

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### EŞİTSİZLİKLER

$f(x) \leq 0$ ,  $f(x) \geq 0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$  ifadelerine eşitsizlikler denir.

#### Örnek...1 :

$3x-8 < 0$  eşitsizliğini çözünüz.  $f(x)=3x-8$  fonksiyonunun işaretini  $x$  değişkeninin değişimine göre inceleyiniz.

Birinci dereceden doğrusal eşitsizlikler dışındaki eşitsizlikleri çözmek için verilen ifadenin işaretini işaret tablosu dediğimiz tabloda özetleriz.

#### $f(x)=ax^2+bx+c$ İFADESİNİN İŞARETİ

**durum 1**  $ax^2+bx+c=0$ ,  $b^2-4ac < 0$

$x$	$-\infty$	$\infty$
$ax^2+bx+c$	a'nın işareti	

#### Örnek...2 :

$x^2+2x+10$  ifadesinin işaretini inceleyiniz

$a \neq 0$  ve  $a, b, c \in \mathbb{R}$  olmak üzere  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$  verilsin  
 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0 \Leftrightarrow a < 0$  ve  $\Delta < 0$   
 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0 \Leftrightarrow a > 0$  ve  $\Delta < 0$

**durum 2**  $ax^2+bx+c=0$ ,  $b^2-4ac=0$

$x$	$-\infty$	$x_1=x_2$	$\infty$
$ax^2+bx+c$	a'nın işareti		a'nın işareti

#### Örnek...3 :

$x^2+6x+9$  ifadesinin işaretini inceleyiniz

**durum 3**  $ax^2+bx+c=0$ ,  $b^2-4ac > 0$

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$\infty$
$ax^2+bx+c$	a'nın işareti	a'nın işaretinin zitti	a'nın işareti	a'nın işareti

#### Örnek...4 :

$x^2-x-12$  ifadesinin işaretini inceleyiniz

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### Genelleme

- Eşitsizlik soruları çözülürken;
- a) Eşitsizlik ifadesi çarpanlarına ayrılır. Eşitsizliğin bir tarafı sıfır olmalıdır. Eşitsizlikte sadeleştirme yapılmayıp, ortak çarpan parantezi kullanılır
- b) Her çarpan sıfıra eşitlenir. Kökler küçükten büyüğe doğru yazılarak tablo yapılır.
- c) Herhangi bir aralıktan kök olmayan bir değer alınarak ifadede yerine yazılır ve bu aralığın işareti bulunur.
- d) Bulunan işaretten itibaren kök gördükçe işaret değiştirilir. Çift katlı köklerde işaret değiştirilmez.  
 $(x-a)^{2n} \cdot (x-b)^{2m+1} = 0$  ifadesinde  $x=a$  çift kat ve  $x=b$  tek kat köktür. ( $m, n$  tamsayı)
- e) Çözüm kümesi yazılırken sorulan sorunun eşitsizlik yönüne bakılır ve bu işaret tabloda bulunur. Rasyonel ifadelerde paydayı sıfır yapan değerler çözüm kümesine alınmaz.
- f) Kökleri reel olmayan çarpanların sadece işaretleri dikkate alınır.
- g) Mutlak değerli ifadelerin sonucu pozitif olduğundan mutlak değerli çarpanların köklerine çift katlı kök muamelesi yapılır ve işaret değiştirilmez. (istenirse mutlak değerli çarpanlar ve çift katlı kökler tabloya yazılmayabilir ama kökleri çözüm aranırken unutulmamalıdır)
- h) İki veya daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu eşitsizlik sisteminde ayrı ayrı çözümlerin kesişimi alınır.

#### Örnek...5 :

$(x-1)(x-2)(2x+5) \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...6 :

$(x-3)^2(x+2)^3 < 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...7 :

$x^3 - x < 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...8 :

$\frac{x^3-8}{x^2-x-6} \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### Örnek...9 :

$\frac{(x^2-4x-32)}{(x^2-4)} \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...10 :

$\frac{(x-5)^4(x+2)^{13}}{(x-2)^3 \cdot x^2} < 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...11 :

$\frac{2}{x} \leq \frac{x}{2}$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...12 :

$|x+5| \cdot (x^2-8x+12) < 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Birden fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir. Eşitsizlik sistemleri çözülürken bir tabloda işaretinin incelenmesi gerekli görülen ifadeleri içerecek kadar satır yapılır

#### Örnek...13 :

$2x-1 > 0$   
 $x^2-x < 0$  eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...14 :

$x^2-x-6 > 0$   
 $x^2-5x < 0$  eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...15 :

$-9 \leq x^2-4x-5 < 7$  eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### Örnek...16 :

a ve b birer reel sayı olmak üzere  $\frac{ax-b}{x-a} \leq 0$  eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı  $[3,5]$  ise a.b kaçtır?

#### İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN KÖKLERİ

$$ax^2+bx+c=0$$

$$b^2-4ac>0$$

Farklı iki kök var

**durum1.**  $x_1 \cdot x_2 > 0$

- a.  $x_1+x_2 > 0 \rightarrow 0 < x_1 < x_2$   
b.  $x_1+x_2 < 0 \rightarrow x_1 < x_2 < 0$

$$b^2-4ac<0$$

Gerçek kök yok

**durum2.**  $x_1 \cdot x_2 < 0$

$$x_1 < 0 < x_2$$

- a.  $x_1+x_2 > 0 \rightarrow |x_1| < |x_2|$   
b.  $x_1+x_2 < 0 \rightarrow |x_1| > |x_2|$   
c.  $x_1+x_2 = 0 \rightarrow |x_1| = |x_2|$

**durum3.**  $x_1 \cdot x_2 = 0$

- a.  $x_1+x_2 > 0 \rightarrow x_1=0 < x_2$   
b.  $x_1+x_2 < 0 \rightarrow x_1=0 > x_2$   
c.  $x_1+x_2 = 0 \rightarrow x_1=0 = x_2$

#### Örnek...17 :

$mx^2-(2m-3)x+m+2=0$  denkleminin reel kökü yoksa m nasıl seçilmelidir?

#### Örnek...18 :

$(m+2)x^2+4x+m-3=0$  denkleminin köklerinin zıt işaretli olması için m nasıl seçilmelidir?  
( $x_1 < 0 < x_2$ )

#### Örnek...19 :

$(m+2)x^2+(m+3)x+1=0$  denkleminin köklerinin pozitif işaretli olmasını sağlayan m değeri var mıdır?

#### Örnek...20 :

$x^2-(p+2)x+p+4=0$  denkleminin köklerinin negatif işaretli olması için p nasıl seçilmelidir?

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### $AX^2+BX+C$ NİN İŞARETİ

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c < 0$$

$$\text{koşul1 } b^2-4ac < 0$$
$$\text{koşul2 } a < 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c > 0$$

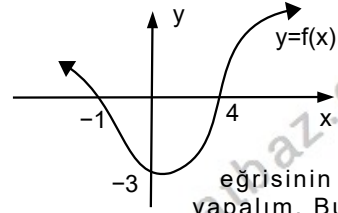
$$\text{koşul1 } b^2-4ac < 0$$
$$\text{koşul2 } a > 0$$

#### Örnek...21 :

Her  $x$  reel sayısı için  $x^2-(m-1)x+m+2 > 0$  oluyorsa  $m$  hangi aralıktadır?

#### Örnek...22 :

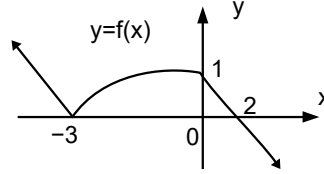
$(a-3)x^2-12x-3$  ifadesi daima  $-6$  dan büyükse  $a$  hangi aralıktadır?



Şekilde verilen  $y=f(x)$  eğrisinin tablosunu yapalım. Bunun için  $x$  ekseninin üzerindeki noktalarda  $y$  nin pozitif,  $x$  ekseninin üzerindeki noktalarda  $y$  nin 0,  $x$  ekseninin altındaki kısımda da  $y$  nin negatif olduğunu bilmek yeterlidir. Özetlersek

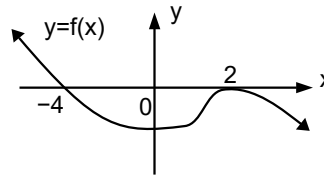
$x$	$-\infty$	$-1$	$4$	$\infty$		
$y=f(x)$		+	0	-	0	+

#### Örnek...23 :



$f(x) > 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...24 :



$\frac{f(x)}{x^2-16} \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

## DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

### EŞİTSİZLİKLER

#### DEĞERLENDİRME

- 1)  $a < 0 < b < c$  olmak üzere  $\frac{(ax-1)(bx-1)}{(cx-1)} < 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

- 2)  $\begin{cases} x^3 - 4x > 0 \\ x^2 - x < 6 \end{cases}$  eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

- 3)  $x^2 - (m-1)x + m + 2$  ifadesi  $x$  in reel sayı değerleri için daima pozitif oluyorsa  $m$  hangi aralıktadır?

- 4)  $a \neq 0$  olmak üzere  $ax^2 - 3x - a = 0$  denklemi için hangileri doğru olabilir?

1. eşit iki kök vardır
2. iki pozitif kök vardır
3. köklerden biri sıfırdır
4. aynı işaretli iki kök vardır
5. zıt işaretli iki kök vardır

- 5)  $x^2 + (k+2)x - k - 6 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.  $x_1 < 0 < x_2$  ve  $|x_1| < |x_2|$  ise  $k$  nın en geniş değer aralığı nedir?

- 6)  $\frac{(x+2)f(x)}{3^{x-4}|x-2|(x^3+1)} \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

