30^\circ$,
 $m(\widehat{MTP}) = 48^\circ$,
 $m(\widehat{RPV}) = x - 20^\circ$,
olduğuna göre $m(\widehat{MR})$ kaç derecedir?



ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

- 7) Şekilde ED dış ortak teğet (her iki çembere de teğet)

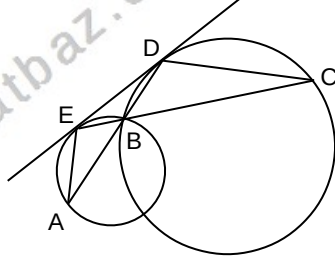
$$[AD] \cap [EC] = B,$$

$$m(\widehat{DCE}) = 23^\circ,$$

$$m(\widehat{EAB}) = 17^\circ$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{EBD})$ kaç derecedir?



- 8) Şekildeki A,B,C merkezli çemberler, E,F ve D noktasında dıştan teğettir.

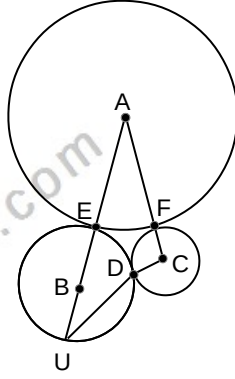
$$m(\widehat{AUD}) = x,$$

$$m(\widehat{UAC}) = x + 10$$

$$m(\widehat{ACD}) = x + 20$$

olduğuna göre,

ED yayı kaç derecedir?



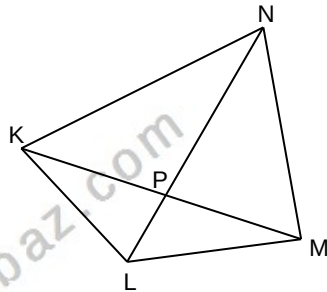
- 9) Şekilde KLMN dörtgen

$$[KM] \cap [NL] = P,$$

$$m(\widehat{NKM}) = 50^\circ,$$

$$m(\widehat{LKM}) = 23^\circ,$$

$$m(\widehat{LMK}) = 52^\circ,$$



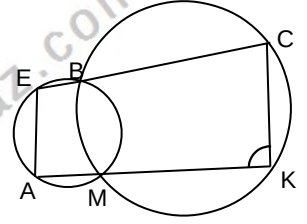
$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{KNM}) = 180^\circ$ olduğuna göre
 $m(\widehat{KLN})$ kaç derecedir?

- 10) Şekilde

$$B \in [EC], M \in [AK]$$

$$m(\widehat{EAK}) - m(\widehat{AKC}) = 60^\circ,$$

ise $m(\widehat{CKA})$ kaç derecedir?



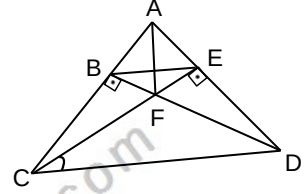
- 11) Şekilde ABC üçgen

$$m(\widehat{ECD}) = 28^\circ,$$

$$[BD] \perp [AC],$$

$$[CE] \perp [AD]$$

$m(\widehat{ADC}) - m(\widehat{FAE})$ kaç derecedir? ç



- 12) Şekilde C çemberin merkezi, A,F ve L doğrusaldır. FRL başka bir çembere ait yay ve $m(\widehat{FAR}) = 50^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{AFR})$ kaç derecedir?

