

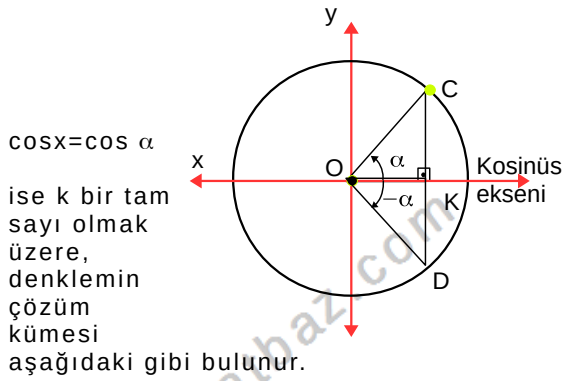
TRİGONOMETRİ – 6

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

İçinde bilinmeyen trigonometrik fonksiyonları bulunan, bilinmeyen bazı değerleri için doğru olan eşitliklere, trigonometrik denklem denir. Denklemi sağlayan değerlere, denklemin kökleri; köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir. Çözüm kümesini bulmak için yapılan işlemlere de denklemi çözme denir.

A) $\cos(x)=\cos\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $-\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.



$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = -\alpha + k.2\pi\}$$

GENEL OLARAK

$$\cos(f(x)) = \cos(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k.2\pi \\ f(x) = -g(x) + k.2\pi \end{cases}$$

Örnek...1 :

$\cos(4x-60)=\cos(2x)$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\{x: x=30+k.180 \vee x=10+k.60\}$$

Örnek...2 :

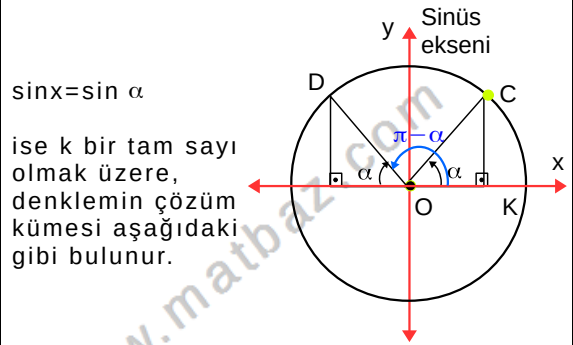
$$\cos(2x+40) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$$\{x: x=55+k.180 \vee x=-95+k.180\}$$

B) $\sin(x)=\sin\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $\pi-\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.



$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = \pi - \alpha + k.2\pi\}$$

GENEL OLARAK

$$\sin(f(x)) = \sin(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k.2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k.2\pi \end{cases}$$

Örnek...3 :

$\sin(5x-120) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$$\{x: x=36+k.72 \vee x=48+k.72\}$$

TRİGONOMETRİ – 6

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

Örnek...4 :

$\sin(6x-40) = \cos(2x+20)$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?
{x: $x=110/8+k.45$ V $x=150/4+k.90$ }

Örnek...5 :

$\sin(2x+40) = -\sin x$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?
{x: $x=-40/3+k.120$ V $x=140+k.360$ }

Örnek...6 :

$\sin(x) = -1$
denkleminin $(0,360)$ aralığında kaç farklı çözümü vardır?

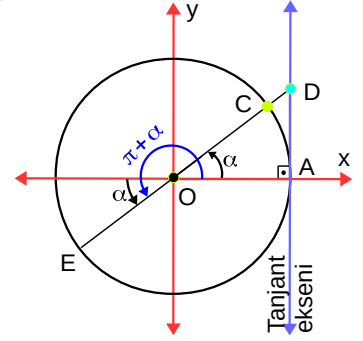
1

C) $\tan(x) = \tan \alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $\pi+\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası E olsun. $x=1$ doğrusuna tanjant eksenini dendiğini öğrenmiştik. Orijinden ve C (ve E) noktasından geçen doğrunun tanjant eksenini kestiği nokta D olsun. İnceleyiniz.

$$\tan x = \tan \alpha$$

ise k bir tam sayı olmak üzere



$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k.\pi\}$$

GENEL OLARAK

$$\tan(f(x)) = \tan(g(x)) \rightarrow f(x) = g(x) + k.\pi$$

Örnek...7 :

$\tan(x) = \sqrt{3}$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?
{x: $x=60+k.180$ }

Örnek...8 :

$\tan(5x-20^\circ) = \tan(3x+30^\circ)$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?
{x: $x=25+k.90$ }

TRİGONOMETRİ – 6

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

D) $\cot(x) = \cot \alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

$\cot x = \cot \alpha$ ise k bir tam sayı olmak üzere

$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k \cdot \pi\}$$

GENEL OLARAK

$$\cot(f(x)) = \cot(g(x)) \rightarrow f(x) = g(x) + k \cdot \pi$$

Örnek...9 :

$\cot(3x) = -1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$$\{x: x = 45 + k \cdot 60\}$$

Örnek...10 :

$\cot(3x) = \tan(2x)$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$$\{x: x = 18 + k \cdot 36\}$$

Örnek...11 :

$\tan 2x + \frac{\sqrt{2} - 2\sin 2x}{\cos 2x} = 1$ denkleminin $(0, 90)$ arasındaki çözümünü kaçtır?

45/2

Örnek...12 :

$\tan x + \cot x = 4\cos 2x$ denklemini sağlayan x in pozitif en küçük değeri kaçtır?

45/2

Örnek...13 :

$2\cos x < \cot x$ eşitsizliğinin $(0, 90)$ aralığında çözüm kümesini bulunuz

(0, 30)

TRİGONOMETRİ – 6

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x$ denkleminin $(0, 180)$ arasında kaç kökü vardır?

4

- 2) $\tan(4x - 20) \cdot \tan(2x) = 1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\{x: x = 110/6 + k \cdot 30\}$$

- 3) $\sec x = 2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\{x: x = \pm 60 + k \cdot 360\}$$

- 4) $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\{x: x = \pm 60 + k \cdot 360 \vee x = k \cdot 360\}$$

- 5) $\cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin 2x - \cos 2x$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\{x: x = \pm 45/2 + k \cdot 90\}$$

- 6) $\sin x - \tan 60 \cdot \cos x = 1$ denkleminin en küçük kökü kaçtır?

90

- 7) $\sin x + \cos x = 1$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?

$$\{x: x = 90 + k \cdot 360 \vee x = k \cdot 360\}$$

- 8) $\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{4}{3}$ denkleminin $(0, 500)$ aralığında kaç kökü vardır?

{ }

- 9) $\cos^3 x + 2\sin^3 x = 3\cos x \sin^2 x$ denklemini sağlayan dar aç kaç derecedir?

$$\{x: x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi \vee x = \arctan\left(\frac{-1}{2}\right) + k \cdot \pi\}$$

- 10) $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$ denkleminin çözüm kümesinin boş olmaması için a , b ve c arasında hangi bağıntı olmalıdır?

$$c \in [-\sqrt{a^2 + b^2}, \sqrt{a^2 + b^2}]$$